

# 积分球出光窗上照度分布均匀性的研究<sup>\* 1)</sup>

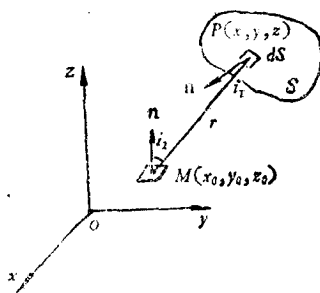
李亚君

(浙江大学光学仪器系)

## 提 要

本文分析了积分球出光窗上照度分布的均匀性,得到了由积分球几何参数所决定的分布函数,在此基础上进而讨论了等照度圆的存在条件和盲区的计算等问题。

图1是某一照明空间,亮度分布为  $B = B(x, y, z)$  的空间曲面  $S$ , 在被照射物体表面上的特定点  $M(x_0, y_0, z_0)$  所引起的照度  $E$ , 在忽略了介质的吸收之后,可以写成



$$E = \int_S \frac{B \cos i_1 \cdot \cos i_2}{r^2} dS, \quad (1)$$

$dS$  是  $S$  上围绕  $P$  点的一块元面积,  $r$  是  $P$  点和  $M$  点之间的距离,  $i_1$  是  $dS$  的法线  $n$  和矢量  $PM$  之间的夹角,  $i_2$  是  $M$  点所在元面积的法线  $n'$  和矢量  $MP$  之间的夹角。若是考虑到  $S$  和被它所照射的物体之间的相互反射, (1) 式将导致一个积分方程<sup>[1,2]</sup>。由于几何上的或者光学上的

原因,当被照射物体对整个光场的影响可以忽略不计时, (1) 式就是一个曲面积分; 在实际工作中,对于积分球的探讨就是以上述曲面积分作为基础的<sup>[3]</sup>。

积分球出光窗上照度分布的均匀性,在积分球应用的许多场合中,是一个需要仔细加以考虑的问题。根据积分球的经典理论<sup>[4]</sup>,当受光元件严格地安放在积分球的光孔上时[图 2(b)],才有可能取得均匀的照度。在实际工作中,由于种种原因,受光元件和积分球光孔之间存在一定的距离  $L$  [图 2(a)],由于积分球光孔的阻挡作用,受光元件接收面上的照度分布就不再是均匀的。

为了在图 2(a) 所示情况下计算 (1) 式的积分,先考虑矢量  $r$  对于球面  $S$  的交点  $P$  的坐标[图 3(a)]。为此,选择积分球光孔那一部份实际上已经被切除了的球面作为参数面,

\* 1979年1月11日收到。

1) 1979年在中国光学学会成立大会上宣读。

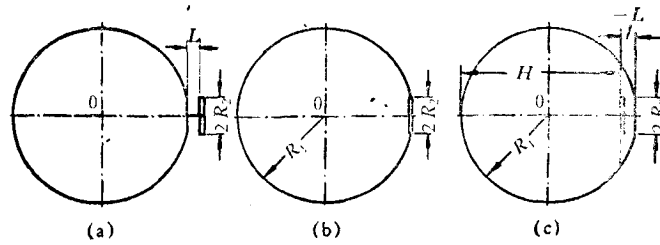


图 2

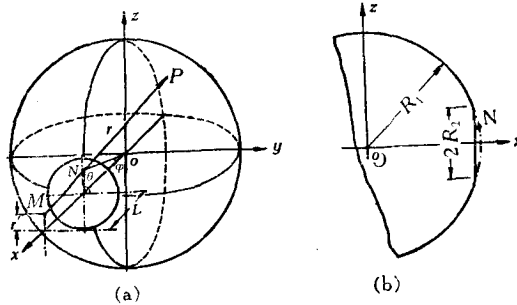


图 3

参考点  $N$  在它上面游动 [图 3(b)]. 由于积分球和受光元件对于  $x$  轴对称, 因此只要计算受光元件上任意一条直径上的照度分布就足够了. 在本文中, 计算点  $M$  选择在  $z$  轴方向上; 此外, 选择  $\varphi$  和  $\theta$  两个球面坐标参数来确定  $N$  点的位置 [图 3(a)].  $M$ ,  $N$  和  $P$  点的直角坐标分别为

