

# 关于复合场论和束缚态的一个讨论\*

汪 容

(中国科学技术大学研究生院)

## 提 要

本文探讨了现有量子场论和量子化复合场论之间的内在联系。发现在梯形近似下,它们是自洽并有内在联系的;但在更一般的非梯形近似的情况下,这种内在联系并未找到。

人们知道,强子是由层子组成的,是一种束缚态粒子。为了描述强子的各种过程,我们必须研究复合场和束缚态的理论。那末,复合场和束缚态理论同现有量子场论之间有什么样的内在联系呢?它们能不能自洽呢?以下对这个问题作一初步探讨。

## 一

如果束缚态、复合场概念可以同现有的量子场论纳入一个统一而自洽的理论体系,那末,复合场的入场、出场的定义就应该同现有的量子场论有确定的联系,特别是同 B-S 方程有着确定的联系,因为现有量子场论中只有 B-S 方程是描述束缚态的。

我们不能从微扰论出发去定义复合场的入场、出场,剩下的一种可能性(如果不是从公理假设出发的话)就是从复合场的 Yang-Feldman 方程去定义。为此,就要求有与复合场相关的超前、推迟格林函数,满足

$$\begin{aligned} K^{\text{超前}}(x_1, x_2; y_1, y_2) &= K^{\text{超前}}(x, y, X - Y) \begin{cases} = 0 & X_0 - Y_0 > 0, \\ \neq 0 & X_0 - Y_0 < 0; \end{cases} \\ K^{\text{推迟}}(x_1, x_2; y_1, y_2) &= K^{\text{推迟}}(x, y, X - Y) \begin{cases} \neq 0 & X_0 - Y_0 > 0, \\ = 0 & X_0 - Y_0 < 0; \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

和(见文献[1])

$$\begin{aligned} \int d^4 p' [I(p, p', k) + \bar{G}(p, p', k)] K^{\text{超前,推迟}}(p', q, k) &= \delta^4(p - q), \\ \int d^4 x'_1 d^4 x'_2 [I(x_1, x_2; x'_1, x'_2) + \bar{G}(x_1, x_2; x'_1, x'_2)] K^{\text{超前,推迟}}(x'_1, x'_2; y_1, y_2) \\ &= \delta^4(x_1 - y_1) \delta^4(x_2 - y_2). \end{aligned} \quad (2)$$

假定已经找到了和现有量子场论有确定联系的  $K^{\text{超前}}$  和  $K^{\text{推迟}}$ , 就立刻可写出复合场的 Yang-Feldman 方程,并定义复合场(以 A 场与 B 场的复合场为例)的入场和出场如下(弱收

\* 1979 年 9 月 22 日收到。

敛意义)<sup>1)</sup>:

$$\begin{aligned} T\phi_A(x_1)\phi_B(x_2) &= (T\phi_A(x_1)\phi_B(x_2))^\wedge + \int K^{\text{推迟}}(x_1, x_2; x'_1, x'_2) J(x'_1, x'_2) d^4x'_1 d^4x'_2, \\ T\phi_A(x_1)\phi_B(x_2) &= (T\phi_A(x_1)\phi_B(x_2))^\natural + \int K^{\text{超前}}(x_1, x_2; x'_1, x'_2) J(x'_1, x'_2) d^4x'_1 d^4x'_2, \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $J(x_1, x_2) = \int [I(x_1, x_2; y_1, y_2) + \bar{G}(x_1, x_2; y_1, y_2)] \cdot (T\phi_A(y_1)\phi_B(y_2)) d^4y_1 d^4y_2$ . 由于(2)式, 这样定义的  $(T\phi_A(x_1)\phi_B(x_2))^\wedge$  和  $(T\phi_A(x_1)\phi_B(x_2))^\natural$  显然满足 B-S 方程如下:

$$\int [I(x_1, x_2; y_1, y_2) + \bar{G}(x_1, x_2; y_1, y_2)] d^4y_1 d^4y_2 (T\phi_A(y_1)\phi_B(y_2))^\wedge = 0. \quad (4)$$

进一步还可以定义束缚态的产生、消灭算子如下(符号同文献[2]):

$$\begin{aligned} b_{PM\sigma}(X_0) &= (2\pi)^4 \int d^4x d^4x' d^3X e^{-iPX} \frac{\bar{\chi}_{PM\sigma}(x)}{\sqrt{2\omega_P}} \left( \left( x, P\omega_P | Q | x', P i \frac{\partial}{\partial X_0} \right) \right) \\ &\quad \cdot \frac{1}{2\omega_P} \frac{\partial}{\partial X_0} \left( T\phi_A \left( X + \frac{x'}{2} \right) \phi_B \left( X - \frac{x'}{2} \right) \right), \text{ 等等}. \end{aligned} \quad (5)$$

