

广义相对论中自转球体的引力 质量亏损和转动质量效应*

朱 世 昌

(上海师范学院物理系)

一、引 言

组成球体的各质量元之间的引力相互作用是产生引力质量亏损的原因,如果先将组成球体的各质量元 dm_0 分散于任何引力场之外,然后将它们集合在一起组成球体,则由于各质量元之间的引力相互作用,整个球的质量 m 将较 m_0 亏损 (m_0 为无自身引力相互作用的静质量).

$$m_0 = \int dm_0. \quad (1)$$

Ghose 和 Probhat Kumar^[1] 提出过静止对称均质球体的引力质量亏损公式为

$$m_0 = \frac{4\pi\mu}{2} R^3 \left[\sin^{-1} \left(\frac{r_a}{R} \right) - \frac{r_a}{R} \left(1 - \frac{r_a^2}{R^2} \right)^{1/2} \right], \quad (2)$$

式中 μ 为常密度, r_a 为球半径, R 为 Schwarzschild 半径 ($R^2 = 3c^2/8\pi K\mu$).

在具有自转的球体情况下,球体的总能量包括静能,引力结合能和动能等项,在 Ghose 理论中没有考虑自转,对于自转球体必须考虑到转动能量相应的转动质量部分和相应的引力质量亏损.本文计算了具有恒定角速度 Ω 绕 Z 轴自转的均质球体的引力质量亏损和转动质量,以此出发讨论了自转球体的 Eötvös 实验,并提出了对 Williams 等人实验结果的分析.

二、自转球体的引力质量亏损和转动质量效应

我们不考虑带电球体,于是表征自转球体的整体特性的是质量 m 和角动量 J , 或用 m 和 a 两个量 (a 为单位质量的角动量).

对于绕 Z 轴以恒定角速度 Ω 自转的均质对称球体,由于运动具有轴对称性和稳定性,这是一类稳定引力场. Kerr^[2] 度规适用于描述这类轴对称稳定引力场,将 Kerr 度规经适当变换可表示为 Boyer-Lindquist 形式^[3]:

$$ds^2 = \Sigma \left(\frac{dr^2}{\Delta} + d\theta^2 \right) + (r^2 + a^2) \sin^2 \theta d\varphi^2 - dt^2 + \frac{2mr}{\Sigma} (a \sin^2 \theta d\varphi + dt)^2,$$

* 1978年4月24日收到.

$$\begin{aligned}\Sigma(r, \theta) &= r^2 + a^2 \cos^2 \theta, \\ \Delta(r) &= r^2 + a^2 - 2mr.\end{aligned}\quad (3)$$

为了以后运算时与有关文献中的单位和坐标统一起见,我们将(3)式中的 ds^2 变换成下列形式:

$$\begin{aligned}ds^2 &= \left[1 - \frac{2Kmr}{c^2(r^2 + a^2 \cos^2 \theta)}\right] c^2 dt^2 - \left(\frac{r^2 + a^2 \cos^2 \theta}{r^2 + a^2 - \frac{2Kmr}{c^2}}\right) dr^2 - (r^2 + a^2 \cos^2 \theta) d\theta^2 \\ &+ \frac{4Kmra}{c^2(r^2 + a^2 \cos^2 \theta)} \sin^2 \theta d\varphi dt - \left[r^2 + a^2 + \frac{2Kmra^2 \sin^2 \theta}{c^2(r^2 + a^2 \cos^2 \theta)}\right] \sin^2 \theta d\varphi^2.\end{aligned}\quad (4)$$

为简化书写,令

$$\begin{aligned}X &= 1 - \frac{2Kmr}{c^2(r^2 + a^2 \cos^2 \theta)}, \quad Y = \frac{r^2 + a^2 \cos^2 \theta}{r^2 + a^2 - \frac{2Kmr}{c^2}}, \\ Z &= r^2 + a^2 \cos^2 \theta, \quad U = \frac{4Kmra}{c^2(r^2 + a^2 \cos^2 \theta)} \sin^2 \theta, \\ V &= \left[r^2 + a^2 + \frac{2Kmra^2 \sin^2 \theta}{c^2(r^2 + a^2 \cos^2 \theta)}\right] \sin^2 \theta.\end{aligned}\quad (5)$$