$$M(L + \sqrt{R_1^2 - R_2^2}, 0, r'), \quad (2a)$$

$$N(R_1 \cos \varphi, R_1 \sin \varphi \cos \theta, R_1 \sin \varphi \sin \theta), \quad (2b)$$

$$P(x, y, z), \quad (2c)$$

$R_1$  和  $R_2$  分别是积分球和它的光孔的半径. 由于  $M$ ,  $N$  和  $P$  三点共线,

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ x - R_1 \cos \varphi & y - R_1 \sin \varphi \cos \theta & z - R_1 \sin \varphi \sin \theta \\ L + \sqrt{R_1^2 - R_2^2} - R_1 \cos \varphi & -R_1 \sin \varphi \cos \theta & r' - R_1 \sin \varphi \sin \theta \end{vmatrix} = 0, \quad (3)$$

并且  $P$  点在球面上:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R_1^2, \quad (4)$$

将 (3) 和 (4) 式作为方程组, 解出交点  $P$  的坐标, 用相对值表示, 就是

$$\frac{x}{R_1} = -k_3 f(\xi, \varphi, \theta) + \cos \varphi [1 + f(\xi, \varphi, \theta)], \quad (5a)$$

$$\frac{y}{R_1} = \sin \varphi \cos \theta [1 + f(\xi, \varphi, \theta)], \quad (5b)$$

$$\frac{z}{R_1} = -k_1 \xi \cdot f(\xi, \varphi, \theta) + \sin \varphi \sin \theta [1 + f(\xi, \varphi, \theta)]. \quad (5c)$$

在上列公式中引用了一个辅助函数

$$f(\xi, \varphi, \theta) = 2 \frac{(k_3 \cos \varphi + k_1 \xi \sin \varphi \sin \theta) - 1}{1 + k_3^2 + k_1^2 \xi^2 - 2(k_3 \cos \varphi + k_1 \xi \sin \varphi \sin \theta)}, \quad (6)$$

其中  $\xi = \frac{r'}{R_2}$  是  $M$  点的无维坐标参数;此外,还有几个积分球的几何参数

$$k_1 = \frac{R_2}{R_1}, \quad (7a)$$

$$k_2 = \frac{L}{2R_2}, \quad (7b)$$

$$k_3 = 2k_1k_2 + \sqrt{1 - k_1^2}, \quad (7c)$$

$$k_4 = \frac{2k_1k_2}{\sqrt{1 - k_1^2}}. \quad (7d)$$

以上四个几何参数中,  $k_1$  和  $k_2$  是基本的,  $k_3$  和  $k_4$  可以由  $k_1$  和  $k_2$  导出.

若是用  $k$  表示积分球的球-窗面积比,那么,  $k$  和  $k_1$  之间存在着以下的简单关系:

$$k = \frac{4\pi R_1^2}{\pi R_2^2} = 4 \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 = \frac{4}{k_1^2}. \quad (7e)$$

(5a)–(5c) 式给出了  $P$  点的坐标; (1) 式中的  $\cos i_1 \cdot \cos i_2 / r^2$  可以用一个函数  $g(\xi, \varphi, \theta)$  来表示,

$$E = \int_s \frac{B \cos i_1 \cdot \cos i_2}{r^2} dS = \frac{B}{R_1^2} \int_s g(\xi, \varphi, \theta) dS, \quad (8a)$$

$$g(\xi, \varphi, \theta) = \frac{(k_3 \cos \varphi + k_1 \xi \sin \varphi \sin \theta - 1)(k_3 - \cos \varphi)}{(1 - k_3^2 - k_1^2 \xi^2)^2}. \quad (8b)$$

在 (8a) 式中还认为积分球内壁的亮度分布是均匀的,

$$B = \text{const.} \quad (8c)$$

### 三

本文不打算直接处理 (8a) 式,而是从光度学的基本原理结合积分球的具体情况加以简化.从光度学可知,

1) 亮度或者照度均无负值,

$$E = \frac{B}{R_1^2} \int_s g(\xi, \varphi, \theta) dS > 0. \quad (9)$$

2) 当积分球的球-窗面积比  $k$  增加时,受光元件上的照度增加,照度的极大值  $(E)_{\max}$  出现

在

$$k \rightarrow \infty \quad \text{或} \quad k_1 \rightarrow 0. \quad (10a)$$

这时

$$B \rightarrow B_0, \quad (10b)$$

故

$$\begin{aligned} (E)_{\max} &= \lim_{k_1 \rightarrow 0} \frac{B}{R_1^2} \int_s g(\xi, \varphi, \theta) dS = \frac{B_0}{R_1^2} \int_s \lim_{k_1 \rightarrow 0} g(\xi, \varphi, \theta) dS \\ &= \frac{B_0}{4R_1^2} \int_s dS, \end{aligned} \quad (10c)$$

