

高级色差理论*

林大键

(中国科学院光电技术研究所)

薛鸣球

(中国科学院长春光学精密机械研究所)

提 要

本文讨论光学系统中前组初级像差(包括五种初级单色像差和两种初级色差)引起光阑坐标和物面坐标的改变,以及对其后组色差的影响——衍生高级色差理论。

引 言

各种折射光学材料对于不同波长的光,具有不同的折射率,因而引起了色差。由于同一种光学材料的折射率差是小量,所以由此引起的光学系统高斯光学性能改变已与初级单色像差数量级相等。而初级单色像差的色变化,则为二级色差,可称为色球差、色彗差、色像散、色场曲和色畸变。此外,对某两种波长光校正色差后,第三种波长光往往仍有残余色差,通常称为二级光谱,亦属二级色差范畴。

Conrady 首先用(d-D)法讨论了色球差问题^[1],此法的正确性是建立在 Fermat 原理基础上^[2,3]。他是以近似方式讨论色差问题的。实际上,有的光学系统用(d-D)法计算色差误差较大。Cruishank 用微分系数法讨论色球差^[4],他用的系数是 $\partial LA/\partial n$ 。用几何像差对折射率求偏导数讨论色球差是有问题的,因某带的几何像差为零时,仍可有波差存在。这点已由 Weinstein 指出^[5]。为此,王之江用球差的波差表示式直接对折射率求导数来讨论色球差,谭维翰用绝对微分公式^[5],王之江又用了前组像差引起后组光阑坐标和物面坐标改变的概念,讨论了前组初级轴向色差和倍率色差对后组色球差的影响^[5]。但是,他还没有从理论上探讨,前组的所有初级像差对其后组各种高级色差影响。

1961年,在我们进行一项口径 $\phi 180$ 毫米的折反射望远物镜光学设计时,发现该系统的前组双分离物镜组的正弦差对其后组(mangin 镜)高级色球差的影响。由于有意识地利用正弦差来控制高级色差,从而成功地改进了该光学系统的像质。

本文在上述具体工作实践上,继承前人的理论成就,不仅讨论衍生色球差,而且对于其它衍生高级色差也作了理论上的探讨。

* 1979年2月22日收到

衍生二级色差

当光学系统中,前组有像差时,使其后组的入射光线坐标 y, z, η 和 ζ 变为 $y - TA_\eta/\eta_0$, $z - TA_z/\eta_0$, $\eta - TA_\eta/\eta_0$ 和 $\zeta - TA_z/\eta_0$, 或写作 $y + \Delta y$, $z + \Delta z$, $\eta + \Delta\eta$ 和 $\zeta + \Delta\zeta$. 所有符号意义同文献[6]. 前组单色初级像差系数 S_I^* , S_{II}^* , S_{III}^* , S_{IV}^* 和 S_V^* 引起后组入射光束的坐标变动,根据初级像差理论以及波差系数和 n 差关系式,则有

$$\begin{aligned} -2j\Delta\eta &= \bar{S}_I(y^2 + z^2)y + \bar{S}_{II}(3y^2 + z^2)\eta + (3\bar{S}_{III} + \bar{S}_{IV})\eta^2y + \bar{S}_V\eta^3, \\ -2j\Delta\zeta &= \bar{S}_I(y^2 + z^2)z + 2\bar{S}_{II}\eta yz + (\bar{S}_{III} + \bar{S}_{IV})\eta^2z, \\ 2j\Delta y &= \bar{S}_{I_p}\eta^3 + 3(\bar{S}_V + j\bar{\Delta}u_{p_0}^2)\eta^2y + 2(\bar{S}_{III} + j\bar{\Delta}u_{0p_0}) \\ &\quad \cdot (\eta y^2) + (\bar{S}_{III} + \bar{S}_{IV} + j\bar{\Delta}u_{0p_0})\eta(y^2 + z^2) \\ &\quad + (\bar{S}_{II} + j\bar{\Delta}u_0^2)y(y^2 + z^2), \\ 2j\Delta z &= (\bar{S}_V + j\bar{\Delta}u_{p_0}^2)\eta^2z + 2(\bar{S}_{III} + j\bar{\Delta}u_{0p_0})\eta yz \\ &\quad + (\bar{S}_{II} + j\bar{\Delta}u_0^2)z(y^2 + z^2), \end{aligned} \quad (1)$$

式中 j 是拉氏不变量, $\bar{\Delta}u_0^2 = \bar{u}_0'^2 - \bar{u}$, $\bar{\Delta}u_{0p_0} = \bar{u}_0'u_{p_0}' - \bar{u}_0u_{p_0}$, $\bar{\Delta}u_{p_0}^2 = \bar{u}_{p_0}'^2 - \bar{u}_{p_0}^2$.