从(4)式度规出发,采用 Jaen^[4] 的方法,可找到下列质量关系式(在 $\dot{r} = 0$, $\dot{\theta} = 0$ 和 $\dot{\varphi} = \Omega$ 的情况下):

$$m = m_0 \left[\frac{X}{\left(X + U \frac{\Omega}{c} - V \frac{\Omega^2}{c^2}\right)^{1/2}} + \frac{U}{\left(X \frac{c^2}{\Omega^2} + U \frac{c}{\Omega} - V\right)^{1/2}} \right]. \quad (6)$$

我们将上述解应用于自转球体内部,并考虑未接近光速的旋转,将上式变换成微分形式

$$dm_0 = \frac{\left\{X + U \frac{\Omega}{c} - V \frac{\Omega^2}{c^2}\right\}^{1/2}}{X} dm. \quad (7)$$

球体自转时,其内部存在较复杂的力学效应,一般达到稳定平衡状态时将不再是球形.当我们选取不同的球体力学模型时,其稳定平衡状态将随之而变.我们假定自转球体达到稳定平衡状态时十分接近于旋转椭球¹⁾.引入椭球参数 β 表征之.

$$r = r_a(1 + \beta \cos^2 \theta)^{-1/2}, \quad \beta = \frac{r_a^2}{r_b^2} - 1. \quad (8)$$

上式中 r_b 为 Z 轴上的短半轴, r_a 为赤道长半轴.我们假定自转球体的密度 μ 保持为常数,同时将旋转椭球当作类刚体转动处理,椭球质量 m 和角动量 J 分别为

$$m = \frac{4\pi\mu}{3} \frac{r_a^3}{\sqrt{1+\beta}}, \quad J = mac = \eta m r_a^2 \Omega, \quad (9)$$

式中 η 为一参数.

将 Kerr 度规应用于球体内部时,(7)式中的 m 和 a 是变量,分别用 m_i 和 a_i 表示之,它们分别表示内椭球的相应质量和单位质量的角动量.

1) 参见 B. A. 福克著《时间·空间和引力理论》一书.

$$m_i = \frac{4\pi\mu}{3} \frac{r_i^3}{\sqrt{1+\beta}}, \quad r = r_i(1 + \beta \cos^2 \theta)^{-1/2},$$

$$J_i = m_i a_i c, \quad a_i = \eta \frac{r_i^2 Q}{c} = a \frac{r_i^2}{r_a^2}, \quad (10)$$

式中 r_i 为内椭球赤道长半轴, 将上式代入 (7) 式可进行积分, 将被积函数用幂级数展开, 得下列质量公式:

$$m_0 = \sum_{i=1}^{\infty} m_{0i} = 2\pi\mu \int_0^{\pi} (1 + \beta \cos^2 \theta)^{-3/2} \sin \theta d\theta \int_0^{r_a} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2} F + R \right) \right. \\ \left. + \left(R^2 - \frac{1}{2} R F - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4} F^2 \right) + \left(R^3 - \frac{1}{2} R^2 F \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4} R F^2 - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6} F^3 \right) + \dots \right\} r_i^2 dr_i. \quad (11)$$

上式中 R 和 F 分别如下:

$$R = \frac{8\pi\mu K r_i^2 (1 + \beta \cos^2 \theta)^{1/2}}{3c^2 \sqrt{1+\beta} \left[1 + \frac{a^2 r_i^2}{r_a^4} (1 + \beta \cos^2 \theta) \cos^2 \theta \right]},$$

$$F = \frac{Q^2}{c^2} \left[r_i^2 (1 + \beta \cos^2 \theta)^{-1} + a^2 \frac{r_i^4}{r_a^4} \right] \sin^2 \theta$$

$$+ \frac{8\pi\mu K r_i^2 (1 + \beta \cos^2 \theta)^{1/2}}{3c^2 \sqrt{1+\beta} \left[1 + \frac{a^2 r_i^2}{r_a^4} (1 + \beta \cos^2 \theta) \cos^2 \theta \right]}$$

$$- \frac{16\pi\mu K Q a (1 + \beta \cos^2 \theta)^{1/2} r_i^4}{3c^3 \sqrt{1+\beta} r_a^2 \left[1 + \frac{a^2 r_i^2}{r_a^4} (1 + \beta \cos^2 \theta) \cos^2 \theta \right]}$$

$$+ \frac{8\pi\mu K a^2 Q^2 (1 + \beta \cos^2 \theta)^{1/2} \sin^4 \theta r_i^6}{3c^4 \sqrt{1+\beta} r_a^4 \left[1 + \frac{a^2 r_i^2}{r_a^4} (1 + \beta \cos^2 \theta) \cos^2 \theta \right]}.$$