自(3)式,

$$\begin{aligned} b_{PM\sigma}^\wedge &= (2\pi)^4 \int d^4x d^4x' d^3X e^{-iPX} \frac{\bar{\chi}_{PM\sigma}(x)}{\sqrt{2\omega_P}} \left( \left( x, P\omega_P | Q | x', P i \frac{\partial}{\partial X_0} \right) \right) \\ &\quad \cdot \frac{1}{2\omega_P} \frac{\partial}{\partial X_0} \left( T\phi_A \left( X + \frac{x'}{2} \right) \phi_B \left( X - \frac{x'}{2} \right) \right)^\wedge \\ &= b_{PM\sigma}(X_0) - (2\pi)^4 \int d^4x d^4x' d^3X e^{-iPX} \frac{\bar{\chi}_{PM\sigma}(x)}{\sqrt{2\omega_P}} \left( \left( x, P\omega_P | Q | x', P i \frac{\partial}{\partial X_0} \right) \right) \\ &\quad \cdot \frac{1}{2\omega_P} \frac{\partial}{\partial X_0} K^{\text{推迟}} \left( X + \frac{x'}{2}, X - \frac{x'}{2}; y_1, y_2 \right) J(y_1, y_2) d^4y_1 d^4y_2, \text{ 等等}. \end{aligned} \quad (6)$$

从(6)式的第一行可知,  $b_{PM\sigma}^\wedge$  与  $X_0$  无关[根据弱收敛和(4)式,  $T \left( \phi_A \left( X + \frac{x'}{2} \right) \phi_B \left( X - \frac{x'}{2} \right) \right)^\wedge$  可写成 B-S 方程的解的线性和, 而  $Q$  是一个正交归一化的权函数]. 从(6)式的第二行可知[由于满足(1)式],

$$\lim_{X_0 \rightarrow -\infty} b_{PM\sigma}(X_0) = b_{PM\sigma}^\wedge, \text{ 等等}; \quad (7_1)$$

相仿有

$$\lim_{X_0 \rightarrow +\infty} b_{PM\sigma}(X_0) = b_{PM\sigma}^\natural, \text{ 等等}. \quad (7_2)$$

由此可见, 如果能找到与现有量子场论有确定联系的  $K^{\text{超前}}$  和  $K^{\text{推迟}}$ , 就可以把文献[3]中从公理假设出发而建立的束缚态和复合场的理论, 同现有的量子场论统一起来, 成为从后者可以导出前者的理论体系. 问题是在于有没有这样的  $K^{\text{超前}}, K^{\text{推迟}}$ .

## 二

先看一个简化的情况, 我们取梯形近似, 并把  $S'_F, \Delta'_F$  简化为没有辐射修正的  $S_F, \Delta_F$ ,

1) 束缚态粒子有内部相对运动, 所以复合场应有两个坐标  $x_1, x_2$ . 这里我们不引入外加假设.

于是(仍取  $A$  与  $B$  的束缚态和复合场的例子)

$$\begin{aligned} I \rightarrow I^0(x_1, x_2; y_1, y_2) &= S_F^A(x_1 - y_1)^{-1} S_F^B(x_2 - y_2)^{-1} \\ &= i \left( \gamma^A \frac{\partial}{\partial(x_1 - y_1)} + m \right) i \left( \gamma^B \frac{\partial}{\partial(x_2 - y_2)} + m \right), \\ \bar{G} \rightarrow \bar{G}^0(x_1, x_2; y_1, y_2) &= g^2 \Delta_F(x_1 - x_2) \delta^4(x_1 - y_1) \delta^4(x_2 - y_2) \end{aligned} \quad (8)$$

( $g$  是耦合常数,  $\Delta_F$  是玻色传播子).

此时, 四点格林函数

$$K(x_1, x_2; y_1, y_2) = -\langle 0 | T \phi_A(x_1) \phi_B(x_2) \bar{\phi}_A(y_1) \bar{\phi}_B(y_2) | 0 \rangle$$

简化为

$$K^0(x_1, x_2; y_1, y_2).$$

四点格林函数的方程

$$\begin{aligned} K(x_1, x_2; y_1, y_2) &= S_F^A(x_1 - y_1) S_F^B(x_2 - y_2) \\ &- \int d^4x_5 d^4x_6 d^4x_7 d^4x_8 S_F^A(x_1 - x_5) S_F^B(x_2 - x_6) \bar{G}(x_5, x_6; x_7, x_8) K(x_7, x_8; y_1, y_2) \end{aligned} \quad (9)$$

