

用四探针技术测量半导体 薄层电阻的新方案*

宿 昌 厚

提 要

本文介绍用四探针技术测量半导体薄层电阻的新方案。其特点是,不论对无穷大薄层还是有限尺寸小样品,都不要求探针之间的距离相等,测量结果与探针间距无关,消除了针距不等引起的误差;同时,对于矩形或圆形小样品,不需要另加边界修正,因而也不必知道样品几何尺寸,只从电测量中即可求出电阻值。

在集成电路和各类半导体器件的科研与生产中,四探针技术在测量扩散层和其他薄膜的薄层电阻中,得到了广泛应用。

对于无穷大半导体薄层,通常在用直线阵列四探针测量时,薄层电阻(亦称方块电阻) R_s 按下式计算:

$$R_s = \frac{V}{I} \cdot \frac{\pi}{\ln 2}, \quad (1)$$

式中 V 是两个内探针间的电压(毫伏), I 是流过两个外探针的电流(毫安)。当被测材料并非无穷大,而是有限尺寸的样品时,为计入边界对电场分布的影响,对(1)式需要加以修正,使它变成

$$R_s = \frac{V}{I} \cdot CF, \quad (2)$$

此处 CF 是与探针间距和样品长、宽(矩形)或直径(圆形)有关的校正因子。

这里有两个问题。一是应用(1)式和(2)式必须使四个探针之间的距离完全相等,这对于探针头制备提出了严格要求。人们为了获得性能优良的探针头,进行了许多研究,取得了不少成果。但是在必须缩小针距的情况下,例如为了检验薄层的均匀性,由针间距离不等或探针游移造成的误差就会增大;二是当被测样品较小时,需要知道样品几何尺寸,对测量结果进行边界校正。然而校正因子计算一般都比较复杂^[1-5],难以实际应用。常用的校正因子数据表也存在一定局限性,特别是当实际针间距离不等时,要求出校正因子 CF 就更加困难。关于针距不等时的边界校正问题,文献报道也较少。

本文将要证明,如果对 Van der Pauw^[6] 测量有限厚度薄片体电阻率的方法做适当改变,把它用到直线阵列四探针技术中,并考虑到测量薄层电阻的特点,特别是样品较小时的边界条件,通过分析和推导,就能对测量半导体薄层电阻用的四探针技术提出新方案,

* 1978年8月8日收到。

有效地解决上述两个问题。

这个新方案就在于,首先使电流通过 A, B 探针,测量 D, C 探针间的电压(图 1(a)); 然后让电流通过 A, D 探针,测量 B, C 探针间的电压(图 1(b)),按照通过数学式子保形变换而导出的公式计算薄层电阻. 该方案的特点是: 1. 不要求探针之间的距离相等, 测量结果与探针间距无关. 这不仅消除了因探针间距不等而引起的误差, 而且对探针头的制备带来了很大方便; 2. 对于小尺寸样品, 不需要另加边界校正, 因而也不必知道其几何尺寸.

一、无限大样品

设四个不等距探针排成一直线, 位于无限大均匀导电薄层上, 其针间距离分别是 s_1, s_2 和 s_3 . 当薄层上有正、负一对点状电流源时, 某观察点的电位 φ 服从以下规律:

$$\varphi = \frac{R_s I}{2\pi} \ln \frac{r_1}{r_2}, \quad (3)$$

式中 R_s 是薄层电阻, I 是电流, r_1 和 r_2 分别是观察点到负、正两个点状电流源的距离.

当电流 I_1 通过 A, B 探针时(图 1(a)) D 和 C 两点的电位分别等于

$$\varphi_D = \frac{R_s I_1}{2\pi} \ln \frac{s_2 + s_3}{s_1 + s_2 + s_3}, \quad \varphi_C = \frac{R_s I_1}{2\pi} \ln \frac{s_2}{s_1 + s_2}.$$

取 $\varphi_D - \varphi_C$, 得到 D, C 两探针之间的电压

$$V_1 = \frac{R_s I_1}{2\pi} \ln \frac{(s_1 + s_2)(s_2 + s_3)}{s_2(s_1 + s_2 + s_3)}. \quad (4)$$

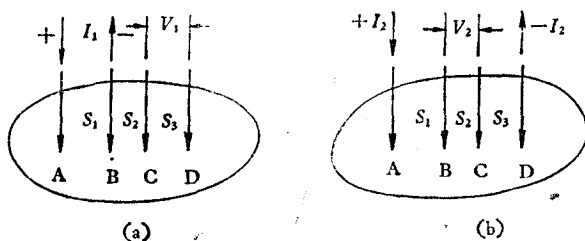


图 1

令 $V_1/I_1 = R_1$, 并把上式写成负指数形式

$$\exp\left(-\frac{2\pi R_1}{R_s}\right) = \frac{s_2(s_1 + s_2 + s_3)}{(s_1 + s_2)(s_2 + s_3)}. \quad (5)$$

现在让电流 I_2 通过 A, D 探针, 用同样步骤得到 B, C 两探针间的电压(图 1(b))

$$V_2 = \frac{R_s I_2}{2\pi} \ln \frac{(s_1 + s_2)(s_2 + s_3)}{s_1 s_3}. \quad (6)$$

令 $V_2/I_2 = R_2$, 并把该式写成负指数形式

$$\exp\left(-\frac{2\pi R_2}{R_s}\right) = \frac{s_1 s_3}{(s_1 + s_2)(s_2 + s_3)}. \quad (7)$$

显然, 取(5)式和(7)式之和, 很容易得到

$$\exp\left(-\frac{2\pi R_1}{R_s}\right) + \exp\left(-\frac{2\pi R_2}{R_s}\right) = 1. \quad (8)$$