(11) 式无穷项积分中后一括号内各项较前一括号内的对应项增加一个 $\frac{1}{c^2}$ 因子, 在实际的未接近光速旋转情况下, 计算时取前几项已足够了.

(11) 式中第一个括号内

$$m_{01} = 2\pi\mu \int_0^{\pi} (1 + \beta \cos^2 \theta)^{-3/2} \sin \theta d\theta \int_0^{r_a} \left(1 - \frac{1}{2} F + R \right) r_i^2 dr_i$$

$$= 2\pi\mu \int_0^{\pi} (1 + \beta \cos^2 \theta)^{-3/2} \sin \theta d\theta$$

$$\times \int_0^{r_a} \left\{ 1 + \frac{4\pi\mu K r_i^2 (1 + \beta \cos^2 \theta)^{1/2}}{3c^2 \sqrt{1+\beta} \left[1 + \frac{a^2 \cos^2 \theta}{r_a^4} r_i^2 (1 + \beta \cos^2 \theta) \right]} \right. \\ \left. - \frac{Q^2}{2c^2} \left[r_i^2 (1 + \beta \cos^2 \theta)^{-1} + \frac{a^2 r_i^4}{r_a^4} \right] \sin^2 \theta \right\} r_i^2 dr_i$$

$$+ \frac{8\pi\mu Ka\Omega(1+\beta\cos^2\theta)^{1/2}}{3c^3\sqrt{1+\beta r_a^2}\left[1+\frac{a^2\cos^2\theta}{r_a^4}r_i^2(1+\beta\cos^2\theta)\right]}r_i^4 \\ - \frac{4\pi\mu Ka^2\Omega^2(1+\beta\cos^2\theta)^{1/2}\sin^4\theta}{3c^4\sqrt{1+\beta r_a^2}\left[1+\frac{a^2\cos^2\theta}{r_a^4}r_i^2(1+\beta\cos^2\theta)\right]}r_i^6\left\}r_i^2dr_i,$$

上式积分后表式中的前几项可列出于下:

$$m_{01} = m + \frac{3Km^2}{5c^2r_a}\sqrt{1+\frac{1}{\beta}\tan^{-1}\sqrt{\beta}} - \frac{m\Omega^2r_a^2}{5c^2} \\ - \frac{3m\Omega^2a^2}{14c^2}\left[1 - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n+1}\frac{\beta^{n-1}}{(\sqrt{1+\beta})^{2n}}\right] \\ - \frac{Km^2a^2}{7c^2r_a^3}\sqrt{1+\beta} + \frac{6m^2Ka\Omega}{7c^3r_a}\sqrt{1+\frac{1}{\beta}\tan^{-1}\sqrt{\beta}}\dots, \quad (12)$$

上式中各项的物理意义大体上可这样分,第二项 $\frac{3Km^2}{5c^2r_a}\sqrt{1+\frac{1}{\beta}\tan^{-1}\sqrt{\beta}}$ 为引力质量亏损项,第三项 $\frac{m\Omega^2r_a^2}{5c^2}$ 为经典物理和狭义相对论中转动动能所对应的转动质量 m_R ,余下几项分别表示 m 与 m_R 之间以及 m_R 和 m_R 之间的引力相互作用所对应的质量部分,对于 $m_{02}, m_{03}\dots$ 等各高次项可依此类推,它们分别对应于引力质量亏损和转动质量效应的各高次效应,随着转速的增高,这些高次项越显示出重要性,转动质量效应和引力质量亏损是相反的效应,前者引起质量增长,而后者引起亏损。