就有

$$0 < \frac{B}{R_1^2} \int_S g(\xi, \varphi, \theta) dS < \frac{B_0}{4R_1^2} \int_S dS. \quad (11)$$

应用积分中值定理,

$$E = \frac{BK(\xi)}{R_1^2} \int_S dS. \quad (12)$$

这里

$$K(\xi) = g(\xi, \varphi_0, \theta_0), \quad 0 < K(\xi) < \frac{1}{4} \frac{B_0}{B},$$

$$0 < \varphi_0 < \sin^{-1} k_1 \text{ (主值)}, \quad 0 < \theta_0 < 2\pi.$$

将  $K(\xi)$  展开成马克劳林级数,

$$K(\xi) = K(0) + \frac{K'(0)}{1!} \xi + \frac{K''(0)}{2!} \xi^2 + \dots, \quad (13)$$

作为近似,取

$$K(\xi) = K(0) = \frac{(k_3 \cos \varphi_0 - 1)(k_3 - \cos \varphi_0)}{(1 - k_3^2)^2}. \quad (14)$$

因此, (12) 式可以写成

$$E = \frac{BK(0)}{R_1^2} \int_S dS. \quad (15)$$

在实际工作中, 并不需要  $K(0)$  的准确数值, 因为感兴趣的只是照度分布情况的相对值,  $K(0)$  可以通过仪器来定标. 所以只对  $K(0)$  进行粗略的估计. 考虑到

$$\sqrt{1 - k_1^2} < \cos \varphi_0 < 1,$$

在 (14) 式中, 取  $\cos \varphi_0 = 1$ , 再令

$$k_3 = 1 + \Delta k_3,$$

于是

$$K(0) = 1/(1 + k_3)^2 = 1/[4k_3 + (\Delta k_3)^2],$$

$\Delta k_3$  是一个小量, 譬如  $k = 100$ , 只要  $k_2 \leq 0.25$ , 就有  $\Delta k_3 < 0.1$ . 因此在上列公式中将  $(\Delta k_3)^2$  略去. (15) 式可以写成较为简洁的形式

$$E = \frac{B}{R_1^2} \frac{1}{4k_3} \int_S dS. \quad (16)$$

#### 四

为了计算 (16) 式中的曲面积分, 首先考虑  $S$  的边界曲线  $C$ . 当参考点  $N$  在积分球光孔的边缘上移动时, 矢量  $\mathbf{r}$  对于积分球的交点  $P_c$  描绘出空间曲线  $C$  (图 4), 这时

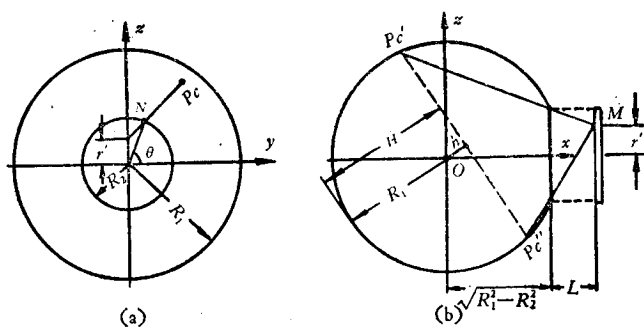
$$\sin \varphi = k_1, \quad \cos \varphi = \sqrt{1 - k_1^2}.$$

将它们代入 (5) 式, 得到  $P_c$  的诸坐标

$$\left(\frac{x}{R_1}\right) = \sqrt{1 - k_1^2} [1 - f_c(\xi, \theta)], \quad (17a)$$

$$\left(\frac{y}{R_1}\right) = k_1 \cos \theta \left[1 + \frac{1}{k_4} f_c(\xi; \theta)\right], \quad (17b)$$

$$\left(\frac{z}{R_1}\right) = k_1 \sin \theta \left[1 + \frac{1}{k_4} f_c(\xi, \theta)\right] - \frac{k_1 \xi}{k_4} f_c(\xi, \theta), \quad (17c)$$