(8)式表明, 薄层电阻 R_s 只依赖于 R_1 和 R_2 , 与针间距离毫无关系. 在附录一中导出了根据(8)式计算薄层电阻 R_s 的公式

$$R_s = \frac{\pi}{\ln 2} (R_1 + R_2) f\left(\frac{R_1}{R_2}\right). \quad (9)$$

当 $I_1 = I_2 = I$ 时,

$$R_s = \frac{\pi}{\ln 2} \left(\frac{V_1 + V_2}{I}\right) f\left(\frac{V_1}{V_2}\right). \quad (10)$$

这里 $f(R_1/R_2)$ 或 $f(V_1/V_2)$ 称为辅助函数, 它与 R_1/R_2 的关系如下:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{\ln 2}{f} - |\operatorname{arch}[2^{(\frac{1}{f}-1)}]|}{\frac{\ln 2}{f} + |\operatorname{arch}[2^{(\frac{1}{f}-1)}]|}. \quad (11)$$

其曲线图见图 2. 这样, 当测出 R_1 和 R_2 以后, 从图 2 中找出相应的 $f(R_1/R_2)$ 值, 运用(9)或(10)式即可求出薄层电阻 R_s .

可以证明, 当针间距离相等时, (10) 式将与(1)式完全相同. 从(4)和(6)两式中知道, 若 $s_1 = s_2 = s_3 = s$, 则 $R_1 = \left(\frac{R_s}{2\pi}\right) \ln\left(\frac{4}{3}\right)$, $R_2 = \left(\frac{R_s}{2\pi}\right) \ln 4$. 所以

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{(\ln 4 - \ln 3)}{\ln 4}, \quad (12)$$

把此式代入(11)式, 求出

$$f\left(\frac{R_1}{R_2}\right) = \frac{2\ln 2}{(4\ln 2 - \ln 3)}. \quad (13)$$

另一方面, (10)式能够改写成

$$R_s = \frac{\pi}{\ln 2} \frac{V_2}{I} K, \quad (14)$$

其中

$$K = \left(1 + \frac{V_1}{V_2}\right) f\left(\frac{V_1}{V_2}\right) = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) f\left(\frac{R_1}{R_2}\right). \quad (15)$$

把(12)和(13)两式代入(15)式, 得到 $K = 1$. 可见, 对于等距探针, (10)式就变成了(1)式. 这说明, (1)式不过是普遍规律中的一个特殊情形.

二、探针靠近样品边界

为检验薄层电阻的均匀性, 需要缩小探针间距. 有人把针距做成 0.2 毫米, 从而当探

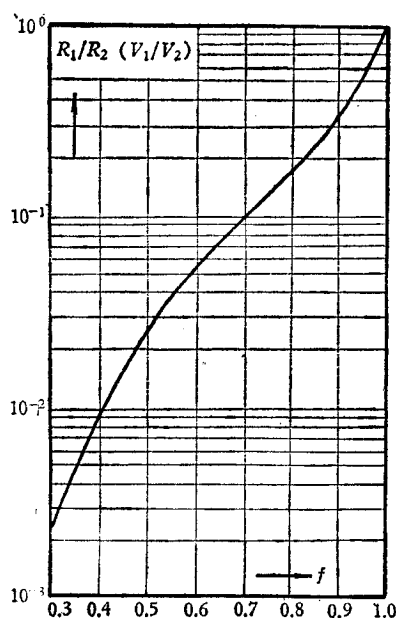


图 2

针靠近边界时按照无穷大情况来处理。但是针距越小,针距不等的相对误差就越大,探针游移的不良影响也就更加明显,而且只有当探针与边界的距离是探针间距的八至十倍时,才能忽略边界的影响,否则必须考虑边界修正。

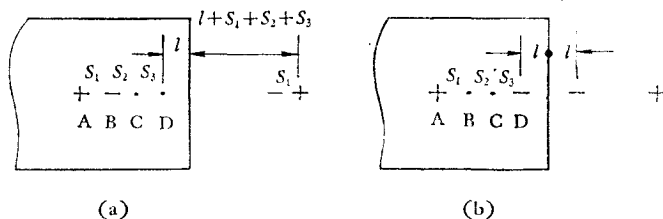


图 3

若采取上述新方案,这些问题就基本上不存在了。设不等距探针位于大片薄层样品边界附近,并且垂直于它,其最外一个探针与边界的距离是 l , 如图 3 所示。根据镜像法原理,为满足边界条件,在样品以外对称位置上必须设置电流源镜像。片上任意一点的电位是真源和镜源所给的电位的叠加。当电流分别通过 A, B 两探针和 A, D 两探针时,按照(3)式求出相应探针间的电压 V_1 和 V_2 如下:

$$V_1 = \frac{R_s I_1}{2\pi} \left[\ln \frac{(s_1 + s_2)(s_2 + s_3)}{s_2(s_1 + s_2 + s_3)} + \ln \frac{(2l + s_2 + s_3)(2l + s_1 + s_2 + 2s_3)}{(2l + s_1 + s_2 + s_3)(2l + s_2 + 2s_3)} \right],$$

$$V_2 = \frac{R_s I_2}{2\pi} \left[\ln \frac{(s_1 + s_2)(s_2 + s_3)}{s_1 s_3} + \ln \frac{(2l + s_2 + s_3)(2l + s_1 + s_2 + 2s_3)}{(2l + s_1 + 2s_2 + 2s_3)(2l + s_3)} \right].$$

取这两个式子的负指数之和,得到

$$\exp\left(-\frac{2\pi R_1}{R_s}\right) + \exp\left(-\frac{2\pi R_2}{R_s}\right) = \frac{s_2(s_1 + s_2 + s_3)(2l + s_1 + s_2 + s_3)(2l + s_2 + 2s_3) + s_1 s_3(2l + s_1 + 2s_2 + 2s_3)(2l + s_3)}{(s_1 + s_2)(s_2 + s_3)(2l + s_2 + s_3)(2l + s_1 + s_2 + 2s_3)} = 1.$$