和

$$\begin{aligned} &\int [I(x_1, x_2; x'_1, x'_2) + \bar{G}(x_1, x_2; x'_1, x'_2)] d^4x'_1 d^4x'_2 K(x'_1, x'_2; y_1, y_2) \\ &= \delta^4(x_1 - y_1) \delta^4(x_2 - y_2), \end{aligned} \quad (10)$$

就简化为

$$\begin{aligned} K^0(x_1, x_2; y_1, y_2) &= S_F^A(x_1 - y_1) S_F^B(x_2 - y_2) \\ &- \int d^4x_5 d^4x_6 d^4x_7 d^4x_8 S_F^A(x_1 - x_5) S_F^B(x_2 - x_6) \bar{G}^0(x_5, x_6; x_7, x_8) K^0(x_7, x_8; y_1, y_2) \end{aligned} \quad (11)$$

和

$$\begin{aligned} &\int [I^0(x_1, x_2; x'_1, x'_2) + \bar{G}^0(x_1, x_2; x'_1, x'_2)] d^4x'_1 d^4x'_2 K^0(x'_1, x'_2; y_1, y_2) \\ &= \delta^4(x_1 - y_1) \delta^4(x_2 - y_2). \end{aligned} \quad (12)$$

有兴趣的是把(8), (11)式代入(12)式左方后, 各项怎样消去而余下  $\delta^4(x_1 - y_1) \delta^4(x_2 - y_2)$ .

我们看到, 代入后有

$$\begin{aligned} &-\left( \gamma^A \cdot \frac{\partial}{\partial x_1} + m \right) \left( \gamma^B \cdot \frac{\partial}{\partial x_2} + m \right) S_F^A(x_1 - y_1) S_F^B(x_2 - y_2) \\ &- g^2 \Delta_F(x_1 - x_2) K^0(x_1, x_2; y_1, y_2) \\ &+ g^2 \Delta_F(x_1 - x_2) S_F^A(x_1 - y_1) S_F^B(x_2 - y_2) \\ &- g^4 \Delta_F(x_1 - x_2) \int S_F^A(x_1 - x'_1) S_F^B(x_2 - x'_2) d^4x'_1 d^4x'_2 \Delta_F(x'_1 \\ &- x'_2) K^0(x'_1, x'_2; y_1, y_2) = \delta^4(x_1 - y_1) \delta^4(x_2 - y_2). \end{aligned} \quad (13)$$

上式左方第一项为  $\delta^4(x_1 - y_1) \delta^4(x_2 - y_2)$ , 第二、三、四项由于(11)式而恰好消去.

换到动量表示: (11)式的动量表示是[根据(8)式, 乘上  $e^{-ik(X-Y)} \cdot e^{-ipx} \cdot e^{iqy} d^4(X - Y) d^4x d^4y$ , 并积分]

$$\begin{aligned}
K^0(p, q, k) = & \frac{1}{\left(\frac{k}{2} + p\right) \cdot \gamma^A - im - i\varepsilon} \cdot \frac{1}{\left(\frac{k}{2} - p\right) \cdot \gamma^B - im - i\varepsilon} \cdot \delta^4(p - q) \\
& + \frac{ig^2}{(2\pi)^4} \cdot \frac{1}{\left(\frac{k}{2} + p\right) \cdot \gamma^A - im - i\varepsilon} \cdot \frac{1}{\left(\frac{k}{2} - p\right) \cdot \gamma^B - im - i\varepsilon} \\
& \cdot \int \frac{d^4 r_2}{r_2^2 + \mu^2 - i\varepsilon} K^0(p - r_2, q, k); \quad (14)
\end{aligned}$$

(13)式的动量表示为

$$\begin{aligned}
& (2\pi)^4 \delta^4(p - q) \\
& + ig^2 \int \frac{d^4 r_1}{r_1^2 + \mu^2 - i\varepsilon} K^0(p - r_1, q, k) \\
& - ig^2 \frac{1}{(p - q)^2 + \mu^2 - i\varepsilon} \cdot \frac{1}{\left(\frac{k}{2} + q\right) \cdot \gamma^A - im - i\varepsilon} \cdot \frac{1}{\left(\frac{k}{2} - q\right) \cdot \gamma^B - im - i\varepsilon} \\
& + g^4 \frac{1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 r_1}{r_1^2 + \mu^2 - i\varepsilon} \cdot \frac{1}{\left(\frac{k}{2} + p - r_1\right) \cdot \gamma^A - im - i\varepsilon} \\
& \cdot \frac{1}{\left(\frac{k}{2} - p + r_1\right) \cdot \gamma^B - im - i\varepsilon} \cdot \frac{d^4 r_2}{r_2^2 + \mu^2 - i\varepsilon} \cdot K^0(p - r_1 - r_2, q, k) \\
& = (2\pi)^4 \delta^4(p - q). \quad (15)
\end{aligned}$$

