

托卡马克中等离子体频率 附近的增强辐射现象*

吴京生 夏蒙芬

(美国马里兰大学) (北京大学物理系)

周如玲 康寿万 蔡诗东

(中国科学院物理研究所)

提 要

实验提出托卡马克中的等离子体频率附近的增强辐射现象与高能逃逸电子有关,但是辐射的机制尚未完全弄清。本文讨论了两种可能的机制。一种是诱发辐射,这是来自逃逸电子与波的反常迴旋共振。另一种是自发辐射,主要来自契伦柯夫共振。前者要求逃逸电子的能量比后者为大,因此,自发辐射理论更引人注意。在很宽的参数变化范围内对辐射率作了数值计算。对于等离子体频率大于迴旋频率的情况也作了讨论。

一、引 言

等离子体频率附近的增强辐射,是近年来在受控热核聚变实验装置托卡马克中发现的一种重要的新现象。这首先是在法国的 TFR 与美国的 Alcator 等装置中被观测到的^[1,2]。由于这一现象不能简单地直接用以前的辐射理论进行解释,并且,它与在托卡马克中起重要作用的逃逸电子现象有密切关系,于是引起了广泛的注意和热烈的讨论。

Fidone 等人^[3]及 Hutchinson 等人^[4]用不同的非线性过程解释这种现象; Lee 等人^[5]以诱发辐射过程来解释; Freund 等人^[6,7]解释为自发辐射的过程。但是,这些理论中都存在一定的问题或困难,增强辐射的机制仍未得到比较肯定的解释。

本文重新研究了上述这些机制,对有关的物理问题作了进一步的讨论,试图对增强辐射的机制问题得到比较明确的答案。

等离子体频率附近的增强辐射的理论,必须能解释它的主要特征。这是一种“反常”的“非热”辐射,其特征大体如下:

(1) 当中心区的等离子体频率 ω_{pe} 小于电子迴旋频率 Ω_e 时,在 ω_{pe} 附近观测到高于平衡等离子体热辐射的增强辐射。增强辐射主要集中在 $\omega \gtrsim \omega_{pe}$ 区域,其辐射峰达到极大强度时与 $2\Omega_e$ 附近的辐射峰的强度可比;

(2) 当电子密度 n_e 增大,达到 $\omega_{pe} > \Omega_e$ 时,无明显的增强辐射,见图 1;

* 1978年11月29日收到。

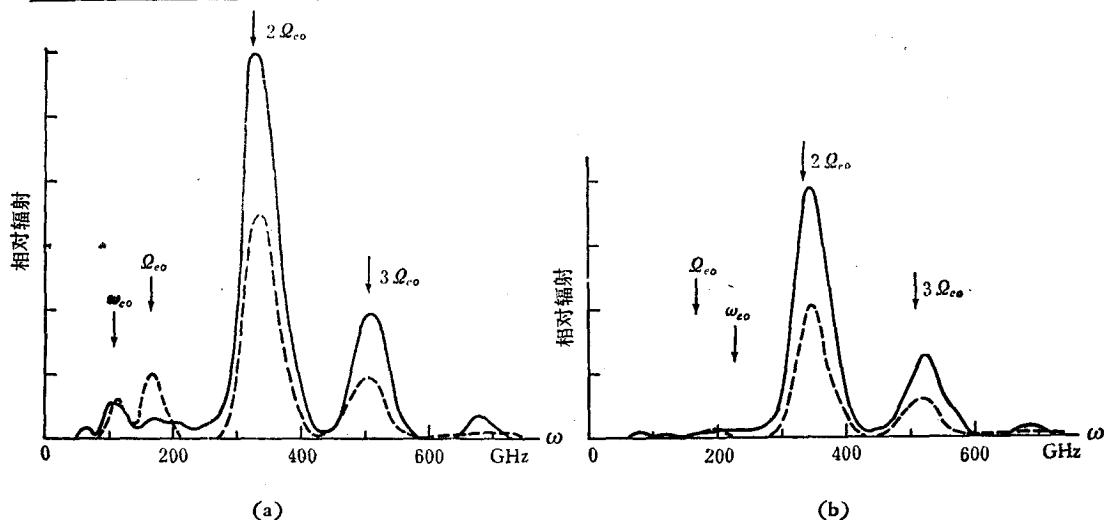


图1 相对辐射随频率的变化
实线为非常波;虚线为寻常波

- (3) 辐射的极化特征可能是以非常模占主要;
- (4) 增强辐射的强度在放电初期迅速达到极大,然后下降. 其衰退的特征时间约与密度上升时间同量级(在 TFR 中约为 100 ms);
- (5) 辐射功率与逃逸电子有明显关系. 一般说来,逃逸现象越强,辐射功率越高.