这样,当探针接近边界时,只要它与边界垂直,就可按照(9)式或(10)式求出边界附近的薄层电阻,不必另加边界校正。这对于顺利地检验整个片子的均匀性提供了有利条件。

需要说明,在靠近边界处,若探针阵列不是垂直而是平行于边界,则只有 $l \geq (s_1 + s_2 + s_3)$ 时,(8)式才适用。

三、单面扩散矩形样品

当被测样品比较小时能否利用上述原则? 首先以矩形样品为例进行讨论。如果此种情况下对 V_1 和 V_2 的分析仍能导致(8)式,答案就是肯定的。

设长 a 宽 d 的矩形薄层周围与绝缘体临界,或者被测材料是矩形半导体片上的单面扩散层。令不等距探针位于样品中心,与四个边界相对称。当电流分别通过 A, B 和 A, D 探针时,为满足边界条件而设置的无数个电流源镜象的二维分布,示于图 4(a) 和 (b) 中。

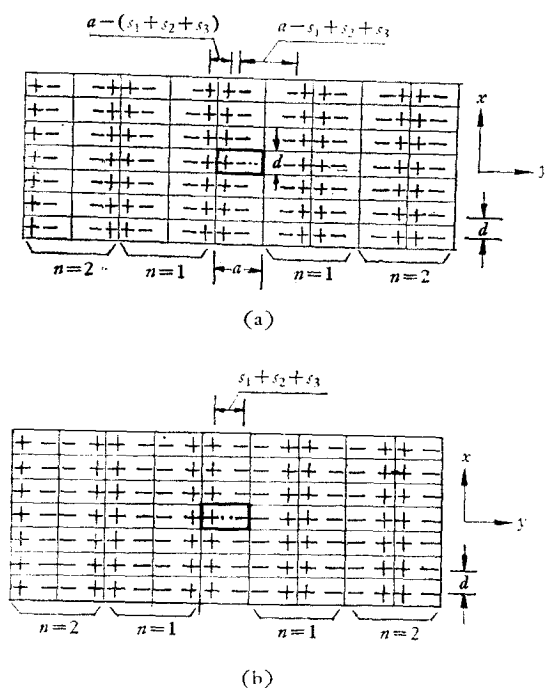


图 4

我们知道,当无数对正、负电荷组成一条阵列(图 5),各对电荷之间的距离 d 均相等时, y 轴上任意一点 F 的电位为^[1]

$$\varphi_F = \frac{R_s I}{2\pi} \ln \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi}{d} y_1}{\operatorname{sh} \frac{\pi}{d} y_2}, \quad (16)$$

式中 y_1 和 y_2 分别是点 F 到负和正电源的距离。推而广之,图 4(a) 中的 D 、 C 和图 4(b) 中的 B 、 C 各点的电位,应当等于所有电源阵列分别对这些点的电位的和。

图 4(a) 中 D 、 C 两点和图 4(b) 中 B 、 C 两点与其左右两侧真源和各象源阵列之间的距离分别列入表 1 和表 2 中,其中 n 是从 1 到 ∞ 的正整数。

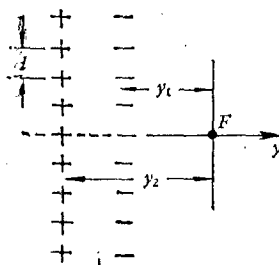


图 5

表 1 图 4(a) 中 C 、 D 两点距左右两侧各电源阵列的距离

	$C \rightarrow \oplus$	$C \rightarrow \ominus$	$D \rightarrow \oplus$	$D \rightarrow \ominus$
左	$s_1 + s_2$	s_2	$s_1 + s_2 + s_3$	$s_2 + s_3$
	$2na + (s_1 + s_2)$	$2na + s_2$	$2na + (s_1 + s_2 + s_3)$	$2na + (s_2 + s_3)$
	$(2n-1)a - s_3$	$(2n-1)a + (s_1 - s_3)$	$(2n-1)a$	$(2n-1)a + s_1$
右	—	—	—	—
	$2na - (s_1 + s_2)$	$2na - s_2$	$2na - (s_1 + s_2 + s_3)$	$2na - (s_2 + s_3)$
	$(2n-1)a + s_3$	$(2n-1)a - (s_1 - s_3)$	$(2n-1)a$	$(2n-1)a - s_1$

表 2 图 4(b)中 B, C 两点距左右两侧各电源阵列的距离

	$B \rightarrow \oplus$	$B \rightarrow \ominus$	$C \rightarrow \oplus$	$C \rightarrow \ominus$
左	s_1	—	$s_1 + s_2$	—
	$2na + s_1$	$2na - (s_2 + s_3)$	$2na + (s_1 + s_2)$	$2na - s_3$
	$(2n-1)a - (s_2 + s_3)$	$(2n-1)a + s_1$	$(2n-1)a - s_3$	$(2n-1)a + (s_1 + s_2)$
右	—	$s_2 + s_3$	—	s_3
	$2na - s_1$	$2na + (s_2 + s_3)$	$2na - (s_1 + s_2)$	$2na + s_3$
	$(2n-1)a + (s_2 + s_3)$	$(2n-1)a - s_1$	$(2n-1)a + s_3$	$(2n-1)a - (s_1 + s_2)$

样品以外左右两侧,以每两条象源阵列为一个单元,由近及远重复设置.