这里第二项用(14)式代入,就恰好与第三、四项消去。

现在就可以尝试来定义  $K^{\text{超前}}$ ,  $K^{\text{推迟}}$ 。先看

$$\begin{aligned}
& S_F\left(\frac{k}{2} \pm p\right) \\
& = \frac{1}{(2\pi)^4} \frac{m}{\sqrt{\left(\frac{k}{2} \pm p\right)^2 + m^2}} \left[ \frac{i \sum_{r=1}^2 u_{fr} \bar{u}_{fr}}{\frac{k_0}{2} \pm p_0 - \sqrt{\left(\frac{k}{2} \pm p\right)^2 + m^2} + i\varepsilon} \right. \\
& \quad \left. + \frac{i \sum_{r=1}^2 -v_{-fr} \bar{v}_{-fr}}{-\frac{k_0}{2} \mp p_0 - \sqrt{\left(\frac{k}{2} \pm p\right)^2 + m^2} + i\varepsilon} \right]. \quad \left( \text{分子上 } f = \frac{k}{2} \pm p \right) \quad (16)
\end{aligned}$$

由此可定义  $S_+$ ,  $S_-$ ,

$S_+\left(\frac{k}{2} \pm p\right)$ : (16)式第一项  $i\varepsilon$  换成  $-i\varepsilon$ , 使两项的  $k_0$  极点都在实轴上侧;

$S_-\left(\frac{k}{2} \pm p\right)$ : (16)式第二项  $i\varepsilon$  换成  $-i\varepsilon$ , 使两项的  $k_0$  极点都在实轴下侧。

然后,把方程(14)中各项的  $k_0$  实轴下侧  $-i\varepsilon$  处的极点都挪到上侧  $i\varepsilon$  处(原在上侧的不动),并把这样挪过极点的  $K$  定义为  $K^{\text{超前}}$ , 则方程(14)改为

$$K^{0\text{超前}}(p, q, k) = (2\pi)^8 S_{\uparrow}^A \left( \frac{k}{2} + p \right) S_{\uparrow}^B \left( \frac{k}{2} - p \right) \delta^4(p - q) \\ + ig^2 (2\pi)^4 S_{\uparrow}^A \left( \frac{k}{2} + p \right) S_{\uparrow}^B \left( \frac{k}{2} - p \right) \left[ \frac{d^4 r_2}{r_2^2 + \mu^2 - i\epsilon} K^{0\text{超前}}(p - r_2, q, k) \right]. \quad (17)$$

相仿把(14)式中所有的  $k_0$  实轴上侧  $i\epsilon$  处的极点都挪到下侧  $-i\epsilon$  处(原在下侧的不动), 并把这样挪过极点的  $K$  定义为  $K^{\text{推迟}}$ , 则方程(14)改成为

$$K^{0\text{推迟}}(p, q, k) = (2\pi)^8 S_{\downarrow}^A \left( \frac{k}{2} + p \right) S_{\downarrow}^B \left( \frac{k}{2} - p \right) \delta^4(p - q) \\ + ig^2 (2\pi)^4 S_{\downarrow}^A \left( \frac{k}{2} + p \right) S_{\downarrow}^B \left( \frac{k}{2} - p \right) \left[ \frac{d^4 r_2}{r_2^2 + \mu^2 - i\epsilon} K^{\text{推迟}}(p - r_2, q, k) \right]. \quad (18)$$

这样定义的  $K^{0\text{超前}}$ ,  $K^{0\text{推迟}}$  回到  $x$  表象就满足

$$K^{0\text{超前}}(x, x', X - X') \begin{cases} = 0 & X - X'_0 > 0, \\ \neq 0 & X_0 - X'_0 < 0; \end{cases} \quad K^{0\text{推迟}}(x, x', X - X') \begin{cases} \neq 0 & X_0 - X'_0 > 0, \\ = 0 & X_0 - X'_0 < 0. \end{cases} \quad (19)$$

还可以证明  $K^{0\text{超前}}$ ,  $K^{0\text{推迟}}$  也满足与(2)式类似的方程

$$\int [I^0(x_1, x_2; x'_1, x'_2) + \bar{G}^0(x_1, x_2; x'_1, x'_2)] d^4 x'_1 d^4 x'_2 K^{0\text{超前}, \text{推迟}}(x'_1, x'_2; y_1, y_2) \\ = \delta^4(x_1 - y_1) \delta^4(x_2 - y_2). \quad (20)$$

为了证明, 只需注意到

1)  $\bar{G}^0$  是梯形近似, 与(15)式的情况一样, 在(20)式的动量表示中,  $I^0 + \bar{G}^0$  中的  $\bar{G}^0$  和  $K^{0\text{超前}}$ ,  $K^{0\text{推迟}}$  中的  $\bar{G}^0$  都不含  $k_0$ , 都只以  $1/(r^2 + \mu^2 - i\epsilon)$  形式出现.