二、增强辐射的机制

前面提到的几种理论都是用逃逸电子引起的辐射来说明增强辐射.

Fidone 等人^[3]的工作和 Hutchinson 等人^[4]的工作,考虑的都是逃逸电子激发某种静电波,这种静电波通过某种非线性过程产生电磁波. 由于静电波不能传出等离子体,因此,必须转化为电磁波才能传出等离子体而被测量到.

Fidone 等人的理论已经引起了一些批评和争论^[8-10]. 从与实验比较的角度看, Fidone 的机制只能引起低于 ω_c 的寻常模的辐射. 这从频率范围和极化特征来看均不对应于所观测到的增强辐射,而且 $\omega < \omega_c$ 的寻常电磁波在等离子体中也是不能传播的.

Hutchinson 等人的理论考虑的是逃逸电子引起等离子体振荡的加强,它在热涨落水平的离子声扰动上散射,产生寻常电磁波. 作者认为,由于电磁辐射很强,使诱发吸收变得重要,导致黑体型的辐射,这就是增强辐射. 同时,若寻常模与非常模的吸收均达到等效黑体的水平,则虽然寻常模的耦合较强,其辐射的极化特征并不以寻常模占优势. 在这个理论中,关键是假定了电磁辐射的吸收是黑体型的,即假定了辐射是稳态的,并略去了能流项的贡献(中心区不透明). 但由于 ω_c 附近的增强辐射具有非稳态的特征,稳态假定是否可用是值得怀疑的. 同时,根据作者所取的参数,能流项实际上与吸收项是同量级的,不能略去. 由于这些原因,这种机制还不是很可信的.

一般说来,并不排斥通过某种非线性过程引起增强辐射的可能性. 但现有的几种非线性理论尚不能对增强辐射给出比较正确的解释.

Lee 等人^[5]的诱发辐射理论和 Freund 等人^[6,7]自发辐射理论考虑的都是逃逸电子引起等离子体频率附近的慢非常波 (SX) 的辐射。在冷等离子体近似, 波的色散关系为^[11]

$$N_{\pm}^2 = 1 - \frac{2\alpha^2(1 - \alpha^2)}{2(1 - \alpha^2) - \beta^2(\sin^2\theta \mp \rho)}, \quad (1)$$

其中 $\alpha^2 = \omega_e^2/\omega^2$, $\beta^2 = Q_e^2/\omega^2$, θ 为波矢 $\mathbf{k}$ 与磁场 $\mathbf{B}_0$ 的夹角, $\rho^2 = \sin^4\theta + 4(\omega^2/Q_e^2)(1 - \alpha^2)^2\cos^2\theta$, $N_{\pm}$ 为折射率 ($N^2 = k^2c^2/\omega^2$), N_+ 为寻常模 (O 模) 的折射率, N_- 为非常模 (X 模) 的折射率。慢非常波 (SX) 是非常波在 $\omega \gtrsim \omega_e$ 的一段, 其色散曲线见图 2。SX 波是一种静电-电磁混杂模。当它向等离子体边界传播时, 逐渐变为电磁模而从等离子体中直接辐射出去。在这种模型中, 只要考虑波从中心向边界传播的过程, 而不需要非线性耦合机制。

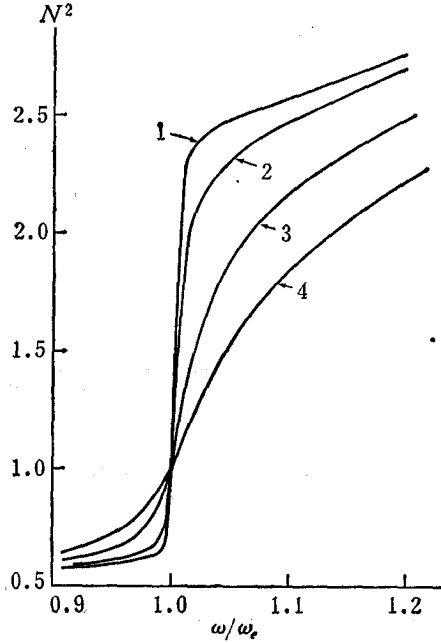


图2 慢非常波 (SX) 色散曲线 $D \equiv Q_e/\omega_e = 5/3$.
1 为 $\theta = 2.5^\circ$; 2 为 $\theta = 5^\circ$;
3 为 $\theta = 10^\circ$; 4 为 $\theta = 15^\circ$

