

磁化等离子体的纵向电阻率*

蔡诗东

(中国科学院物理研究所)

吴京生

(美国马利兰大学物理科学与技术研究所)

提 要

从动力论方程出发,推导并讨论了磁化与非磁化等离子体的纵向电阻率. 结果是: (1)各向同性磁化等离子体的电阻率约为非磁化者的1.5倍; (2)对各向异性的等离子体而言,磁化后的电阻率约与 $T_{\perp}T_{\parallel}^{1/2}$ 成正比, 但非磁化时的电阻率则与 $T_{\perp}T_{\parallel}^{1/2}$ 成正比. 以上的差异主要是来自外磁场对电子运动轨迹的作用. 同时本文亦论述了在讨论经典电阻率时,静态屏蔽作用是主要的,而动力屏蔽对电阻率的影响是可以忽略不计的.

一、引 言

自从等离子体物理发展的早期开始,电阻率的计算就受到广泛的注意. Chapman 与 Cowling 首先写出了弱离化气体的电阻率^[1]. 在五十年代初期, Spitzer 等^[2]与 Braginskii^[3]讨论了完全离化等离子体的电阻率. 后来 Braginskii 的评论文章^[4]中作了系统的讨论,其结果被大家广泛采用.

然而,严格地说,现在通用的电阻率的理论表达式,由于它没有考虑外磁场对库伦碰撞的作用,而不一定适用于磁化等离子体. 还有磁化等离子体的温度,经常是各向异性的,这使得电阻率的物理图象更加复杂.

本文的目的是讨论外磁场及温度各向异性对电阻率的影响. 我们从 Rostoker^[5] 以及其他人^[6-8]所得的福克-普朗克方程出发,局限在讨论纵向(沿外磁场)的电阻率,并只考虑外加静电场 E_0 远小于 Dreicer^[9] 的临界电场的情况.

二、纵向电阻率的推导

1. 非磁化各向异性等离子体

一般推导完全离化等离子体的输运系数往往是应用朗道^[10]所得到的福克-普朗克方程. 朗道的动力论方程忽略了 Lenard^[11], Balescu^[12] 与 Guernsey^[13] 的理论中的动力屏蔽效

* 1978年11月29日收到.

应。因此其表达式较为简单。朗道方程可以写成

$$\frac{\partial F_\alpha}{\partial t} - \frac{|e|}{m_\alpha} E_0 \frac{\partial F_\alpha}{\partial v_\parallel} = \sum_\alpha \frac{2e_\alpha^2 e^2 n_\alpha}{m_\alpha^2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \cdot \int d^3 k \int d^3 v' \times \frac{\mathbf{k} \mathbf{k}}{k^2} \delta(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}') \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} - \frac{m_\alpha}{m_\alpha} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}'} \right) F_\alpha(\mathbf{v}) F_\alpha(\mathbf{v}'). \quad (1)$$

这里 F 是分布函数, 下角标 α 代表粒子种类 ($\alpha = e$ 表示电子, $\alpha = i$ 表示离子), m 为质量, e 为电子电荷, n 为密度, E_0 为外加弱静电场, $\mathbf{v}$ 与 $\mathbf{v}'$ 为速度矢量。

按照一般的假设, 在弱电场的作用下离子由于质量很大, 基本上不受外电场的影响, 它可以被作为定态的背景看待。电子可按洛伦兹模型处理, 写成一个平移的麦克斯韦分布, 这在讨论电阻率问题是合理的。这个模型实质上是认为电阻率主要是决定于电子与离子间的动量交换。后面将进一步讨论这个问题。又因为我们只是对比较磁化与非磁化等离子体的纵向电阻率感兴趣, 所以将采用上述的模型。

为简单起见, 取冷离子近似, 分布函数, 因此写成

$$F_i(\mathbf{v}') = \frac{1}{\pi v_{\perp}'} \delta(v_{\perp}') \delta(v_{\parallel}'). \quad (2)$$

这近似所引入的误差只有 m_e/m_i 的量级。同时如前面所说, 电子分布函数取

$$F_e(\mathbf{v}) = \frac{1}{\pi^{\frac{3}{2}} v_{e\parallel} v_{e\perp}^2} \exp \left[-\frac{(v_{\parallel} - V_0)^2}{v_{e\parallel}^2} - \frac{v_{\perp}^2}{v_{e\perp}^2} \right]. \quad (3)$$