2) 与(16)式等价, 有

$$S_F \left( \frac{k}{2} \pm p \right) = \frac{-1}{(2\pi)^4} \cdot \frac{\gamma \cdot \left( \frac{k}{2} \pm p \right) + im}{\left( \frac{k}{2} \pm p \right)^2 + m^2 - i\epsilon},$$

按定义还有

$$S_{\uparrow} \left( \frac{k}{2} \pm p \right) = \frac{-1}{(2\pi)^4} \frac{\gamma \cdot \left( \frac{k}{2} \pm p \right) + im}{\left( \frac{k}{2} \pm p \right)^2 - \left( \frac{k_0}{2} \pm p_0 - i\epsilon \right)^2 + m^2}, \\ S_{\downarrow} \left( \frac{k}{2} \pm p \right) = \frac{-1}{(2\pi)^4} \cdot \frac{\gamma \cdot \left( \frac{k}{2} \pm p \right) + im}{\left( \frac{k}{2} \pm p \right)^2 - \left( \frac{k_0}{2} \pm p_0 + i\epsilon \right)^2 + m^2}, \\ S_F^{-1} \left( \frac{k}{2} \pm p \right) = - \left( \frac{k}{2} \pm p \right) \cdot \gamma + im.$$

所以

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} S_F^{-1} \left( \frac{k}{2} \pm p \right) S_F \left( \frac{k}{2} \pm p \right) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} S_F^{-1} \left( \frac{k}{2} \pm p \right) S_N \left( \frac{k}{2} \pm p \right) = \frac{1}{(2\pi)^4},$$

$$\int S_F(x-x')^{-1} d^4x' S_F(x'-y) = \int S_F(x-x')^{-1} d^4x' S_N(x'-y) = \delta^4(x-y). \quad (21)$$

于是,把(20)式左方写成动量表示,并把(17),(18)式代入,考虑到1),2)和(21)式,立刻得到与(15)式相仿的表式

$$\begin{aligned} & (2\pi)^4 \delta^4(p-q) \\ & + ig^2 \int \frac{d^4r_1}{r_1^2 + \mu^2 - i\epsilon} K^{0\text{超前},\text{推迟}}(p-r_1, q, k) \\ & - ig^2 \frac{1}{(p-q)^2 + \mu^2 - i\epsilon} \cdot (2\pi)^8 S_N^A\left(\frac{k}{2} + q\right) S_N^B\left(\frac{k}{2} - q\right) \\ & + g^4 \frac{1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4r_1}{r_1^2 + \mu^2 - i\epsilon} (2\pi)^8 S_N^A\left(\frac{k}{2} + p - r_1\right) S_N^B\left(\frac{k}{2} - p + r_1\right) \\ & \cdot \frac{d^4r_2}{r_2^2 + \mu^2 - i\epsilon} K^{0\text{超前},\text{推迟}}(p-r_1-r_2, q, k) = (2\pi)^4 \delta^4(p-q). \end{aligned} \quad (22)$$

由于(17),(18)式,所以(22)式左方只留下第一项,第二、三、四项正好消去. 回到  $x$  表象, (22)式就变成(20)式.

所以我们得到,在梯形近似和  $S'_F \rightarrow S_F$ ,  $\Delta'_F \rightarrow \Delta_F$ , 没有辐射修正的近似条件下,可以用(17),(18)式来定义  $K^{0\text{超前}}$ ,  $K^{0\text{推迟}}$ , 它们满足第一节的要求. 换句话说: 可以做到从现有量子场论(包括B-S方程及其解)直接导出  $K^{0\text{超前}}$ ,  $K^{0\text{推迟}}$ , 和由此导出复合场的渐近条件,等等,不需外加假设.