当电流 I_1 通过 A, B 两探针时, D, C 两点的电位分别可以写成下列两式(其中 $A = \frac{\pi}{d}$):

$$\begin{aligned} \varphi_D &= \frac{R_s I_1}{2\pi} \left\{ \ln \frac{\text{sh } A(s_2 + s_3)}{\text{sh } A(s_1 + s_2 + s_3)} + \ln \prod_{n=1}^{\infty} \frac{\text{sh } A[2na + (s_2 + s_3)]}{\text{sh } A[2na + (s_1 + s_2 + s_3)]} \right. \\ &\quad \times \frac{\text{sh } A[(2n-1)a + s_1]}{\text{sh } A[(2n-1)a]} \times \frac{\text{sh } A[2na - (s_2 + s_3)]}{\text{sh } A[2na - (s_1 + s_2 + s_3)]} \\ &\quad \left. \times \frac{\text{sh } A[(2n-1)a - s_1]}{\text{sh } A[(2n-1)a]} \right\}, \\ \varphi_C &= \frac{R_s I_1}{2\pi} \left\{ \ln \frac{\text{sh } As_2}{\text{sh } A(s_1 + s_2)} + \ln \prod_{n=1}^{\infty} \frac{\text{sh } A[2na + s_2]}{\text{sh } A[2na + (s_1 + s_2)]} \right. \\ &\quad \times \frac{\text{sh } A[(2n-1)a + (s_1 - s_3)]}{\text{sh } A[(2n-1)a - s_3]} \times \frac{\text{sh } A[2na - s_2]}{\text{sh } A[2na - (s_1 + s_2)]} \\ &\quad \left. \times \frac{\text{sh } A[(2n-1)a - (s_1 - s_3)]}{\text{sh } A[(2n-1)a + s_3]} \right\}. \end{aligned}$$

把 $\text{sh}(x+y)\text{sh}(x-y) = \left(\frac{1}{2}\right)[\text{ch } 2x - \text{ch } 2y]$ 应用到 φ_D 和 φ_C 中, 取二者之差并进行整理, 得到 D, C 两个探针间的电压 V_1 为

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{R_s I_1}{2\pi} \left\{ \ln \left[\frac{\text{sh } A(s_2 + s_3)}{\text{sh } A(s_1 + s_2 + s_3)} \times \frac{\text{sh } A(s_1 + s_2)}{\text{sh } As_2} \right] \right. \\ &\quad + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\ln \left(1 - \frac{\text{ch } 2A(s_2 + s_3)}{G} \right) + \ln \left(1 - \frac{\text{ch } 2As_1}{H} \right) + \ln \left(1 - \frac{\text{ch } 2A(s_1 + s_2)}{G} \right) \right. \\ &\quad + \ln \left(1 - \frac{\text{ch } 2As_3}{H} \right) - \ln \left(1 - \frac{\text{ch } 2A(s_1 + s_2 + s_3)}{G} \right) - \ln \left(1 - \frac{1}{H} \right) \\ &\quad \left. \left. - \ln \left(1 - \frac{\text{ch } 2As_2}{G} \right) - \ln \left(1 - \frac{\text{ch } 2A(s_1 - s_3)}{H} \right) \right] \right\}, \quad (17) \end{aligned}$$

式中 $G = \text{ch } 4naa$, $H = \text{ch } 2A(2n-1)a$. 同理, 当电流 I_2 通过 A, D 两探针时, B, C 两探针间电压 V_2 为

$$\begin{aligned}
 V_2 = \frac{R_s I_2}{2\pi} & \left\{ \ln \left[\frac{\operatorname{sh} A(s_2 + s_3)}{\operatorname{sh} As_1} \times \frac{\operatorname{sh} A(s_1 + s_2)}{\operatorname{sh} As_3} \right] \right. \\
 & + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\ln \left(1 - \frac{\operatorname{ch} 2A(s_1 + s_2)}{G} \right) + \ln \left(1 - \frac{\operatorname{ch} 2As_3}{H} \right) + \ln \left(1 - \frac{\operatorname{ch} 2A(s_2 + s_3)}{G} \right) \right. \\
 & + \ln \left(1 - \frac{\operatorname{ch} 2As_1}{H} \right) - \ln \left(1 - \frac{\operatorname{ch} 2As_1}{G} \right) - \ln \left(1 - \frac{\operatorname{ch} 2A(s_2 + s_3)}{H} \right) \\
 & \left. \left. - \ln \left(1 - \frac{\operatorname{ch} 2As_3}{G} \right) - \ln \left(1 - \frac{\operatorname{ch} 2A(s_1 + s_2)}{H} \right) \right] \right\}. \quad (18)
 \end{aligned}$$

在实际测量中,总是能够满足 $a > s_1 + s_2 + s_3$. 此时在(17)和(18)两式中,从 $n=1$ 起 $\sum_{n=1}^{\infty}$ 中各分式都 $\ll 1$. 把 $\ln(1-x) = -x$ ($x \ll 1$) 应用到该两式中,将其中以 G 和 H 为分母的各项分别组合,并考虑到 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{G} \ll \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{H}$, 将 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{G}$ 略去不计 (即忽略一部分影响很小的镜象阵列); 同时注意到,在数学上可以证明

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{H} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\operatorname{ch} 2A(2n-1)a} = \frac{1 + 2Aa}{2Aae^{2Aa}},$$

(17)和(18)两式能够写成下列形式:

$$\begin{aligned}
 V_1 &= \frac{R_s I_1}{2\pi} \left\{ \ln \left[\frac{\operatorname{sh} A(s_2 + s_3)}{\operatorname{sh} A(s_1 + s_2 + s_3)} \times \frac{\operatorname{sh} A(s_1 + s_2)}{\operatorname{sh} As_2} \times e^{-x} \right] \right\}, \\
 V_2 &= \frac{R_s I_2}{2\pi} \left\{ \ln \left[\frac{\operatorname{sh} A(s_2 + s_3)}{\operatorname{sh} As_1} \times \frac{\operatorname{sh} A(s_1 + s_2)}{\operatorname{sh} As_3} \times e^y \right] \right\},
 \end{aligned}$$