这里 V_0 是由 E_0 引起的平均速度。

假设由于外电场与碰撞摩擦力相平衡, 保持一个定态。将(2)式代入(1)式, 并对各项乘以 $v_{\parallel}$, 再就 $\mathbf{v}$ 空间积分获得

$$E_0 = -\frac{8\pi|e|e_i^2 n_i}{m_e} \int d^3 k \int_0^\infty v_{\perp} dv_{\perp} \frac{k_{\parallel}}{|k_{\parallel}|} \frac{1}{k^4} \left\{ k_{\parallel} \frac{V_0}{v_{e\parallel}^2} + k_{\perp} \left(\frac{1}{v_{e\parallel}^2} - \frac{1}{v_{e\perp}^2} \right) v_{\perp} \right\} F_e \left(-\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{k_{\parallel}} - V_0, v_{\perp} \right).$$

再把(3)式代入上式, 积出 $v_{\perp}$ 后取到 V_0 的一次项, 得到纵向电阻率

$$\eta_{\parallel} = \frac{E_0}{J_{\parallel}} = \frac{E_0}{n_e |e| V_0} = \frac{4\pi^{\frac{1}{2}} e_i^2 n_i}{m_e n_e v_{e\parallel}^3} \varepsilon^{\frac{1}{2}} \int_0^\infty dy \int_0^\infty dx \frac{x^{\frac{1}{2}}}{(y + \varepsilon x)^{\frac{1}{2}} (x - y)^2} \times \left[1 + \frac{2(\varepsilon - 1)y}{y + \varepsilon x} \right]. \quad (4)$$

这里 $\varepsilon \equiv T_{e\parallel}/T_{e\perp}$, $x = k_{\parallel}^2$, $y = k_{\perp}^2$, 由于朗道方程的特性, (4)式积分必须对 k 引进上下截断, 以避免发散。我们取德拜波数 $k_D (= \lambda_D^{-1})$ 为下截断, 最小瞄准距的倒数 $k_{\max} = 6\pi n_e \lambda_D^2 / z_i$ (z_i 为离子数) 为上截断。经过一些运算后得到

$$\eta_{\parallel} = \frac{4\pi^{\frac{1}{2}} n_i e_i^2}{m_e n_e v_{e\parallel}^3} \Lambda G(\varepsilon). \quad (5)$$

这里

$$G(\varepsilon) = \frac{2}{\varepsilon - 1} \left\{ -5\varepsilon + \frac{\varepsilon^{\frac{1}{2}}(4\varepsilon + 1)}{(1 - \varepsilon)^{\frac{1}{2}}} \left[\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{若 } \varepsilon \leq 1; \\
 & = \frac{2}{\varepsilon - 1} \left\{ -5\varepsilon + \frac{\varepsilon^{\frac{1}{2}}(4\varepsilon + 1)}{2(\varepsilon - 1)^{\frac{1}{2}}} \ln |2\varepsilon - 1| \right. \\
 & \quad \left. + 2\varepsilon^{\frac{1}{2}}(\varepsilon - 1)^{\frac{1}{2}} \right\} \quad \text{若 } \varepsilon \geq 1.
 \end{aligned} \quad (6)$$

而 $\Lambda \equiv \ln(k_{\max}/k_D)$ 是库仑对数. 如果等离子体是各向同性, 则 $\eta_{\parallel}$ 可以简化为

$$\eta_{\parallel} = \frac{16\pi^{\frac{1}{2}}e_i^2 n_i}{3m_e n_e v_e^2} \Lambda. \quad (7)$$

将(7)式的结果与用洛伦兹气体模型所得到的 Spitzer 电阻率 $\eta_s^{[14]}$ 相比较, 发现

$$\eta_{\parallel}/\eta_s = 16/3\pi \simeq 1.7. \quad (8)$$

这二者间的差异可能是由于电子取了平移麦氏分布近似的缘故.