### 三

但如果不是梯形近似,而是更一般的情况,上述结论就不对了. 下面说明这一点:

为了满足推迟,超前条件(1)式,我们仍可试定义

$$K_+(x_1, x_2; y_1, y_2) = K^{\text{超前}}(x_1, x_2; y_1, y_2)$$

——把  $k_0$  极点都移到实轴上侧  $i\epsilon$  处;

$$K_-(x_1, x_2; y_1, y_2) = K^{\text{推迟}}(x_1, x_2; y_1, y_2)$$

——把  $k_0$  极点都移到实轴下侧  $-i\epsilon$  处.

则方程(9)换成为<sup>1)</sup>

$$\begin{aligned} & K^{\text{超前},\text{推迟}}(x_1, x_2; y_1, y_2) = S_N'^A(x_1 - y_1) S_N'^B(x_2 - y_2) \\ & - \int d^4x_5 d^4x_6 d^4x_7 d^4x_8 \cdot S_N'^A(x_1 - x_5) S_N'^B(x_2 - x_6) \bar{G}_N(x_5, x_6; x_7, x_8) \\ & \cdot K^{\text{超前},\text{推迟}}(x_7, x_8; y_1, y_2). \end{aligned} \quad (23)$$

问题是这样定义的  $K^{\text{超前}}$ ,  $K^{\text{推迟}}$  是不是也满足与(10)式类似的方程. 我们注意到:

1) 如果把(23)式代入(10)式,左方就会既出现  $\bar{G}$ , 又出现  $\bar{G}_N$ ,  $\bar{G}$  和  $\bar{G}_N$  是不相同的. 这和(22)式不一样,(22)式中虽然也是既有  $\bar{G}^0$ , 又有  $\bar{G}_N^0$ , 但它们都不含有  $k_0$ , 所以它们是相同的,正因如此,(22)式左方第二、三、四项才能消去.

1)  $S'_i$ (或  $S'_i$ ),  $\bar{G}_i$ (或  $\bar{G}_i$ ) 的意义也是  $k_0$  极点都在实轴上侧(或下侧).

2) 根据  $\left[\sum_N \left(\frac{k}{2} \pm p\right)\right]$  中箭头的意义同前

$$S_F'^{-1} \left(\frac{k}{2} \pm p\right) = S_F^{-1} \left(\frac{k}{2} \pm p\right) - \frac{1}{(2\pi)^4} \sum \left(\frac{k}{2} \pm p\right),$$

$$S_N' \left(\frac{k}{2} \pm p\right) = S_N \left(\frac{k}{2} \pm p\right) + S_N \left(\frac{k}{2} \pm p\right) \sum_N \left(\frac{k}{2} \pm p\right) S_N' \left(\frac{k}{2} \pm p\right),$$

和  $S_F^{-1} \left(\frac{k}{2} \pm p\right) S_F \left(\frac{k}{2} \pm p\right) = S_F^{-1} \left(\frac{k}{2} \pm p\right) S_N \left(\frac{k}{2} \pm p\right) = \frac{1}{(2\pi)^4},$

应有

$$\begin{aligned} S_F'^{-1} \left(\frac{k}{2} \pm p\right) S_N' \left(\frac{k}{2} \pm p\right) &= \frac{1}{(2\pi)^4} + \frac{1}{(2\pi)^4} \sum_N \left(\frac{k}{2} \pm p\right) S_N' \left(\frac{k}{2} \pm p\right) \\ &\quad - \frac{1}{(2\pi)^4} \sum \left(\frac{k}{2} \pm p\right) S_N' \left(\frac{k}{2} \pm p\right) \\ &\quad - \frac{1}{(2\pi)^4} \sum \left(\frac{k}{2} \pm p\right) S_N \left(\frac{k}{2} \pm p\right) \sum_N \left(\frac{k}{2} \pm p\right) S_N' \left(\frac{k}{2} \pm p\right). \end{aligned}$$

由于  $\sum_N \left(\frac{k}{2} \pm p\right) \approx \sum \left(\frac{k}{2} \pm p\right)$ , 所以右方不是  $1/(2\pi)^4$  (第二、三、四项不互相抵消)。

自 1), 2) 可见, 与(22)式不同, 把(23)式代入(10)式(即把(10)式中的  $K$  换成这里的  $K^{\text{超前, 推迟}}$ )后, 因为  $\bar{G}_N \left(\frac{k}{2} \pm p\right)$  与  $\bar{G} \left(\frac{k}{2} \pm p\right)$  不同,  $S_F'^{-1} \left(\frac{k}{2} \pm p\right) S_N' \left(\frac{k}{2} \pm p\right) \approx \frac{1}{(2\pi)^4}$ , 所以不能出现抵消, 从而

$$\begin{aligned} &\int [I(x_1, x_2; x'_1, x'_2) + \bar{G}(x_1, x_2; x'_1, x'_2)] d^4 x'_1 d^4 x'_2 K^{\text{超前, 推迟}}(x'_1, x'_2; y_1, y_2) \\ &\quad \approx \delta^4(x_1 - y_1) \delta^4(x_2 - y_2). \end{aligned}$$