## 辅助函数

$$f_c(\xi, \theta) = 2 \frac{4k_2^2 - k_4(1 - \xi \sin \theta)}{4k_2^2 + (1 - 2\xi \sin \theta + \xi^2)}.$$

$$K_3 = \frac{1}{2k_3} \left[ 1 + \frac{4k_1k_2 + (1 - \xi^2 - 4k_2^2)\sqrt{1 - k_1^2}}{\sqrt{16k_1^2 + (1 - \xi^2 - 4k_2^2)^2}} \right]. \quad (26)$$

## 五

当受光元件距离积分球的光孔很近时, 受光元件的中心部份存在一个等照度圆. 因为在此范围之内, 受光元件能够接收来自整个积分球内壁的漫射光线. 从几何观点来看, 过光孔边缘  $N'$ ,  $N''$ ,  $\dots$  诸点对积分球内壁所作的切线形成了一只顶点为  $O'$  的圆锥 [图 5(a)], 在此圆锥的范围之内, 受光元件上的每一点均能“看见”积分球的全部漫射表面, 因此具有恒定的照度. 若用  $r'_0$  表示等照度圆的半径, 它的相对值就是

$$\xi_0 = \frac{r'_0}{R_2}. \quad (27)$$

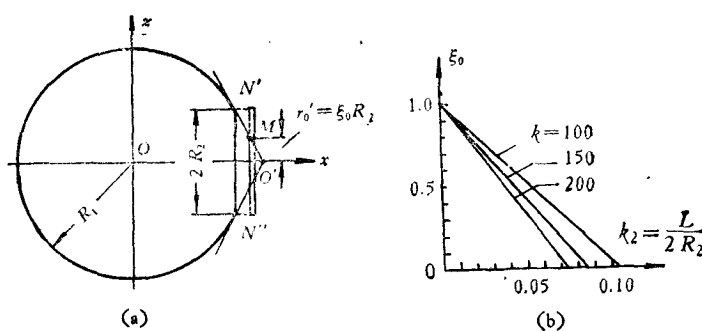


图 5

由于  $\xi = \xi_0$  时,  $P_c$  点正好落在光孔的边缘上, 引用 (17a) 式,  $P_c$  点的  $x$  坐标应该是

$$\left(\frac{x}{R_1}\right)_{P_c} = \sqrt{1 - k_1^2} \left[ 1 - f\left(\xi_0, \frac{\pi}{2}\right) \right] = \sqrt{1 - k_1^2}, \quad (28)$$

由此解出

$$\xi_0 = 1 - \frac{2\sqrt{1 - k_1^2} k_2}{k_1} = 1 - k_2 \sqrt{k - 4}, \quad (29)$$

存在等照度圆的必要条件是

$$\xi_0 > 0 \quad \text{或} \quad k_2 < \frac{1}{\sqrt{k - 4}}. \quad (30)$$

将 (29) 式和 (23) 式进行比较, 可见 (25) 式只适用于等照度圆以外的区域.

在球-窗面积比  $k = 100, 150$  和  $200$  的情况下, 等照度圆和积分球几何参数之间的关系示于图 5(b). 由图 5(b) 可以看出, 当球-窗面积比  $k$  增加时, 在相同的  $k_2$  条件下, 等照度圆收缩. 由于等照度圆的大小是由  $\xi$  来定义的, 即  $\xi < \xi_0$  时, 照度与  $\xi$  无关. 但是, 等照度圆内的照度与积分球的几何参数  $k, k_2$  有关, 由 (16) 式容易得到等照度圆内的照度,

$$E = \frac{B}{R_1^2} \frac{1}{4k_3} \int_S dS = \frac{B}{R_1^2} \frac{1}{4k_3} \cdot 2\pi R_1 (R_1 + \sqrt{R_1^2 - R_2^2}) = \pi B \cdot K_2, \quad (31)$$

$$K_2 = \frac{1}{2} \frac{1 + \sqrt{1 - k_1^2}}{k_3} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{k} + \sqrt{k - 4}}{4k_2 + \sqrt{k - 4}}. \quad (32)$$