2. 磁化等离子体

在这种情形下, 库仑散射过程会受到外磁场 B_0 的影响, 因此严格地说(1)式已不适用, 我们将用 Rostoker^[5] 及其他作者^[6-9]所得到的福克-普朗克方程. 虽然这方程是在假设没有外电场作用的条件下得到的, 由于我们所假设的外电场非常弱, 这动力方程仍然可用. 有

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial F_e}{\partial t} - \frac{|e|}{m_e} E_0 \frac{\partial F_e}{\partial v_{\parallel}} = & \sum_a \frac{2e_a^2 e^2 n_a}{m_e^2} \sum_{m, m'=-\infty}^{\infty} \int d^3 k \int d^3 v' \left(\mathbf{k} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right)_m \\
 & \frac{J_m^2(k_{\perp} v_{\perp} / \Omega_e) J_{m'}^2(k_{\perp} v_{\perp} / \Omega_a)}{k^4 |\varepsilon^+(k_{\parallel} v_{\parallel} + m\Omega_e, \mathbf{k})|^2} \delta(k_{\parallel} v_{\parallel} + m\Omega_e - k_{\parallel} v'_{\parallel} - m'\Omega_a) \\
 & \left\{ \left(\mathbf{k} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right)_m - \frac{m_e}{m_a} \left(\mathbf{k} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}'} \right)_{m'} \right\} F_e(\mathbf{v}) F_a(\mathbf{v}').
 \end{aligned} \quad (9)$$

这里

$$\begin{aligned}
 \left(\mathbf{k} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right)_m &= k_{\parallel} \frac{\partial}{\partial v_{\parallel}} + \frac{m\Omega_e}{v_{\perp}} \frac{\partial}{\partial v_{\perp}}, \\
 |\varepsilon|^2 &= \varepsilon^- \varepsilon^+, \\
 \varepsilon^{\pm}(\omega, \mathbf{k}) &= 1 + \lim_{\Delta \rightarrow 0} \sum_a \frac{\omega_a^2}{k^2} \sum_n \int d^3 v \\
 & \quad \frac{J_n^2(k_{\perp} v_{\perp} / \Omega_a)}{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} - n\Omega_a \pm i\Delta} \left(k_{\parallel} \frac{\partial}{\partial v_{\parallel}} + \frac{n\Omega_a}{v_{\perp}} \frac{\partial}{\partial v_{\perp}} \right) F_a, \\
 \omega_a^2 &= \frac{4\pi n_a e_a^2}{m_a}, \quad \Omega_a = \frac{|e_a| B_0}{m_a c}.
 \end{aligned} \quad (10)$$

在(9)式中分母有个因子 $|\varepsilon|^2$ 表示动力屏蔽效应, 这在文献[15]中有仔细的讨论. 所有其它的符号都是在一般文献里所常用的, 这里不再赘述.

在弱电场作用下, 如前节一样, 假设电子是平移麦氏分布[与(3)式一样]

$$F_e(\mathbf{v}) = \frac{1}{\pi^{\frac{1}{2}} v_e v_{e\perp}^2} \exp \left(-\frac{(v_{\parallel} - V_0)^2}{v_e^2} - \frac{v_{\perp}^2}{v_{e\perp}^2} \right). \quad (11)$$

由于离子的质量大, 假设它不受弱电场的影响, 但这里要考虑离子的温度效应, 其分布可表达为

$$F_i(\mathbf{v}) = \frac{1}{\pi^{\frac{3}{2}} v_{i\parallel} v_{i\perp}^2} \exp\left(-\frac{v_{\perp}^2}{v_{i\perp}^2} - \frac{v_{\parallel}^2}{v_{i\parallel}^2}\right). \quad (12)$$

与前节一样,在定态过程的假设下,将(11)与(12)式代入(9)式,得到

$$\begin{aligned} E_0 = & -\frac{4|e|e_i^2 n_i}{m_e} \sum_{m,m'} \int d^3k \frac{k_{\parallel}^2}{k^4} I_{m'}(\mu_i) I_m(\mu_e) \\ & \times e^{-\mu_e - \mu_i} \int dv_{\parallel} \int dv'_{\parallel} \frac{\delta(k_{\parallel} v_{\parallel} - k_{\parallel} v'_{\parallel} + m\Omega_e - m'\Omega_i)}{|\epsilon(k_{\parallel} v'_{\parallel} + m'\Omega_i, \mathbf{k})|^2} \\ & \times \left(\frac{V_0}{v_{e\parallel}^2} - \frac{v_{\parallel}}{v_{e\parallel}^2} - \frac{m\Omega_e}{k_{\parallel} v_{e\perp}^2} + \frac{r v'_{\parallel}}{v_{i\parallel}^2} + \frac{r m'\Omega_i}{k_{\parallel} v_{i\perp}^2} \right) \\ & \times F_{e\parallel}(v_{\parallel} - V_0) F_{i\parallel}(v'_{\parallel}). \end{aligned} \quad (13)$$

这里 $r \equiv m_e/m_i$, $\mu_\alpha = k_{\perp}^2 v_{\alpha\perp}^2 / 2\Omega_\alpha^2$ 及 $F_{\alpha\parallel}(v_{\parallel}) = 2\pi \int_0^\infty dv_{\perp} v_{\perp} F_\alpha(v_{\parallel}, v_{\perp})$.