其中

$$x = \frac{1 + 2Aa}{2Aae^{2Aa}} \cdot L, \quad y = \frac{1 + 2Aa}{2Aae^{2Aa}} \cdot M.$$

而

$$\begin{aligned}
 L &= [\operatorname{ch} 2As_1 + \operatorname{ch} 2As_3 - \operatorname{ch} 2A(s_1 - s_3) - 1], \\
 M &= [\operatorname{ch} 2A(s_2 + s_3) + \operatorname{ch} 2A(s_1 + s_2) - \operatorname{ch} 2As_3 - \operatorname{ch} 2As_1].
 \end{aligned}$$

x 和 y 皆为正值,且都 $\ll 1$, 这时 $e^{-x} = \frac{1}{(1+x)}$ 和 $e^y = \frac{1}{(1-y)}$, 因此

$$\begin{aligned}
 & \exp\left(-\frac{2\pi R_1}{R_s}\right) + \exp\left(-\frac{2\pi R_2}{R_s}\right) \\
 &= \frac{\operatorname{sh} A(s_1 + s_2 + s_3) \operatorname{sh} As_2}{\operatorname{sh} A(s_2 + s_3) \operatorname{sh} A(s_1 + s_2)} (1+x) + \frac{\operatorname{sh} As_1 \operatorname{sh} As_3}{\operatorname{sh} A(s_2 + s_3) \operatorname{sh} A(s_1 + s_2)} (1-y) \\
 &= 1 + \frac{(1+2Aa)[L \operatorname{sh} A(s_1 + s_2 + s_3) \operatorname{sh} As_2 - M \operatorname{sh} As_1 \operatorname{sh} As_3]}{2Aae^{2Aa} \operatorname{sh} A(s_2 + s_3) \operatorname{sh} A(s_1 + s_2)}.
 \end{aligned}$$

利用 $\operatorname{sh} x \operatorname{sh} y = \left(\frac{1}{2}\right) [\operatorname{ch}(x+y) - \operatorname{ch}(x-y)]$ 和 $\operatorname{ch} x \operatorname{ch} y = \left(\frac{1}{2}\right) [\operatorname{ch}(x+y) + \operatorname{ch}(x-y)]$ 将上式分子展开后得到

$$L \operatorname{sh} A(s_1 + s_2 + s_3) \operatorname{sh} As_2 = M \operatorname{sh} As_1 \operatorname{sh} As_3,$$

所以

$$\exp\left(-\frac{2\pi R_1}{R_s}\right) + \exp\left(-\frac{2\pi R_2}{R_s}\right) = 1.$$

显然,(9)和(10)两式不仅适用于无限大薄层,而且不做任何变动就能直接应用于小样品,不需另加边界校正,不必知道样品尺寸,同时也不要求探针间距相等. 这些都有利于提高测量准确度.

四、双面扩散矩形样品

如果矩形半导体片的六个面都有扩散层,而且上下两面具有相同的电阻和扩散结深(小于样品厚度之一半),或者被测材料是一块与导体临界的薄片时,为满足边界条件而引进的电流源镜象的分布示于图 6(a) 和 (b) 中. 此时 y 轴上任意一点 F 的电位,应当等于图 5 和图 7 所示系统提供的电位之和. 图 7 中 F 点的电位为(其中 $B = \pi/2d$)

$$\varphi_F = \frac{R_s I}{2\pi} \ln \frac{\operatorname{ch} B y_1}{\operatorname{ch} B y_2}. \quad (19)$$

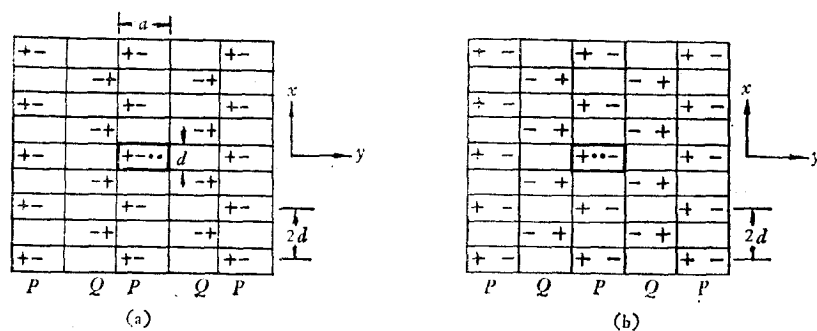


图 6

P 表示属于图 5 的(16)式系统; Q 表示属于图 7 的(19)式系统

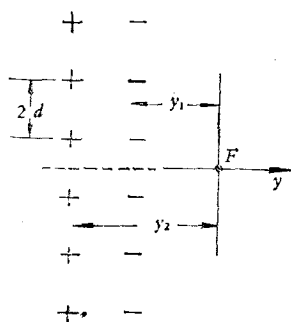


图 7

表 3 图 6(a) 中 C, D 两点距左右两侧各电源阵列的距离

		$C \rightarrow \ominus$	$C \rightarrow \oplus$	$D \rightarrow \ominus$	$D \rightarrow \oplus$
左	P	s_2	$s_1 + s_2$	$s_2 + s_3$	$s_1 + s_2 + s_3$
		$2a + s_2$	$2a + (s_1 + s_2)$	$2a + (s_2 + s_3)$	$2a + (s_1 + s_2 + s_3)$
	Q	$a + (s_1 - s_3)$	$a - s_3$	$a + s_1$	a
右	P	—	—	—	—
		$2a - s_2$	$2a - (s_1 + s_2)$	$2a - (s_2 + s_3)$	$2a - (s_1 + s_2 + s_3)$
	Q	$a - (s_1 - s_3)$	$a + s_3$	$a - s_1$	a

由于在大于 $2a$ 的距离以外, 镜象源对样品上某点电位的贡献已经很小, 因此在左右两侧各取两列镜象已足够.