三、低速近似解

当自转线速较小($r_a\Omega \ll c$)时,由于 a 正比于 $\frac{r_a^2\Omega}{c}$,于是 $r \gg a$,则(11)式中有关 a 的各项可忽略。在低速近似下,旋转椭球接近于球体($\beta \ll 1$),故(11)式积分为

$$m_0 = 2\pi\mu \int_0^{r_a} \frac{r^2}{(1-r^2/R^2)} dr \int_0^\pi \left(1 - \frac{r^2}{R^2} - \frac{\Omega^2 r^2}{c^2} + \frac{\Omega^2 r^2}{c^2} \cos^2\theta\right)^{1/2} \sin\theta d\theta,$$

式中 R 为 Schwarzschild 半径,上式对 θ 积分后得

$$m_0 = 2\pi\mu \int_0^{r_a} \left\{ (1-r^2/R^2)^{1/2} + \frac{c}{2\Omega r} (1-r^2/R^2 - \Omega^2 r^2/c^2) \right. \\ \left. \cdot \ln \frac{1+(1-r^2/R^2)^{-1/2}\Omega r/c}{1-(1-r^2/R^2)^{-1/2}\Omega r/c} \right\} \frac{r^2}{(1-r^2/R^2)} dr.$$

将 $\ln \left\{ \frac{1+(1-r^2/R^2)^{-1/2}\Omega r/c}{1-(1-r^2/R^2)^{-1/2}\Omega r/c} \right\}$ 用级数展开,得下列积分:

$$m_0 = -4\pi\mu \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Omega^{2n}}{(2n-1)(2n+1)c^{2n}} \int_0^{r_a} \frac{r^{2(n+1)}}{(1-r^2/R^2)^{2n+1/2}} dr. \quad (13)$$

速近似解。

当 $\Omega = 0$ 时, 上式只有 $n = 0$ 项存在, 可表示为

$$m_0 = 4\pi\mu \int_0^{r_a} \frac{r^2}{(1 - r^2/R^2)^{1/2}} dr = \frac{4\pi\mu}{2} R^3 [\sin^{-1}(r_a/R) - (1 - r_a^2/R^2)^{1/2} r_a/R], \quad (14)$$

上式即静止球体的引力质量亏损公式, 与 Ghose 的(2)式一致.

$n \geq 1$ 的各项表示转动质量部分, 例如 $n = 1$ 项为

$$-\frac{4\pi\mu\Omega^2}{3c^2} \int_0^{r_a} \frac{r^4}{(1 - r^2/R^2)^{3/2}} dr = -\frac{4\pi\mu\Omega^2}{3c^2} \left\{ \frac{3}{2} r_a R^4 (1 - r_a^2/R^2)^{1/2} + r_a^3 R^2 (1 - r_a^2/R^2)^{-1/2} - \frac{3}{2} R^5 \sin^{-1}(r_a/R) \right\}. \quad (15)$$

$n = 2$ 项为

$$-\frac{4\pi\mu\Omega^4}{15c^2} \int_0^{r_a} \frac{r^6}{(1 - r^2/R^2)^{5/2}} dr = -\frac{4\pi\mu\Omega^4}{15c^4} \left\{ (1 - r_a^2/R^2)^{-3/2} \left(\frac{10}{3} r_a^3 R^4 - \frac{1}{2} r_a^5 R^2 - \frac{5}{2} r_a R^6 \right) + \frac{5}{2} R^7 \sin^{-1}(r_a/R) \right\}. \quad (16)$$

在低速情况下, 转动质量部分一般取 $n = 1$ 或 $n = 1, 2$ 等项已足够精确. 若 n 取 0 到 2, 则将 (14), (15), (16) 式代入 (13) 式并用幂级数展开后可得

$$m_0 = m + \left(\frac{3K}{5c^2 r_a} m^2 + \frac{9K^2}{14c^4 r_a^2} m^3 + \dots \right) - \left(\frac{1}{5} \frac{\Omega^2 r_a^2}{c^2} m + \frac{1}{35} \frac{\Omega^4 r_a^4}{c^4} m + \dots \right) + \left(\frac{3K\Omega^2 r_a^2}{7c^4 r_a} m + \frac{3}{32} \frac{K\Omega^4 r_a^4}{c^6 r_a} m^2 + \dots \right) - \dots. \quad (17)$$

上式右边第一个括号内各项为引力质量亏损值, 第二个括号内各项为转动动能相应的转动质量, 第三个括号内各项为转动质量和球体质量之间的引力相互作用相应的质量亏损部分, 余依此类推.