从(10)式有

$$\epsilon(\omega, \mathbf{k}) = 1 + \sum_a \chi_a(\omega, \mathbf{k}). \quad (14)$$

这里

$$\begin{aligned} \chi_a = & \frac{1}{k^2 \lambda_a^2} \left[1 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{\omega - k_{\parallel} V_a}{|k_{\parallel}| v_{a\parallel}} \right) Z \left(\frac{\omega - n\Omega_a - k_{\parallel} V_a}{k_{\parallel} v_{a\parallel}} \right) I_n(\mu_a) e^{-\mu_a} \right], \\ \lambda_a^2 = & T_a / 4\pi n_a e_a^2, \quad T_a = (T_{a\parallel} + 2T_{a\perp})/3, \end{aligned} \quad (15)$$

Z 为等离子体色散函数, V_a 为 α 类粒子的平均速度. 从(11)及(12)两式可以知道 $V_e = V_0$, $V_i = 0$.

从(13)式往后运算,采用一个适当的简化处理,即用静态屏蔽因子 $|1 + k_b^2/k^2|^2$ 取代 $|\epsilon|^2$, 这里

$$k_b^2 = \frac{1}{\lambda_b^2} = \frac{1}{\lambda_e^2} + \frac{1}{\lambda_i^2}.$$

因为外电场很弱,这意味着 $V_0 \ll V_e$, 分布函数(11)式可以如前节一样,按泰勒展开,取到 V_0 的一次项. 得到

$$\begin{aligned} E_0 = & -\frac{4\pi^{\frac{1}{2}}(1+r)|e|e_i^2 n_i V_0}{m_e \beta^{-\frac{1}{2}}} \sum_{m,m'=-\infty}^{\infty} \int_0^\infty dk_{\perp}^2 \int_0^\infty dk_{\parallel}^2 \\ & \frac{I_m(\mu_e) I_{m'}(\mu_i)}{(k^2 + k_b^2)^2} e^{-\mu_e - \mu_i} \left\{ 1 + 2 \frac{a^2}{k_{\parallel}^2} \left[\frac{d}{(1+r)a} - \beta \right] \right\} \\ & \times \exp(-\beta a^2/k_{\parallel}^2). \end{aligned} \quad (16)$$

这里

$$\begin{aligned} a & \equiv (m'\Omega_i - m\Omega_e), \\ d & \equiv \left(\frac{r m'\Omega_i}{v_{i\perp}^2} - \frac{m\Omega_e}{v_{e\perp}^2} \right), \quad \beta^{-1} \equiv V_{e\parallel}^2 + V_{i\parallel}^2, \end{aligned}$$

ϵ_i 是离子数. 所以纵向电阻率可以写成

$$\eta_{\parallel} = -\frac{E_0}{|e| n_e V_0} = \frac{4\pi^{\frac{1}{2}} e_i^2 n_i}{m_e n_e \beta^{-\frac{1}{2}}} \left\{ \ln(k_{\perp}^2 + k_b^2) \right\} \Big|_0^{k_{\perp}^2 \max}$$

$$+ \sum_{m,m'} \left[1 + 2 \left(\beta - \frac{d}{a} \right) \frac{\partial}{\partial \beta} \right] \Phi \}. \quad (17)$$

这里

$$\begin{aligned} \Phi &\equiv \int_0^\infty d\mu_e I_m(\mu_e) I_{m'}(\mu_i) e^{-\mu_e - \mu_i} \frac{\beta \rho_e^2 a^2}{(\mu_e + \mu_D)^2} \\ &\times \exp\left(\frac{\beta \rho_e^2 a^2}{\mu_e + \mu_D}\right) E_i\left(-\frac{\beta \rho_e^2 a^2}{\mu_e + \mu_D}\right) \\ \mu_D &\equiv \rho_e^2 k_D^2, \quad \rho_e^2 \equiv V_{e\perp}^2 / 2Q_e^2, \\ \beta \rho_e^2 a^2 &= \frac{(rm' - m)^2 (T_{e\perp} / T_{e\parallel})}{2(1 + rT_{i\parallel} / T_{e\parallel})}, \end{aligned} \quad (18)$$

E_i 是指数积分函数.