当受光元件放置在积分球内部时[图 2(c)], 譬如光电转换元件安放在积分球内壁  
上. 此时  $k_2 < 0$ ; 受光元件上的照度, 由 (16) 式容易算出

$$E = \frac{B}{R_1^2} \frac{1}{4k_3} \int_S dS = \frac{B}{R_1^2} \frac{1}{4k_3} 2\pi R_1 (R_1 + L + \sqrt{R_1^2 - R_2^2}) = \pi B \cdot K_1, \quad (33)$$

$$K_1 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{k_3} \right). \quad (34)$$

这一照度在受光元件的全面积上是均匀分布的, 并且随着受光元件向积分球内部移动, 照度有所增高.

## 六

综上所述, 积分球出光窗上照度分布函数可以归纳如下:

$$\frac{E}{\pi B} = \mathcal{K}(\xi), \quad (35)$$

$$\mathcal{K}(\xi) = \begin{cases} K_1 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{k_3} \right) & (\text{在积分球内部, } k_2 < 0), \\ K_2 = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{k} + \sqrt{k-4}}{4k_2 + \sqrt{k-4}} \left( \text{等照度圆情况, } \begin{array}{l} k_2 < \frac{1}{\sqrt{k-4}} \\ \xi < 1 - k_2 \sqrt{k-4} \end{array} \right), \\ K_3 = \frac{1}{2k_3} \left[ 1 + \frac{4k_1 k_2 + (1 - \xi^2 - 4k_2^2) \sqrt{1 - k_2^2}}{\sqrt{16k_2^2 + (1 - \xi^2 - 4k_2^2)^2}} \right] & (\text{其它情况}). \end{cases} \quad (36)$$

图 6 绘出了积分球在球-窗面积比  $k = 100$  情况下, 当  $k_2$  变化时积分球出光窗上照度的分布情况. 由图 6 可以看出, 当  $k_2 < 0$  时, 即受光元件在积分球内部, 照度均匀分布, 并随着受光元件向积分球内部移动照度略有增加; 当  $k_2 = 0$ , 即受光元件正好位于积分球的光孔上, 照度也是均匀分布的; 当  $k_2 < 0$ , 照度分布不均匀, 中心点 ( $\xi = 0$ ) 照度较高, 边缘 ( $\xi = 1$ ) 照度较低. 为了权衡这一情况, 引用照度分布的均匀性系数

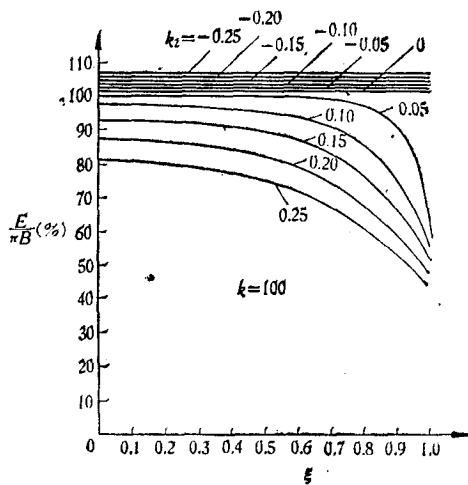


图 6

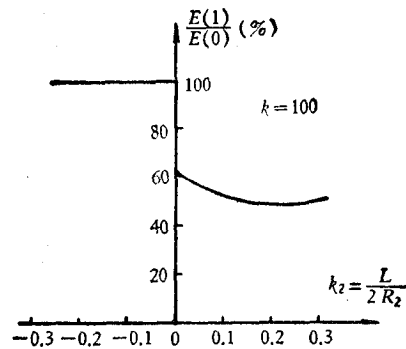


图 7

$$k_{\text{窗}} = E(1)/E(0), \quad (37)$$

$k_{\text{窗}}$  与积分球几何参数的关系示于图 7, 值得注意的是, 当  $k_2 = 0^-$  到  $0^+$  时,  $k_{\text{窗}}$  发生阶跃变化, 这是由于当  $k_2$  从  $0^-$  到  $0^+$ , 积分球的光孔边缘立即起遮挡作用, 使  $k_{\text{窗}}$  迅速下降.