逃逸电子在等离子体中发生的自发辐射和诱发辐射是不同的物理过程。自发辐射指的是, 带电粒子与它自身在等离子体中引起的响应场之间的相互作用而导致等离子体中的波的发射过程。而若等离子体中存在着某种波, 在一定条件下, 粒子与这种波场相互作用的结果可导致波的增长 (或衰减), 这称为诱发辐射 (或吸收)。在这两种辐射中, 主要的贡献来自粒子与波的共振耦合效应。共振条件为

$$\omega_r - k_{\parallel}v_{\parallel} - mQ_e/\gamma_R = 0, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (2)$$

ω_r 为波的实频率, $\mathbf{k}$ 为波矢, $\mathbf{v}$ 为电子速度, $Q_e = |e|B_0/m_e c$, $\gamma_R = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$, $\parallel$ 标志平行于磁场的分量。

先讨论自发辐射理论所得到的结果。在适当的逃逸电子分布函数的模型下, 寻常模发射率 η_+ 与非常模发射率 η_- 为^[7]

$$\begin{aligned} \eta_{\pm}(\omega, \theta) = & \frac{e^2 n_r}{2\pi^{3/2}} \frac{\omega u_p^2 N_{\pm}}{c \rho(u_1 - u_2)} \sum_{m=0}^{\infty} |u_{rm}^{\pm} - c \gamma_{rm} N_{\pm} \cos \theta|^{-1} \\ & \times H[m^2 Q_e^2 - \omega^2(1 - N_{\pm}^2 \cos^2 \theta)] \cdot \left[\exp\left(-\frac{u_{rm}^{\pm 2}}{u_1^2}\right) - \exp\left(-\frac{u_{rm}^{\pm 2}}{u_2^2}\right) \right] \\ & \times \exp(-\mu'_{\pm}) \left\{ A_{1m}^{\pm} \frac{m^2}{\mu'_{\pm}} I_m(\mu'_{\pm}) A_{2m}^{\pm} [I_m(\mu'_{\pm}) - I'_m(\mu'_{\pm})] \right\}, \quad (3) \end{aligned}$$

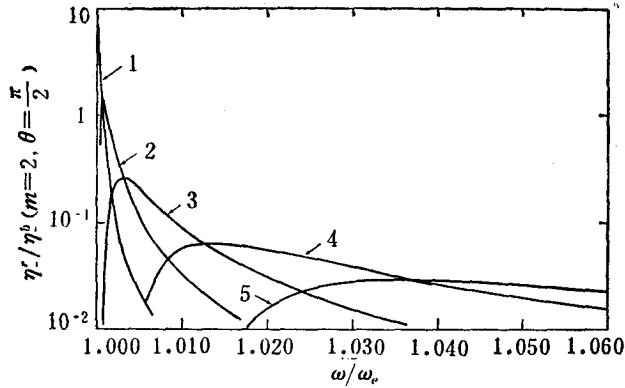
式中各符号的定义见文献[7]。文献[7]按(3)式对 $D \equiv Q_e/\omega_e > 1$ 的情形作了数值计算, 在 $\omega \gtrsim \omega_e$ 区域得到了增强辐射。

我们根据(3)式在更宽的参数范围计算了逃逸电子对寻常波及非常波的发射率 $\eta_{\pm}^r$. 还计算了热平衡等离子体对 $\theta = \pi/2$ 的非常波的发射率中的 $m = 2$ 项在 $\omega \lesssim 2\Omega_e$ 附近的峰值 $\eta_{\pm}^b(\theta = \pi/2)$. 所作曲线均是 $\eta_{\pm}^r$ 对 $\eta_{\pm}^b(\theta = \pi/2)$ 的相对值. 以下讨论计算结果.