我们忽略量级为 m_e/m_i 的项, (17) 式简化成

$$\begin{aligned} \eta_{\parallel} &= \frac{4\pi^{\frac{1}{2}} e^2 z_i^2 n_i}{m_e n_e v_{e\parallel}^3} \Lambda \varepsilon^{-1} \left\{ 2 + \frac{1}{\Lambda} \left\{ \varepsilon - 1 + \varepsilon \left[\Psi_2 + \Psi'_2 \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 2(1 - \varepsilon)(\Psi_2 + \Psi_3) + 2 \left(1 - \frac{T_{e\parallel}}{T_{i\perp}} \right) (\Psi'_1 + \Psi'_3) \right] \right\} \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

这里

$$\begin{aligned} \Psi_n &\equiv 2 \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^\infty d\mu_e I_m(\mu_e) e^{-\mu_e} \frac{(m^2 R)^{n-1}}{(\mu_e + \mu_D)^n} \\ &\times \exp\left(\frac{m^2 R}{\mu_e + \mu_D}\right) E_i\left(-\frac{m^2 R}{\mu_e + \mu_D}\right). \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \Psi'_n &\equiv 2 \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^\infty d\mu_e I_0(\mu_e) I_m(\alpha \mu_e) \frac{(r^2 m^2 R)^{n-1}}{(\mu_e + \mu_D)^n} \\ &\times \exp[-(1 + \alpha)\mu_e] \exp\left[\frac{r^2 m^2 R}{\mu_e + \mu_D}\right] E_i\left(-\frac{r^2 m^2 R}{\mu_e + \mu_D}\right) \\ \alpha &= \frac{T_{i\perp}}{rT_{e\perp}}, \quad R \equiv \frac{T_{e\perp}}{2T_{e\parallel}} = (2\varepsilon)^{-1}. \end{aligned} \quad (21)$$

如果等离子体是各向同性, (19) 式则进一步简化成

$$(\eta_{\parallel})_{iso} = \frac{4\pi^{\frac{1}{2}} e^2 z_i^2 n_i}{m_e n_e v_{e\parallel}^3} \Lambda [2 + (\Psi_2 + \Psi'_2)/\Lambda]. \quad (22)$$

从量级估计及数值计算发现, 离子回旋贡献 Ψ'_n 比电子回旋贡献 Ψ_n 小一到两个量级, 可以忽略不计. 所以 (19) 与 (22) 式的结果可以进一步简化为如下形式:

$$\eta_{\parallel} = \frac{4\pi^{\frac{1}{2}} e^2 z_i^2 n_i}{m_e n_e v_{e\parallel}^3} \Lambda \varepsilon^{-1} \left\{ 2 + \frac{1}{\Lambda} [\varepsilon \Psi_2 + 2(1 - \varepsilon)(\Psi_2 + \Psi_3)] \right\}, \quad (23)$$

$$(\eta_{\parallel})_{iso} = \frac{4\pi^{\frac{1}{2}} e^2 z_i^2 n_i}{m_e n_e v_{e\parallel}^3} \Lambda [2 + \Psi_2/\Lambda]. \quad (24)$$

这里要指出的是磁化等离子体的纵向电阻会比非磁化者大, 就各向同性的等离子体而言, 从 (24) 式与 (7) 式知道

$$\frac{\eta_{\parallel}(B_0 \neq 0)}{\eta_{\parallel}(B_0 = 0)} = \frac{3}{4} \left(2 + \frac{\Psi_2}{\Lambda} \right) \simeq 1.5. \quad (25)$$

这差异是明显的. 注意到动力论方程(1)与(9)式具有不同的数学性质: 在非磁化的情形两粒子的相互作用是决定于共振条件

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}' = 0. \quad (26)$$

这是碰撞项中 δ 函数的宗量. 然而在磁化的情形, (26)式被

$$k_{\parallel} v_{\parallel} + m \Omega_e - k_{\parallel} v'_{\parallel} - m' \Omega_i = 0 \quad (27)$$

所取代, 它只是对纵向速度及回旋频率之间给个选择定则, 在一定的 $k_{\parallel} v_{\parallel}$ 与 $k_{\parallel} v'_{\parallel}$ 下, 对 $v_{\perp}$ 与 $v'_{\perp}$ 的要求不如 (26) 式严格, 只要求回旋模式适合. 这等效于加强了电子与离子之间的相互作用, 增强了电阻. 这种共振因子的差异是由于在推导动力论方程时所用的粒子轨道不同而造成的, 换言之, 如果用 (9) 式计算 $\eta_{\parallel}$, 不能要求在取 $B_0 \rightarrow 0$ 的极限下可以得到 (1) 式所得到的结果.