也就是说, 按上述方法挪动  $K(p, q, k)$  中的  $k_0$  的极点不能得到第二节中所要的  $K^{\text{超前}}$  和  $K^{\text{推迟}}$ , 也就不能由此来定义复合场的入场与出场。

还可以做更一般的讨论, 假定存在所要找的  $K^{\text{超前, 推迟}}$ , 满足

$$\begin{aligned} &\int [I(x_1, x_2; x'_1, x'_2) + \bar{G}(x_1, x_2; x'_1, x'_2)] d^4 x'_1 d^4 x'_2 K^{\text{超前, 推迟}}(x'_1, x'_2; y_1, y_2) \\ &\quad = \delta^4(x_1 - y_1) \delta^4(x_2 - y_2) \end{aligned} \quad (24)$$

和(1)式, 但不一定是由简单地挪动  $K$  中的  $k_0$  极点得来, 则由于

$$\begin{aligned} &\int [I(x_1, x_2; x'_1, x'_2) + \bar{G}(x_1, x_2; x'_1, x'_2)] d^4 x'_1 d^4 x'_2 K(x'_1, x'_2; y_1, y_2) \\ &\quad = \delta^4(x_1 - y_1) \delta^4(x_2 - y_2), \\ &\int K(x_1, x_2; x'_1, x'_2) d^4 x'_1 d^4 x'_2 [I(x'_1, x'_2; y_1, y_2) + \bar{G}(x'_1, x'_2; y_1, y_2)] \\ &\quad = \delta^4(x_1 - y_1) \delta^4(x_2 - y_2), \end{aligned} \quad (25)$$

可以定义

$$K^{\text{超前}} = K - K_1, \quad K^{\text{推迟}} = K - K_2. \quad (26)$$

而  $K_1, K_2$  必须满足 B-S 方程,

$$\int [I(x_1, x_2; x'_1, x'_2) + \bar{G}(x_1, x_2; x'_1, x'_2)] d^4 x'_1 d^4 x'_2 K_{1,2}(x'_1, x'_2; y_1, y_2) = 0$$

和

$$\int K_{1,2}(x_1, x_2; x'_1, x'_2) d^4x'_1 d^4x'_2 [I(x'_1, x'_2; y_1, y_2) + \bar{G}(x'_1, x'_2; y_1, y_2)] = 0. \quad (27)$$

又  $K$  超前,  $K$  推迟,  $K_1, K_2$  应与坐标原点无关, 所以  $K_1, K_2$  只能取如下形式:

$$K_{1,2}(x, y, X - Y) = \sum_i \alpha^{1,2}(P_i) \chi_{P_i}(x) e^{iP_i(X-Y)} \bar{\chi}_{P_i}(y), \quad (28)$$

$\chi, \bar{\chi}$  是 B-S 方程的解, 从而 (28) 的形式满足方程 (27).

把  $K_1, K_2$  换到动量表示, 可看到有如下特点:

$$1) K_{1,2}(p, q, k) \sim \sum_i \alpha^{1,2}(P_i) \chi_{P_i}(p) \bar{\chi}_{P_i}(q) \delta^4(\vec{P}_i - k),$$

其中

$$\delta(P_{i0} - k_0) = \frac{1}{2\pi i} \left( \frac{1}{P_{i0} - k_0 - i\varepsilon} + \frac{1}{-P_{i0} + k_0 - i\varepsilon} \right).$$

所以  $\sum_i$  中每一项有一个简单的  $k_0$  极点.

2) 极点中的  $P_{i0}$  无非是 [由于  $\delta^3(\mathbf{P}_i - \mathbf{k})$ ]

$$P_{i0} = \sqrt{\mathbf{P}_i^2 + m_i^2} \rightarrow \sqrt{\mathbf{k}^2 + m_i^2},$$

其中  $m_i$  是双粒子系统的 B-S 方程解的不变质量.