若是用毛玻璃、乳白玻璃或乳白塑料作为积分球出光窗的材料, 用  $\rho$  表示这些材料的漫射系数, 出光窗外表面的亮度就是

$$B' = \frac{1-\rho}{\pi} E = (1-\rho) B_{\mathcal{N}}(\xi). \quad (38)$$

由于光线在毛玻璃(或其它材料)内部的传播, 积分球出光窗亮度分布的均匀性将优于(35)式所能得到的结果.

## 七

所谓积分球的盲区是指积分球内壁的一个特定区域, 将光源安放在此区域之内, 当有效发光体不超出图 8 中  $\overline{P_c'N'}$  和  $\overline{P_c''N''}$  所规定的范围时, 受光元件无法接收到光源发出的直射光线, 因此, 积分球可以不加挡光板使用, 简化了积分球的结构.

显然, 在存在等照度圆的情况下盲区不可能存在.

盲区的大小用球心对盲区的张角  $\psi$  来表示, 由图

8

$$\psi = 2\cos^{-1}\left(\frac{x}{R_1}\right)_{\xi=1, \theta=-\frac{\pi}{2}}. \quad (39)$$

由(17a)式可得

$$\psi = 2\cos^{-1} \frac{2k_1k_2 + (1-k_2^2)\sqrt{1-k_1^2}}{1+k_2^2} \quad (\text{主值}). \quad (40)$$

表 1 中给出了  $\psi$  的数字结果.

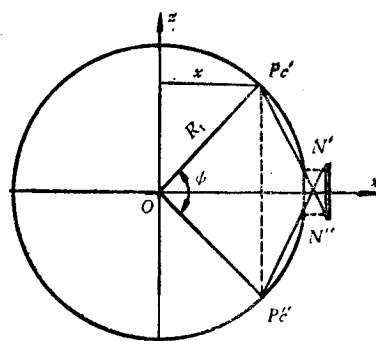


图 8

表 1

| $\psi$ | $k_2$ | 0.25   | 0.50   |
|--------|-------|--------|--------|
| 100    |       | 33,00° | 83,17° |
| 150    |       | 37,33° | 87,37° |
| 200    |       | 40,00° | 90,00° |

## 八

从普遍的意义上讲, 有限空间内的照明问题都隶属于“内部反射”问题. 本文在略去了受光元件和积分球之间的相互反射之后, 研究了积分球出光窗上照度分布的均匀性, 所取得的结果可供设计和装校积分球时使用.

在本文中, 假定了积分球内壁亮度均匀分布和光源不能直接照射积分球的出光窗. 这就要求积分球内壁有良好的漫反射性能和严格地使用挡光板, 或者利用积分球的盲区安



装光源。此外,

1) 要得到高度均匀的面光源,受光元件应放置在积分球的光孔上或者放在等照度圆的区域之内;此时,照度分布均匀,并且数值也较高。

2) 若是为了简化积分球的结构,使用积分球的盲区安装光源。这时,由于受光元件距离积分球的光孔较远,受光元件上照度分布是不均匀的并且数值较低;因此,应考虑使用毛玻璃,乳白玻璃或乳白塑料以改善照度分布的均匀性。

### 参 考 文 献

- [1] P. Moon, *Opt. Soc. Am. J.*, **30**(1940), 195.
- [2] J. A. Jacques, H. F. Kuppenheim, *Opt. Soc. Am. J.*, **45**(1955), 460.
- [3] E. B. Rosa, A. H. Taylor, *NBS Special Publication 300*, **7**(1971), 409-281.
- [4] J. W. T. Walsh, *Photometry*, Constable & Co. Ltd., London, 1953 (2nd Ed.).

## ON THE UNIFORMITY OF THE ILLUMINATION-DISTRIBUTION ON THE WINDOW OF AN INTEGRATING SPHERE

LI YA-JUN

(Department of Optical Instruments, Zhejiang University)

### ABSTRACT

In this paper we analyzed the uniformity of the illumination-distribution on the window of an integrating sphere and obtained the distribution function determined by the geometrical parameters of the sphere. On the basis of this result, we discussed the condition of existence of the equi-illumination circle and also such problems as the calculation of the blind region.