对一个非磁化的等离子体, 如果仔细推敲运算过程, 会发现 $\eta_{\parallel} \propto (v_{e\parallel} v_{e\perp}^2)^{-1}$, 这是与分电子分布函数的归一化因子类似. 然而在等离子体磁化以后, 计算得到 $\eta_{\parallel} \sim V_{e\perp}^2 / V_{e\parallel}^3$, 这与在较大的垂直能量时有较大的等效“截面”及较高的相遇几率物理图象一致, 因此在各向异性的等离子体中, 基本上有如下的比例关系:

$$\frac{\eta_{\parallel}(B_0)}{\eta_{\parallel}(0)} \propto \left(\frac{T_{e\perp}}{T_{e\parallel}} \right)^2.$$

根据(5), (6)与(23)式, 数值计算的结果见图 1.

当 $T_{e\parallel}/T_{e\perp}$ 从 2 降到 1/2 时磁化与非磁化的电阻率比值会从 0.4 升到 7 左右 (见图 1). 同时

我们发现, 虽然磁化与非磁化等离子体的电阻率有所不同, 但磁化后的电阻率对 B_0 的大小并不敏感. 这个结论对有些读者可能会觉得难以理解, 关键是如何定义“磁化”. 我们认为, 只要回旋频率高于碰撞频率时, 等离子体应当按磁化处理. 这时粒子在两次碰撞之间可以做好几个回旋运动, 因此碰撞过程肯定会受到外磁场影响. 当然存在着一个过渡区, 那就是当回旋频率与碰撞频率相当时, 这时(1)式与(9)式都不能描述.

三、讨论与结论

在前节的推导中, 用静态屏蔽取代动态屏蔽, 这不但使得数学大大简化, 并且这种近似物理上也是合理的, 其理由如下: 动力论方程 (磁化与非磁化) 曾经被很多人推导与讨论过, 虽然在推导的方法及表达的方式上可能各有不同, 但主要的假设基本上是类似的. 例如只考虑两体关联, 同时又假设初始的两体关联函数衰减得很快, 因而两体关联函数很快地就“同步”成单体分布函数的积. 显然, 如果等离子体是处于不稳定状态或者甚至处于临界状态, 这个假设都不适用. 理由是处于以上所说的状态, 初始条件会被一直记住, 所以仔细地考虑动力论方程推导的过程, 可以知道, 在动力屏蔽因子 $|\epsilon(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}, \mathbf{k})|^2$ 或 $|\epsilon(k_{\parallel} v_{\parallel} + m' \Omega_i \cdot \mathbf{k})|^2$ 趋于零的速度空间的区域里 (叫做“波”域), 方程(1)与(9)并不正

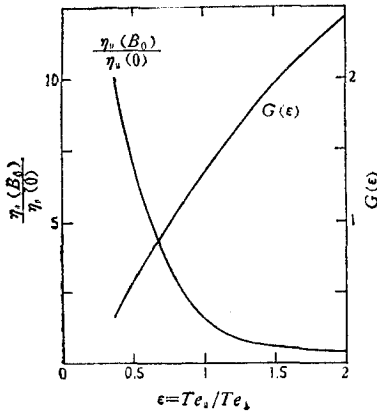


图 1 磁化与非磁化等离子体纵向电阻率的比值和电子各向异性 $T_{e\parallel}/T_{e\perp}$ 的关系, 及(6)式 $G(\epsilon)$ 函数曲线

确. Klimonovich^[16] 首先指出了这一点, 他并建议“波”域与“碰撞”域应当分开讨论. “波”域当由“波”的自发与诱发辐射来描述, 而“碰撞”域主要可由静态屏蔽的碰撞积分来描述.