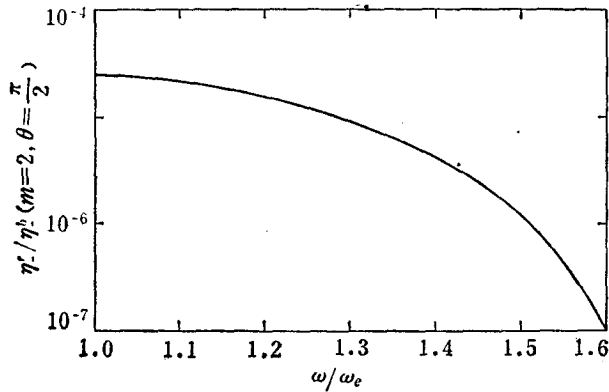
对 $\omega_e < \Omega_e$ (即 $D > 1$)的情形, 计算结果基本上与文献[7]相同, 现将它与实验特征对比, 作进一步的讨论.

计算结果表明, 辐射谱在接近 ω_e 处的峰的附近, 主要是非常波的贡献($|\eta_{+}^r/\eta_{-}^r| \ll 1$). 这种极化特征是与实验观测相符的.

图3是 $D = 5/3$ 时不同 θ 角的发射率谱. 辐射出现在 $\omega \gtrsim \omega_e$ 的区域, 在小角度时, 有很高很窄的峰, 其峰值与背景等离子体在 $\omega \sim 2\Omega_e$ 附近的辐射峰[以 $\eta_{\pm}^b(\theta = \pi/2)$ 标志]可比. 辐射谱的这种形状和强度与实验结果相符. 因为逃逸电子一般主要约束在中心区, $\omega_e \sim \omega_{e0}$, 故观测到的辐射主要在 $\omega \gtrsim \omega_{e0}$ 区.



(a) 向前辐射 1 为 $\theta = 1^\circ$; 2 为 $\theta = 2.5^\circ$; 3 为 $\theta = 5^\circ$; 4 为 $\theta = 10^\circ$; 5 为 $\theta = 15^\circ$



(b) 向后辐射 $\theta = 177.5^\circ$

图3 逃逸电子自发辐射发射率 ($D = 5/3$, 逃逸电子相对浓度 $\alpha_r = 10^{-3}$)

当 θ 角增大时, 辐射率的峰值下降, 展宽并向高频方向移动, 而向后辐射($\theta > \pi/2$)一般都很小. 辐射率峰值随 θ 角的变化如图4所示.

在慢非常波发射率的峰值附近, 主要的贡献来自契伦柯夫共振($m = 0$). 对图3(a)所相应的小角度辐射的峰附近, 共振逃逸电子的能量在数百 keV 的范围. 逃逸电子能量

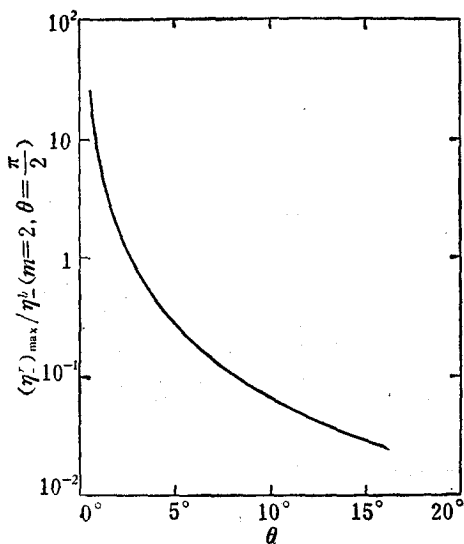


图4 逃逸电子自发辐射率的峰值随 θ 角的变化
($D = 5/3$, $\alpha_r = 10^{-5}$)

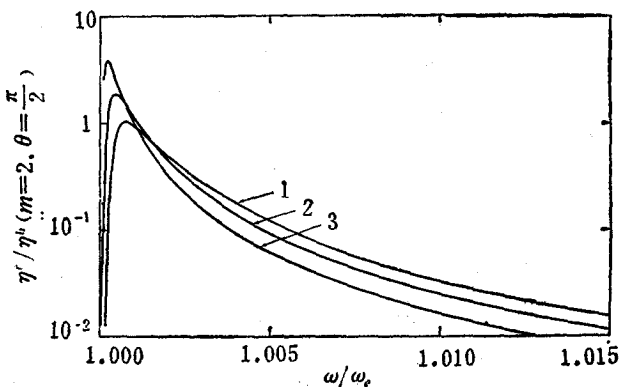


图5 辐射率随逃逸电子的极大特征能量的变化
 $D = 5/3$, $\alpha_r = 10^{-5}$, $\theta = 2.5^\circ$

$u_r \equiv v_r / \sqrt{1 - v_r^2/c^2}$, v_r 是逃逸电子的极大特征速度
1 为 $u_r^2/c^2 = 1.92$; 2 为 $u_r^2/c^2 = 2 \times 1.92$;
3 为 $u_r^2/c^2 = 5 \times 1.92$