初级色差的波差表示式为

$$W_{FC} = \frac{1}{2} C_I(y^2 + z^2) + C_{II}(\eta y + z\zeta).$$

由于光束的坐标改变,引起其波差变化,对波差求微分,并取 $\zeta = 0$, 得

$$\Delta W_{FC} = (C_I y + C_{II} \eta) \Delta y + C_{Iz} \Delta z + C_{IIy} \Delta \eta + C_{IIz} \Delta \zeta. \quad (2)$$

将(1)式代入(2)式,有

$$\begin{aligned} 2j\Delta W_{FC} &= \{C_I(\bar{S}_{II} + j\bar{\Delta}u_0^2) - C_{II}\bar{S}_I\}(y^2 + z^2)^2 \\ &\quad + \{C_I(\bar{S}_{IV} + 3\bar{S}_{III} + 3j\bar{\Delta}u_{0p_0}) - C_{II}(2\bar{S}_{II} - j\bar{\Delta}u_0^2)\} \\ &\quad \cdot \eta y(y^2 + z^2) + \{2C_I(\bar{S}_V + j\bar{\Delta}u_{p_0}^2) + 2C_{II} \\ &\quad \cdot (j\bar{\Delta}u_{0p_0})\}\eta^2 y^2 + \{C_I(\bar{S}_V + j\bar{\Delta}u_{p_0}^2) \\ &\quad + C_{II}(j\bar{\Delta}u_{0p_0})\}\eta^2(y^2 + z^2) + \{C_I\bar{S}_{I_p} \\ &\quad + C_{II}(2\bar{S}_V + 3j\bar{\Delta}u_{p_0}^2)\}\eta^3 y. \end{aligned} \quad (3)$$

由(3)式可知,由前组的初级像差引起后组初级色差的变化,与光束坐标为四次方关系,这已是二级衍生色差. 二级色差表示式为

$$\begin{aligned} 2W_{FC} &= \frac{1}{4} CS_I(y^2 + z^2)^2 + CS_{II}(y^2 + z^2)y\eta + CS_{III}y^2\eta^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} (CS_{III} + CS_{IV})(y^2 + z^2)\eta^2 + CS_V y\eta^3, \end{aligned} \quad (4)$$

式中 CS_I , CS_{II} , CS_{III} , CS_{IV} 和 CS_V 分别表示色球差,色彗差,色像散,色场曲和色畸变的波差系数.

将(3)式与(4)式比较系数,即可得前组的所有单色初级像差对后组二级色差影响.

$$\begin{aligned} j\Delta CS_I &= 4\{C_I(\bar{S}_{II} + j\bar{\Delta}u_0^2) - C_{II}S_I^*\}, \\ j\Delta CS_{II} &= C_I\{\bar{S}_{IV} + 3\bar{S}_{III} + 3j\bar{\Delta}u_{0p_0}\} - C_{II}\{2\bar{S}_{II} - j\bar{\Delta}u_0^2\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 j\Delta CS_{III} &= 2C_I\{\tilde{S}_V + j\tilde{\Delta}u_{p_0}^2\} + 2C_{II}\{j\tilde{\Delta}u_{0p_0}\}, \\
 j\Delta CS_{IV} &= 0, \\
 j\Delta CS_V &= C_I\tilde{S}_{I_p} + C_{II}\{2\tilde{S}_V + 3j\tilde{\Delta}u_p^2\}. \quad (5)
 \end{aligned}$$

注意(5)式中像差系数带“←”号者为前组的像差,不带“←”号者为本组初级像差系数。由(5)式可见,入射光束的任一初级像差都衍生出相应的高级像差。此表示式中每一项都有它本身的物理意义,例如入射光束具有正弦差 \tilde{S}_{II} ,则会使同样高度入射前组的 L 和 l 光线的出射交点位置发生变化,即 $l'u' - L'\sin U' \approx 0$,则就会引起其后组的色差发生变化,即前组的正弦差系数 \tilde{S}_{II} 对有初级色差系数 C_I 的后组,将衍生出高级色差 ΔCS_I 。

同样,前组的初级轴向色差系数 \tilde{C}_I 及倍率色差系数 \tilde{C}_{II} 对后组的二级色差影响,亦可从类似于上述观点求得结果。即前组的初级色差引起后组入射光束坐标变动,由初级色差的波差表示式对光线坐标偏微分求得

$$\begin{aligned}
 -j\Delta\eta &= \tilde{C}_{I_y} + \tilde{C}_{II}\eta, \\
 -j\Delta\zeta &= \tilde{C}_{I_z}, \\
 j\Delta y &= \tilde{C}_{I_p}\eta + \left(\tilde{C}_{II} - j\tilde{\Delta}\frac{\delta n}{n}\right)y, \\
 j\Delta z &= \left(\tilde{C}_{II} - j\tilde{\Delta}\frac{\delta n}{n}\right)z, \quad (6)
 \end{aligned}$$

式中 $(\tilde{C}_{II} - j\tilde{\Delta}\delta n/n) = \tilde{C}_{II_p}$,是物面倍率色差系数与光阑倍率色差系数的关系式。