基于以上论点, 在我们的计算中用了静态屏蔽, 人们自然会问, “波”对电阻率的贡献是否重要? 我们发现, “波”对我们现在这问题的贡献是可以忽略的, 其理由如下.

因为动量转换决定电阻, 所以电子与离子间的相互作用是主要的. 至于“波”的效应是否重要则取决于真正参加波的辐射与吸收的粒子数有多少. 对一个弱阻尼的集体振荡, 多普勒漂移后的相速度往往是远大于离子热速度(或离子及电子的热速度), 因此所涉及的粒子数很少, “波”效应就不那么重要.

要是等离子体是不稳定, 则涨落水平可能会相当大, 以致于“波”的效应就可能重要. 但本文所讨论的问题假设 V_0 与各向异性都相当小, 而且等离子体是稳定的.

总之, 我们研究了各向异性线性纵向电阻率, 分别计算了磁化与非磁化等离子体中的库仑散射, 发现二者结果是不一样的, 即使在各向同性的等离子体里, 磁化后电阻率会上升约 1.5 倍. 对各向异性的等离子体, 计算说明若不考虑外磁场的作用, $\eta_{\parallel}$ 与 $T_{e\perp}^{-1} T_{e\parallel}^{-1/2}$ 成正比, 然而在磁化以后 $\eta_{\parallel}$ 约与 $T_{e\perp}/T_{e\parallel}^{3/2}$ 成正比, 在文内已指出这差异在物理上是可以理解的.

作者感谢康寿万、夏蒙焚、周如玲有意义的讨论.

参 考 文 献

- [1] S. Chapman and T. G. Cowling, *The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases* (Cambridge University Press, London, 1939).
- [2] R. S. Cohen, L. Spitzer, Jr. and P. Routhy, *Phys. Rev.* **80**(1950), 230.
- [3] S. I. Braginskii, *Zh. eksp. i teor. fiz.* **33**(1957), 459.
- [4] S. I. Braginskii, *Reviews of Plasma Physics*, Vol. 1, p. 205 (Consultant Bureau, New York, 1965).
- [5] N. Rostoker, *Phys. Fluids* **3**(1960), 922.
- [6] V. M. Yeleonskii, P. S. Zyryanov and V. P. Silin, *Soviet Phys.-JETP*, **15**(1962), 619.
- [7] Yu. L. Klimontovich, *The Statistical Theory of Non-Equilibrium Processes in a Plasma*, p. 180 (The M. I. T. Press, Cambridge, Mass. 1967).
- [8] M. H. A. Hassan and C. J. H. Watson, *Pl. Physics*, **19**(1977), 237.
- [9] H. Dreicer, *Phys. Rev.*, **115**(1959), 238; **117**(1960), 329.
- [10] L. D. Landau, *Zh. eksp. i teor. fiz.*, **7**(1937), 203.
- [11] A. Lenard, *Ann. of Phys.*, **10**(1960), 390.
- [12] R. Balescu, *Phys. Fluids*, **4**(1960), 85.
- [13] R. Guernsey, Ph. D. Thesis, University of Michigan (1960).
- [14] L. Spitzer, Jr. *Physics of Fully Ionized Gases*, p. 138 (Interscience Publishers, New York 1962).
- [15] R. Balescu, *Statistical Mechanics of Charged Particles*, p. 230 (Interscience Publishers, New York, 1963).
- [16] 请看 p. 207 of Ref. 7.

THE LONGITUDINAL RESISTIVITY OF A MAGNETIZED PLASMA

CAI SHI-DONG (S. T. TSAI)

(Institute of Physics, Academia Sinica)

WU JING-SHENG (C. S. WU)

(Institute for Physical Science and Technology, University of Maryland)

ABSTRACT

Longitudinal electric resistivities of magnetized and unmagnetized plasmas are discussed based on appropriate kinetic equations. It is found that (1) for an isotropic plasma the resistivity calculated based on the kinetic equation including magnetization is about 1.5 time greater than that obtained in the theory without including magnetization, and (2) for an anisotropic plasma, the magnetized resistivity is proportional to $T_{e\perp}T_{e\parallel}^{-3/2}$, whereas the unmagnetized resistivity is proportional to $T_{e\perp}^{-1}T_{e\parallel}^{-1/2}$. The discrepancy is mainly due to the effect of the ambient magnetic field on the electron trajectory. It is also argued that the effect of dynamic shielding can be neglected in comparison with static shielding. A qualitative explanation is given.