表1 辐射率的峰值 $\eta^{\omega_{max}}$ 及相应的频率值 $\omega^{\omega_{max}}$ 随逃逸电子极大特征能量的变化
($D = 5/3$, $\alpha_r = 10^{-5}$, $\theta = 2.5^\circ$)

u_r^2/c^2	$\omega^{\omega_{max}}/\omega_e$	$\eta^{\omega_{max}}/\eta^{\omega} (\theta = \frac{\pi}{2})$
1.92	1.000748	1.03358
2×1.92	1.000427	1.8739
5×1.92	1.000185	3.8964

越高,则辐射峰越靠近 ω_e (这是共振条件所致),同时峰值也越高,见图5与表1.

能量范围在数百 keV、相对浓度达 10^{-5} 的逃逸电子束,在放电初期是容易达到的,因而能够解释所观测到的增强辐射的强度.同时,这种自发辐射的机制在解释增强辐射随时间变化的规律时也没有困难.这首先应归结为逃逸电子相对浓度的变化.逃逸电子一般易于在放电初期大量产生,实验发现其约束时间大约是 50 ms 左右,与增强辐射延续时间大体相同.在这一阶段中,等离子体密度迅速增大,逃逸电子产率很快下降,结果使相对浓度减小,导致增强辐射的衰退.其次,由于电子密度随时间增大, ω_{ce} 也随之增大,这将使大部分的波向外传播有困难,发射功率因而随之下降.这个问题在讨论 $\omega_{ce} > \Omega_e$ 情形时将进一步阐述.

由以上可以看到,对 $\omega_{ce} < \Omega_e$ 的情形,自发辐射理论可以很好地解释增强辐射的主要实验特征.现考虑 $\omega_{ce} > \Omega_e$ 的情形.实验表明,在这种情形下未观测到明显的增强辐射.图6是 $D = \Omega_e/\omega_{ce}$ 取不同值时计算所得的自发辐射率.

图6表明,当 $\omega_{ce} > \Omega_e$ (即 $D < 1$) 时,仍有明显的增强辐射存在,而实验上在 $\omega_{ce} > \Omega_e$ 时未观测到.这应当用波从中心区向边界的传播过程来解释.

我们知道,对非常波存在一个共振频率

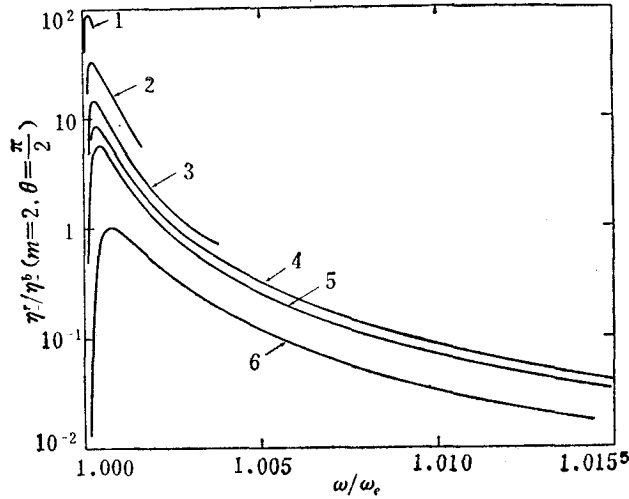


图6 逃逸电子自发辐射率随 D 的变化 ($\alpha_r = 10^{-3}$, $\theta = 2.5^\circ$)

1 为 $D = 0.5$; 2 为 $D = 0.8$; 3 为 $D = 0.9$;
4 为 $D = 1.0$; 5 为 $D = 1.1$; 6 为 $D = 5/3$

$$\omega_U = \frac{1}{2} \{ [\omega_e^2 + Q_e^2 + 2\omega_e Q_e \cos \theta]^{1/2} + [\omega_e^2 + Q_e^2 - 2\omega_e Q_e \cos \theta]^{1/2} \}. \quad (4)$$

当 $\omega_r > \omega_U$ 时, 波不能传播; 当 $\omega_r \lesssim \omega_U$ 时, 将发生共振, 一般说来将出现强烈的共振吸收. 因此, 只当 $\omega_r < \omega_U$ 时, 波才能在等离子体内传播.