图 6(a) 中 C, D 两点和图 6(b) 中 B, C 两点与左右两侧各镜象阵列之间的垂直距离, 分别列入表 3 和表 4 中.

表4 图6(b)中B, C两点距左右两侧各电源阵列的距离

		$B \rightarrow \ominus$	$B \rightarrow \oplus$	$C \rightarrow \ominus$	$C \rightarrow \oplus$
左	P	—	s_1	—	$s_1 + s_2$
		$2a - (s_2 + s_3)$	$2a + s_1$	$2a - s_3$	$2a + (s_1 + s_2)$
	Q	$a + s_1$	$a - (s_2 + s_3)$	$a + (s_1 + s_2)$	$a - s_3$
		$s_2 + s_3$	—	s_3	—
右	P	$2a + (s_2 + s_3)$	$2a - s_1$	$2a + s_3$	$2a - (s_1 + s_2)$
		$a - s_1$	$a + (s_2 + s_3)$	$a - (s_1 + s_2)$	$a + s_3$
	Q	$s_2 + s_3$	—	s_3	—
		$2a + (s_2 + s_3)$	$2a - s_1$	$2a + s_3$	$2a - (s_1 + s_2)$

基于(16)和(19)两式,按照类似步骤得到

$$V_1 = \frac{R_s I_1}{2\pi} \ln \left[\frac{\text{sh } B(s_2 + s_3) \text{sh } B(s_1 + s_2)}{\text{sh } B(s_1 + s_2 + s_3) \text{sh } B s_2} \times e^{x'} \right],$$

$$V_2 = \frac{R_s I_2}{2\pi} \ln \left[\frac{\text{sh } B(s_2 + s_3) \text{sh } B(s_1 + s_2)}{\text{sh } B s_1 \text{sh } B s_3} \times e^{y'} \right],$$

式中

$$x' = \frac{1}{\text{ch } 2Ba} [\text{ch } 2Bs_1 + \text{ch } 2Bs_3 - \text{ch } 2B(s_1 - s_3) - 1]$$

$$+ \frac{1}{\text{ch } 4Ba} [\text{ch } 2B(s_1 + s_2 + s_3) + \text{ch } 2Bs_2 - \text{ch } 2B(s_2 + s_3) - \text{ch } 2B(s_1 + s_2)],$$

$$y' = \left(\frac{1}{\text{ch } 2Ba} + \frac{1}{\text{ch } 4Ba} \right) [\text{ch } 2Bs_1 + \text{ch } 2Bs_3 - \text{ch } 2B(s_2 + s_3) - \text{ch } 2B(s_1 + s_2)],$$

x' 和 y' 都 $\ll 1$. 由此得到

$$\exp\left(-\frac{2\pi R_1}{R_s}\right) + \exp\left(-\frac{2\pi R_2}{R_s}\right)$$

$$= \frac{\text{sh } B(s_1 + s_2 + s_3) \text{sh } B s_2}{\text{sh } B(s_2 + s_3) \text{sh } B(s_1 + s_2)} (1 - x') + \frac{\text{sh } B s_1 \text{sh } B s_3}{\text{sh } B(s_2 + s_3) \text{sh } B(s_1 + s_2)} (1 - y')$$

$$= 1 - \frac{x' \text{sh } B(s_1 + s_2 + s_3) \text{sh } B s_2 + y' \text{sh } B s_1 \text{sh } B s_3}{\text{sh } B(s_2 + s_3) \text{sh } B(s_1 + s_2)}.$$

可以证明, $x' \text{sh } B(s_1 + s_2 + s_3) \text{sh } B s_2 + y' \text{sh } B s_1 \text{sh } B s_3 = 0$. 所以,当被测样品是未磨边的双面扩散片或者薄片材料与导体临界时,(8)式仍然正确.

五、圆形样品

当被测样品几何形状不同时,为满足边界条件而设置的电流源镜象,在数量和位置方面都有很大差别. 对于直径为 d 的小圆形薄片或者小片圆形单面扩散层,其边界是绝缘的,此时对于每一个点状电流源,在样品以外只需要设立一个镜象,即可满足边界条件^[2]. 如果电源 Q 在圆片上的位置与圆心之间的距离是 a (图8),它映射在圆片以外的镜象 Q' 应当位于它与圆心的连线上,并且距圆心有 $d^2/4a$ 的距离.

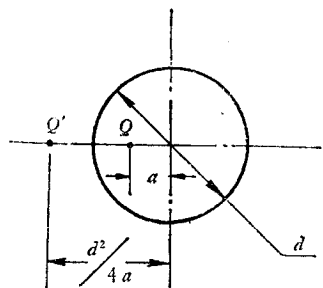


图 8

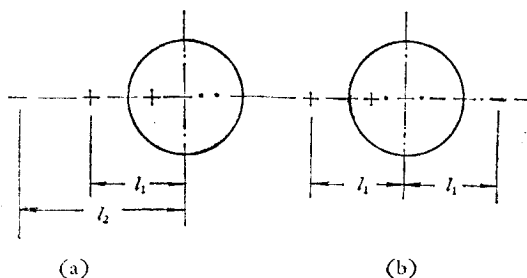


图 9

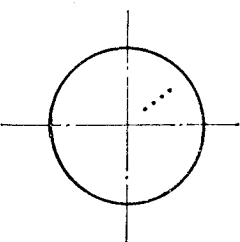


图 10

设不等距探针的中心点与圆心重合(图 9)。根据上述道理,这时电源镜象距圆心的距离分别为

$$l_1 = \frac{d^2}{2(s_1 + s_2 + s_3)}, \quad l_2 = \frac{d^2}{2(s_2 + s_3 - s_1)}.$$