将初级单色像差的波差表示式求微分,即可求出这些 Δy , Δz , $\Delta\eta$ 和 $\Delta\zeta$ 对其后组所衍生的色波差。

$$\begin{aligned}
 2\Delta W &= S_I(y^2 + z^2)(y\Delta y + z\Delta z) + S_{II}\{(y^2 + z^2) \\
 &\quad \cdot (y\Delta\eta + z\Delta\zeta + \eta\Delta y) + 2\eta y(y\Delta y + z\Delta z)\} \\
 &\quad + 2S_{III}\eta y\{\eta\Delta y + y\Delta\eta + z\Delta\zeta\} \\
 &\quad + (S_{III} + S_{IV})\{\eta^2(y\Delta y + z\Delta z) + (y^2 + z^2)\eta\Delta\eta\} \\
 &\quad + S_V\eta^2(\eta\Delta y + 3y\Delta\eta + z\Delta\zeta). \quad (7)
 \end{aligned}$$

将(6)式代入(7)式,再与(4)式比较系数,即可求得前组初级色差对后组二级色差影响。

$$\begin{aligned}
 j\Delta CS_I &= 4\left\{S_I\left(\tilde{C}_{II} - j\tilde{\Delta}\frac{\delta n}{n}\right) - S_I\tilde{C}_I\right\}, \\
 j\Delta CS_{II} &= S_I\tilde{C}_{I_p} + S_{II}\left(2\tilde{C}_{II} - 3j\tilde{\Delta}\frac{\delta n}{n}\right) - (3S_{III} + S_{IV})\tilde{C}_I, \\
 j\Delta CS_{III} &= 2S_{II}\tilde{C}_{I_p} - 2S_{III}j\tilde{\Delta}\frac{\delta n}{n} - 2S_V\tilde{C}_I, \\
 j\Delta CS_{IV} &= -2S_{IV}j\tilde{\Delta}\frac{\delta n}{n}, \\
 j\Delta CS_V &= (S_{III} + S_{IV})\tilde{C}_{I_p} - S_V\left(2\tilde{C}_{II} + j\tilde{\Delta}\frac{\delta n}{n}\right). \quad (8)
 \end{aligned}$$

将(5)式和(8)式合并,可以看到二级衍生色差受多个人射光束的像差影响,例如入射光线的球差、彗差、轴向色差和光阑倍率色差将使色球差变大或变小。这点见解早已被我

们在具体光学设计实践中所应用。

运用波差对光阑坐标求偏导数,可得到各种衍生高级色差的几何像差表示式,即

$$\begin{aligned}
 2nu_0^2\Delta L_{AFC} &= \Delta CS_I(y^2 + z^2), \\
 2nu_0\Delta Comat_{FC} &= 3\Delta CS_{II}\eta y^3, \\
 2nu_0\Delta Comas_{FC} &= \Delta CS_{II}\eta z^3, \\
 2nu_0^2\Delta x_{I,FC} &= (3\Delta CS_{III} + \Delta CS_{IV})\eta^2, \\
 2nu_0^2\Delta x_{S,FC} &= (\Delta CS_{III} + \Delta CS_{IV})\eta^2, \\
 2nu_0\Delta D_{FC} &= (\Delta S_V)\eta^3.
 \end{aligned} \tag{9}$$

从(9)式可以得知各种几何高级色差与孔径和视场的方次关系。

结 论

我们讨论高级衍生色差的目的是,一方面希望从理论上对它有明确的概念,另一方面是为了在光学设计具体实践中,应用二级色差表示式来分析和计算。为了光学设计上的应用,则需要公式便于计算。从结果公式来看,只须计算两条辅助近轴光线,即小 l 和小 l_p ,算出各种初级像差系数,便能求出二级衍生色差,应该说是方便的。但是光学设计者熟悉一般的(d-D)法计算色差、色球差和二级光谱。且该法也很方便。问题是当光学系统各组元相距较远时,或者各组的初级像差系数较大时,前组的各种像差引起光阑坐标和物面坐标变动较大,光路不满足 Fermat 原理要求,(d-D)法误差较大。则应当用上述观点来考察分析问题和精确计算。

参加此项具体光学设计的还有李元康、李品新、杜效良和黄营生等同志。上海光学精密机械研究所王之江同志曾对此项工作提出宝贵意见,特此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] A. E. Conrady, *Microscop, Optics of Contribution to Glazbrock: A Dictionary of Applied Physics*, IV (1923).
- [2] W. P. Weinstein. *Brit. Jour. of Appl. Phys.*, I(1950), 67.
- [3] 王之江,光学设计理论基础,科学出版社,第六章(1965).
- [4] F. D. Cruishank, *Proc. Phys. Soc.*, 58(1946), 296.
- [5] 谭维翰,光学设计论文集,国防工业出版社,38(1964).
- [6] 王之江,物理学报,16(1960),189.

THEORY OF HIGHER ORDER CHROMATIC ABERRATIONS

XUE MING-QIU

(Zhangchun Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia, Sinica)

LIN DA-JIAN

(Institute of Optics and Electronics, Academia, Sinica)

ABSTRACT

In this article, we discuss the changes of the coordinates of the pupil and the object plane caused by the Seidel aberrations of the front groups in the optical system, and also the effect of these changes on the chromatic aberrations of the back groups, i.e., the theory of derivative higher order chromatic aberrations.