再回过头来看  $K(p, q, k)$  中  $k_0$  的极点. 把  $K$  按如下方式展开:

$$\begin{aligned} & K(x_1, x_2; y_1, y_2) \\ &= - \sum_{n_1, n_2, n_3} \langle 0 | \phi_A(x_1) | n_1 \rangle \langle n_1 | \phi_B(x_2) | n_2 \rangle \langle n_2 | \bar{\phi}_A(y_1) | n_3 \rangle \langle n_3 | \bar{\phi}_B(y_2) | 0 \rangle \\ & \quad \cdot \theta(x_{10} - x_{20}) \cdot \theta(x_{20} - y_{10}) \cdot \theta(y_{10} - y_{20}) \\ & \quad + \dots \\ & \quad + \sum_{n_1, n_2, n_3} \langle 0 | \phi_A(x_1) | n_1 \rangle \langle n_1 | \bar{\phi}_A(y_1) | n_2 \rangle \langle n_2 | \phi_B(x_2) | n_3 \rangle \langle n_3 | \bar{\phi}_B(y_2) | 0 \rangle \\ & \quad \cdot \theta(x_{10} - y_{10}) \cdot \theta(y_{10} - x_{20}) \cdot \theta(x_{20} - y_{20}) \\ & \quad + \dots \end{aligned} \quad (29)$$

共有 24 项. [这里没有写出等时项 (Sea gull 项), 因它们不提供  $k_0$  的极点.] 取

$$\theta(x_0) = \frac{1}{2\pi i} \int \frac{e^{i\lambda x_0}}{\lambda - i\varepsilon} d\lambda, \quad (30)$$

乘上  $e^{-ik(X-Y)} \cdot e^{-ipx} \cdot e^{iqy} d^4(X-Y) d^4x d^4y$  并积分, 就得到与 (29) 式对应的  $K(p, q, k)$  中的各项. 与 (29) 式第一项对应的  $k_0$  极点部分 (略去其他因子) 是

$$\begin{aligned} & 1 / \left[ \left( -\frac{k_0}{2} - p_0 + \sqrt{\left( -\frac{\mathbf{k}}{2} - \mathbf{p} \right)^2 + m_1^2 - i\varepsilon} \right) \left( -k_0 + \sqrt{\mathbf{k}^2 + m_2^2 - i\varepsilon} \right) \right. \\ & \quad \left. \times \left( -\frac{k_0}{2} + q_0 + \sqrt{\left( -\frac{\mathbf{k}}{2} + \mathbf{q} \right)^2 + m_3^2 - i\varepsilon} \right) \right], \end{aligned} \quad (31)$$

(29) 式中另一项对应的  $k_0$  极点部分是

$$1 / \left[ \left( -\frac{k_0}{2} - p_0 + \sqrt{\left( -\frac{\mathbf{k}}{2} - \mathbf{p} \right)^2 + m_1^2 - i\varepsilon} \right) \left( q_0 - p_0 + \sqrt{(\mathbf{q} - \mathbf{p})^2 + m_2^2 - i\varepsilon} \right) \right]$$



$$\times \left( -\frac{k_0}{2} + q_0 + \sqrt{\left( -\frac{k}{2} + q \right)^2 + m_3^2 - i\varepsilon} \right). \quad (32)$$

可见在  $K(p, q, k)$  中,  $k_0$  的极点一般是与  $p_0, q_0$  有关的, 并且只有  $m_2$  包括双粒子复合态质量, 而  $m_1, m_3$  都是单粒子质量. 因此,  $K(p, q, k)$  中  $k_0$  的极点与  $K_{1,2}(p, q, k)$  中  $k_0$  的极点位置并不都一样, 从而不能期望在 (26) 式的  $K - K_1$  中把在实轴下侧的  $k_0$  极点都消去 ( $K^{\text{前}}$  的要求); 也不能期望在  $K - K_2$  中把  $k_0$  实轴上侧的  $k_0$  极点都消去 ( $K^{\text{后}}$  的要求).

可见, 通过上述途径, 在梯形近似情况下, 可以找到复合场和束缚态的理论同现有量子场论之间的内在联系; 但在非梯形近似的更一般的情况下, 通过上述途径并不能找到这种内在联系. 是不是还有其他途径? 特别是在完全囚禁的情况下, 层子的传播子  $S_F$  将有定性的改变, 这又会引起什么后果? 这些都是有兴趣的有待探讨的问题.

感谢胡宁同志和戴元本同志的有益的讨论.

### 参 考 文 献

- [1] D. Lurié, *Particles and Fields*, (1968), Interscience Publishers.
- [2] 汪容, 高能物理与核物理, **3**(1979), 645.
- [3] 何祚麻, 黄涛, 物理学报, **23**(1974), 113.

## A COMMENT ON THE COMPOSITE QUANTIZED FIELD THEORY AND BOUND STATES

WANG RONG

(Graduate School, University of Science and Technology of China)

### ABSTRACT

The interrelation between traditional quantum field theory and composite quantized field theory is investigated. It is found that they are compatible and interrelated in the ladder approximation, whereas beyond this approximation the interrelation is not established.