四、讨 论

(一) 在无自转的情况下, Dicke 等人^[5] 对均质球体的质量亏损进行了估算, 这一估算具有近似的性质. 在一般的情况下可从(17)式来计算, 在 $\Omega = 0$ 时, 在忽略 K^2/c^4 以上各高次项后, 可得均质球体引力质量相对亏损值为

$$\Delta = \frac{3Km^2/5c^2 r_a}{m} = \frac{3Km}{5c^2 r_a} = 0.8\pi K\mu r_a^2/c^2. \quad (18)$$

由此可见, Dicke 的结果是一级近似值, 其条件为 $c^2 r_a \gg Km$, 对于不符合上述条件的大尺度天体, 或黑洞的情况下, 上式的近似条件不能成立.

此外, 有必要指出, Nordtvedt^[6] 在 1968 年从引力结合能为 $K \int \mu(\mathbf{x})\mu(\mathbf{x}') \frac{d^3x d^3x'}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}$ 的定义出发, 计算球体引力质量相对亏损值 $\Delta = (6/5) Km/c^2 r_a^2$, 此结果是错误的, 较实际的一级近似值大一倍.

现在比较一下 Nordtvedt 效应和转动质量效应的数量级大小, 对于 Eötvös 实验来说, 若实验物体的线度 $r_a = 10$ cm, 则 Nordtvedt 效应可从 (18) 式估算已足够精确, 其引

力质量相对亏损值 Δ 约为 10^{-25} 。目前实验的精确度^[7,8]已达到 10^{-11} 到 10^{-12} 数量级,因此 Nordtvedt 效应目前无法在实验室中测量,只能在大尺度天体中进行。

如果用自转球体来进行 Eötvös 实验,则其转动质量取(17)式中转动质量部分的第一项来计算

$$\Delta_r = \frac{1}{5} \frac{Q^2 r_a^2}{c^2} m/m = \frac{1}{5} \frac{Q^2 r_a^2}{c^2} \approx 8 \frac{n^2 r_a^2}{c^2} \quad (19)$$

已够精确。式中 n 为转速,若同样取自转球体的半径 $r_a = 10 \text{ cm}$, 当

$$n = 1, \quad \Delta_r \approx 10^{-18};$$

$$n = 100, \quad \Delta_r \approx 10^{-14};$$

$$n = 1000, \quad \Delta_r \approx 10^{-12}.$$

由此可见,即使 $n = 1$, 此项转动质量效应已远远超过 Nordtvedt 效应,如果 Eötvös 实验的精确度能达到此量级,可进行这类旋转球体的 Eötvös 实验。

(二) Nordtvedt^[6] 首先提出了引力质量和惯性质量是否等效可从大尺度天体实验观察中得到检验,由于 Δ 和 m 与 r_a 有关,对于大尺度天体其 Δ 相应增大,例如地球的 $\Delta_e \cong 4.6 \times 10^{-10}$,如果引力质量亏损造成引力质量和惯性质量之间的差异,将对地球-月球轨道产生影响,即开普勒第三定律在考虑 Nordtvedt 效应后应予修正。从 1969 年 8 月到 1975 年 5 月用激光月球测距仪测量地球-月球轨道,检验了 Nordtvedt 效应,1976 年根据 Williams^[5] 等人对实验数据的分析,得到引力质量和惯性质量之比为

$$\frac{m_g}{m_i} = 1 \pm 1.5 \times 10^{-11}. \quad (20)$$

实验误差小于 1.5×10^{-11} ,即实验结果表明,引力结合能所引起的引力质量亏损的理论值大于引力质量和惯性质量之间在实验上的可能差异,从 Nordtvedt^[9] 理论出发分析实验结果认为参数 $\eta = 0.00 \pm 0.03$ 。但为什么引力质量亏损值不是全部产生引力质量和惯性质量之间的差别呢?这是难以从 Nordtvedt 理论中得到解释的。

在强相互作用领域中,结合能所引起质量亏损并不引起引力质量和惯性质量之间的差别,这是已被 Eötvös 实验高达 10^{-12} 的精确度所证实的,它比各种原子核由于结合能所引起质量亏损高八个数量级,即等效原理适用于强相互作用领域。在引力相互作用领域中,引力结合能所引起质量亏损对地球来说,比 Williams 等人实验结果大 30 倍,因此,我们不能认为引力结合能所引起质量亏损是产生引力质量和惯性质量差别的原因。