根据(3)式按同样方法对相应探针间的电压进行分析,结果证明(8)式仍然成立。不仅如此,若四个探针偏离圆心,只要它们位于任意一个半径线上,如图 10 所示,所得结论也完全相同。这表明,用上述方法也能十分方便地测量圆形薄层上任意一点的电阻,不需要直径校正。

关于没有磨边的圆形双面扩散样品,根据文献[2]中的证明,不论其直径 d 如何,都可以按照无穷大薄层来处理。

六、实验结果

为了通过实验证明新方案的正确性,特地制造了 $s_1 = 2$, $s_2 = 1.25$, $s_3 = 0.7$ 毫米(1号)和 $s_1 = 0.4$, $s_2 = 0.45$, $s_3 = 0.55$ 毫米(2号)的不等距探针头。为便于比较,在同一块材料的同一个地方,用不等距探针和等距探针($s = 1$ 毫米)分别进行测量。所用样品包括较大的薄片、小尺寸薄片以及矩形和圆形小扩散片。实验中也观察了探针在矩形样品上位置不对称时的误差情况。测量电路中由硅晶体管恒流源提供电流,用高阻直流电

表 5 较大薄片测量结果

样 品			薄层电阻 R_s (欧)		
编 号	材 料	厚 度 W (毫米)	1 号不等距探针		等距探针 (1)式
			(9)式	(6)式	
1	锗	0.70	200	199	202
2	锗	0.75	299	296	301
3	锗	0.30	910	912	920

表6 小片材料测量结果

样 品			薄层电阻 R_s (欧)		体电阻率 ρ_v (欧·厘米)	
编号	材料	尺寸(毫米)	1号不等距探针 (9)式	等距探针 (2)式	1号不等距探针 $R_s \times W$	等距探针 一般方法
4	锗	$7.5 \times 6 \times 0.35$	670	658	23.5	23.3
5	锗	$9.5 \times 4 \times 0.30$	453	450	13.6	13.5
6	硅	$11 \times 4.75 \times 0.35$	141	146	4.95	5.15
7	硅	$14.2 \times 4.4 \times 0.25$	180	177	4.50	4.45
8	锗	$16 \times 8 \times 0.35$	582	572	29.5	20.0

表7 扩散片测量结果

样 品			薄层电阻 R_s (欧)		
种 类	编号	尺寸(毫米)	不等距探针* (10)式	等距探针 (2)式	备 注
单 面 扩 磷 硅 片	9	10.0×5.7	7.30	7.09	
	10	8.9×6.5	5.61	5.40	
单 面 扩 锂 硅 片	11	圆片 $\phi 9.5$	7.73	7.78	中 心
			7.50	7.65	右侧半径线
			7.45	7.51	左侧半径线
	12	圆片 $\phi 9.5$	5.80	6.08	中 心
	13	4.9×3.8	3.52	3.55	
	15	4.0×2.6	4.00	4.12	
	17	5.0×4.0	4.67	4.66	
	18	4.0×3.5	2.23	2.19	
六面扩磷硅片	19	3.6×3.6	33.25	32.23	

* 对9至12号样品用1号不等距探针,对13至19号样品用2号不等距探针。

表8 探针偏离对称时的影响

样品编号	薄层电阻 R_s (欧)			备 注 (偏离以毫米计)
	对 称 $x=0, y=0$	y 向偏离 1)	x 向偏离 2)	
9	7.30	7.39	7.56	1) $x=0, y=1$ 2) $x=0.9, y=0$ 1号不等距探针
10	5.61	5.60	5.73	1) $x=0, y=1.5$ 2) $x=0.8, y=0$ 1号不等距探针
13	3.52	3.48	3.66	1) $x=0, y=0.75$ 2) $x=0.5, y=0$ 2号不等距探针

位差计测量探针间的电压。测量结果列于表 5—8 中。

从表 5 至表 7 的实验数据可知：用不等距探针按新方案测量薄层电阻和用等距探针按习用方法得到的结果符合很好；用新方案也可以测量半导体薄片的体电阻率 $\rho_v = R_s \times W$ ，根据理论分析，只要 $W/s \leq 0.6$ 即可。表 8 关于探针偏离对称位置的测量结果说明，当测量矩形样品时，若探针只在 y 方向上有偏离，测量结果与对称时非常接近；当在 x 方向出现偏离时，相对误差略大，这与附录二中关于不对称问题的分析基本吻合。

七、讨 论

上述新方案的实质在于，用增加一次 V_1 (或 R_1) 测量的办法，使探针间距和样品几何因素的影响自动地反映在测量结果中。比较(1)式和(14)式，对于无穷大薄层，在用某一探针头进行测量时，从实际所得的 K 值是否等于 1，就可以判断该探针头的针距是否相等。 K 反映了针距因素。对于有限尺寸小样品，比较(2)式和(14)式，得到

$$CF = \left(\frac{\pi}{\ln 2}\right) K = \left(\frac{\pi}{\ln 2}\right) \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) f\left(\frac{R_1}{R_2}\right).$$

显然， K 值不仅反映了针距不等的因素，同时也包括了边界的影响。结论是：样品几何尺寸和探针间距这两者的影响，都由测量结果直接表现了出来，或曰进行了“自动校正”。

附 录 一

设 $2\pi R_1 = x_1$, $2\pi R_2 = x_2$, 则

$$\exp(-x_1/R_2) + \exp(-x_2/R_2) = 1. \quad (\text{A.1})$$

令

$$x_1 = \left(\frac{1}{2}\right) [(x_1 + x_2) + (x_1 - x_2)], \quad x_2 = \left(\frac{1}{2}\right) [(x_1 + x_2) - (x_1 - x_2)], \quad (\text{A.2})$$