需要指出,无论是 Nordtvedt 还是 Dicke,在他们的理论分析中都没有考虑到地球的转动质量效应。若将地球当作旋转椭球,其 $\beta = 0.0068$, $a = 326$, $Km \approx 4 \times 10^{20}$, $c^2 r_a \approx 5.7 \times 10^{29}$, $Qr_a \approx 4.65 \times 10^4$ 其引力质量相对亏损值由(12)式可知为

$$\Delta_e = \frac{3Km^2}{5c^2 r_a} \sqrt{1 + \frac{1}{\beta} \tan^{-1} \sqrt{\beta}} \approx 4.6 \times 10^{-10},$$

即考虑地球的实际变形后其亏损值仅影响到第四位数。当然上述计算忽略了地球实际质量分布的不均匀性。

由于地球有下列参数:

$$\frac{a}{r_a} \approx 5.1 \times 10^{-7}, \quad \frac{Km}{c^2 r_a} \approx 7 \times 10^{-10},$$

$$\frac{Q^2 r_a^2}{c^2} \approx (1.55 \times 10^{-6})^2,$$

因此计算地球的转动质量 m_R 时用下式已足够精确:

$$m_R = \frac{1}{5} \frac{Q^2 r_a^2}{c^2} m = 2.37 \times 10^{15} \text{ 克}, \quad (21)$$

于是地球的转动质量和地球质量之比为

$$\Delta_r = \frac{m_R}{m} \approx 4 \times 10^{-13}. \quad (22)$$

由此可见,地球的转动质量效应完全在 Williams 实验的误差范围内.

如果引力质量亏损并不引起引力质量和惯性质量之间的差异,那么等效原理同样可适用于引力相互作用领域,即引力质量亏值对引力质量和惯性质量的影响是同样的,而自转所引起的转动质量对引力质量和对惯性质量的影响也是同样的,所以 Nordtvedt 效应和转动质量效应并不动摇等效原理,即地球的引力质量和惯性质量等效.

$$m_i = m_g \approx m_0 - \frac{3K}{5c^2 r_a} m^2 + \frac{Q^2 r_a^2}{5c^2} m.$$

地球-月球的实际轨道决定于 m_g (或 m_i), 而不是决定于 m_0 , 或 $m_0 - \left(\frac{3Km^2}{5c^2 r_a}\right)$. Williams 实验中必须考虑到转动质量效应, 由于其实验误差范围大于转动质量效应, 所以尚待有较 Williams 更精确的实验, 即误差范围小于转动质量效应的实验来证实这一点.

参 考 文 献

- [1] J. K. Ghose and Prabhat Kumar, *Phys. Rev. D*, **13** (1976), 2736.
- [2] Roy P. Kerr, *Phys. Rev. Lett.*, **11** (1963), 237.
- [3] R. H. Boyer and R. W. Lindquist, *J. Math. Phys.*, **8** (1967), 265.
- [4] Jong K., Jaen, *Phys. Rev.*, **163** (1967), 1361.
- [5] J. G. Williams, R. H. Dicke ..., *Phys. Rev. Lett.*, **36** (1976), 355.
- [6] K. Nordtvedt, Jr., *Phys. Rev.*, **169** (1968), 1014; **169** (1968), 1017.
- [7] P. G. Roll, R. Krotkov and R. H. Dicke, *Ann. Phys. (N. Y.)*, **26** (1964), 242.
- [8] V. B. Brangisky and V. I. Panov, *Zh. EKSP, Teor. Fiz.*, **61** (1972), 873.
- [9] K. Nordtvedt, Jr., *Phys. Rev. D*, **3** (1971), 1683; **7** (1973), 2347; C. M. Will, *Astrophys. J.*, **169** (1971), 141. K. Nordtvedt, Jr. and C. M. Will, *Astrophys. J.*, **177** (1972), 775.

GRAVITATIONAL MASS DEFECT AND ROTATIONAL MASS EFFECT FOR A ROTARY SOLID SPHERE IN GENERAL THEORY OF RELATIVITY

ZHU SI-CHANG

(Department of Physics, Shanghai teachers College)