把(A.2)式代入(A.1)式

$$\exp\left(-\frac{x_1 + x_2}{2R_2}\right) \left[\exp\left(-\frac{x_1 - x_2}{2R_2}\right) + \exp\left(+\frac{x_1 - x_2}{2R_2}\right) \right] = 1, \quad (\text{A.3})$$

亦即

$$\exp\left(-\frac{x_1 + x_2}{2R_2}\right) \text{ch} \frac{(x_1 - x_2)}{2R_2} = \frac{1}{2}. \quad (\text{A.4})$$

令

$$\frac{(x_1 + x_2)}{2R_2} = \frac{(\ln 2)}{f}, \quad (\text{A.5})$$

则

$$R_2 = \frac{x_1 + x_2}{2 \ln 2} f = \frac{\pi}{\ln 2} (R_1 + R_2) f.$$

然而 f 是怎样一个函数？把(A.5)式代入(A.4)式，得到

$$\begin{aligned} \exp\left(-\frac{\ln 2}{f}\right) \text{ch} \left(\frac{x_1 - x_2}{2R_2} \times \frac{x_1 + x_2}{x_1 + x_2}\right) &= \exp\left(-\frac{\ln 2}{f}\right) \text{ch} \left(\frac{x_1 - x_2}{x_1 + x_2} \times \frac{\ln 2}{f}\right) \\ &= \exp\left(-\frac{\ln 2}{f}\right) \text{ch} \left(\frac{\left(\frac{x_1}{x_2}\right) - 1}{\left(\frac{x_1}{x_2}\right) + 1} \times \frac{\ln 2}{f}\right) = \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

已知 $x_1/x_2 = R_1/R_2$, (A.6) 式可以写成

$$\operatorname{ch} \left(\frac{\left(\frac{R_1}{R_2} \right) - 1}{\left(\frac{R_1}{R_2} \right) + 1} \times \frac{\ln 2}{f} \right) = \frac{1}{2} \exp \frac{\ln 2}{f} = 2^{(1/f)-1}. \quad (\text{A.7})$$

因此

$$\operatorname{arch} [2^{(1/f)-1}] = \frac{\left(\frac{R_1}{R_2} \right) - 1}{\left(\frac{R_1}{R_2} \right) + 1} \times \frac{\ln 2}{f}, \quad (\text{A.8})$$

所以

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{\ln 2}{f} + \operatorname{arch} [2^{(1/f)-1}]}{\frac{\ln 2}{f} - \operatorname{arch} [2^{(1/f)-1}]}. \quad (\text{A.9})$$

另一方面, 当 s_1 , s_2 和 s_3 具有任意数值时, 可能出现两种情况: $R_1/R_2 \leq 1$ 和 $R_1/R_2 > 1$. 为使 (A.9) 式能够反映出这两种情况, 并且注意到 $\operatorname{ch} x = \operatorname{ch}(-x) = y$, 因而 $\operatorname{arch} y = -x$ 和 $\operatorname{arch} y = x$, 应该把 (A.9) 式写成

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{\ln 2}{f} \pm |\operatorname{arch} [2^{(1/f)-1}]|}{\frac{\ln 2}{f} \mp |\operatorname{arch} [2^{(1/f)-1}]|}. \quad (\text{A.10})$$

在用直线四探针测量薄层电阻的实践中, 针间距离一般并非相差悬殊, 常常遇到的是 $R_1 < R_2$, 所以我们采用的辅助函数 $f(R_1/R_2)$ 就是前面的(11)式. 图 2 就是按照(11)式计算的曲线, 它是对 Van der Pauw 辅助函数 ($R_1/R_2 > 1$) 的补充和发展.

附 录 二

上面讨论矩形小样品时, 曾以探针位于样品中心为条件. 不难证明, 若探针在 y 方向上有偏离, 则左右两侧电流镜像因偏离而带来的影响相互抵消, 不引进误差; 当在 x 方向有偏离时, 只有半数镜像使测量结果受到影响. 以样品较窄这个较坏情况为例, 若偏离较大, 例如约为 $(1/4)d$, 则相对电压误差 1% 左右, 此时严格来讲 $\exp(-2\pi R_1/R_2) + \exp(-2\pi R_2/R_1)$ 已不等于 1 (误差 0.5%). 探针在 x 方向偏离对 R_2 测量结果带来的相对误差大约 2—3%. 若样品较宽, 相对偏离减小, 误差当然也减小.

刘增禄同志对本工作曾给予大力支持和帮助, 特此致谢.

参 考 文 献

- [1] F. M. Smits, *The Bell System Technical Journal*, 37 (1958), 711.
- [2] M. A. Logan, *The Bell System Technical Journal*, 40 (1961), 885.
- [3] M. A. Green, M. W. Gunn, *Solid-State Electronics*, 14 (1971), 1167.
- [4] M. A. Logan, *The Bell System Technical Journal*, 46 (1967), 2277.
- [5] G. Buehler Martin, Thurber W Robert, *Solid-State Electronics*, 20 (1977), 403.
- [6] L. J. Van der Pauw, *Philips Technical Rev.*, 20 (1958—1959), 220.

A NEW MODE OF FOUR-POINT PROBE TECHNIQUE FOR THE MEASUREMENT OF SEMICONDUCTOR SHEET RESISTANCE

SU CHANG-HOU

ABSTRACT

A new method for measuring sheet resistance of semiconductor using four-point probe has been developed. Its characteristics are as follows, (a) the distances between probes can be unequal for the large thin slices as well as for the samples with finite extent. The result obtained does not depend on the probe spacings. Errors due to unequal probe spacings are eliminated; (b) it is not necessary to take into account the geometry corrections for the rectangular and circular small specimens. The knowledge of its dimensions, so that, is needless. The value of the resistance can be determined from electrical measurement only.