在托卡马克中, 等离子体内 Q_e 的变化不大, 而一般 ω_e 的极大值 ω_{e0} 在中心, 从中心向边界下降, 到边界时 $\omega_e \approx 0$. 因而, 对一给定的 θ 角, ω_U 的极大值 ω_{U0} 也在中心, 从中心向边界下降, 到边界时 $\omega_U \sim Q_e$. 逃逸电子主要约束在中心区, 故自发辐射的非常波主要在 $\omega_r \gtrsim \omega_{e0}$ 的范围, 当其向外传播时, ω_r 保持不变, 而 ω_U 不断下降, 从 ω_{U0} 降至 Q_e .

对 $\omega_{e0} < Q_e$ 的情形, 在整个等离子区均有 $\omega_U > \omega_{e0}$. 故逃逸电子在中心区发射的自发辐射中, 当频率范围处在 $\omega_{e0} < \omega_r < Q_e$ 的非常波在传播过程中不遇到共振层, 能传出等离子体而被测量到; 换句话说, 能被逃逸电子发射并从中心区传出来的辐射, 其频率 ω_r 的范围大体在

$$\omega_{e0} \lesssim \omega_r < Q_e (\leq \omega_U \leq \omega_{U0}). \quad (5)$$

在放电过程中, 由于中心区电子密度上升, 使 ω_{e0} 增大, 则有效的发射频率范围 [(5) 式] 缩小, 这也是 $\omega_{e0} < Q_e$ 情形增强辐射随时间而衰退的一个原因.

对 $\omega_{e0} > Q_e$ 的情形, 中心区发射的波其频率 ω_r 的范围在

$$\omega_{U0} > \omega_r \gtrsim \omega_{e0} > Q_e.$$

这种频率的波向低密度的边界传播时, 由于 ω_U 从中心向边界逐渐下降到 Q_e , 故必在某一区域遇到共振层. 波不能越过这个共振区传播, 并将在共振区被吸收. 这种机制可以解释为什么虽然 $\omega_e > Q_e$ 时逃逸电子仍可发射很强的自发辐射, 但 $\omega_{e0} > Q_e$ 时实验上未观测到明显的增强辐射.

现在讨论诱发辐射理论. 这个理论是要计算慢非常波在等离子体中传播时, 由于与逃逸电子共振而放大的效应, 在一定条件下, 放大指数可由不稳定性的增长率 γ 计算出

来。

稳定性的分析表明,在 $\omega_e > \Omega_e$ 的情形,逃逸电子不能激发 SX 波;而在 $\omega_e < \Omega_e$ 的情形,可激发 $\omega_e \gtrsim \omega_e$ 的 SX 波。同时,逃逸电子不能激发寻常模,只能激发非常模,除 SX 波外,还可激发电子哨音波(EW)。但 EW 波向边界传播时将遇到共振层,不能传播出来。这些性质均与实验特征一致。

SX 波的不稳定性是由逃逸电子分布的各向异性所驱动的。根据诱发辐射的机制,增强辐射随时间的衰退过程,除可用相似于自发辐射的原因解释外,还可能有另一种起因:由于各种不稳定性的发展以及库仑碰撞的作用等原因,使逃逸电子横向能量增大,垂直方向分布函数变宽,纵向能量耗散,各向异性削弱,从而使不稳定性驱动因素下降。

诱发辐射理论中 SX 波主要是通过反常多普勒迴旋共振($m = -1$)激发的。因而诱发辐射相应的共振能量要比自发辐射情形高得多。计算表明,为了使 SX 波在传播过程中得到显著的放大,要求逃逸电子的相对浓度达到 $\alpha_e \sim 10^{-4}$,而其特征能量要达到 MeV 以上。虽然,实验上确实发现了几到几十 MeV 的高能电子,但大量的逃逸电子主要在几百 keV 范围。因此,一般说来,增强辐射主要来自逃逸电子的自发辐射效应。诱发辐射的效应,虽然通常还是起作用的,但不可能成为主要的独立的机制。热涨落水平的 SX 波,经逃逸电子的诱发辐射效应放大后,其强度一般低于逃逸电子自发辐射的强度。

三、结 论

本文讨论了托卡马克中等离子体频率附近的增强辐射现象的机制问题。

某种非线性机制引起这种增强辐射的可能性是存在的,但目前尚无比较令人信服的理论。

增强辐射的机制主要应归结为逃逸电子引起的慢非常波的自发辐射过程。这种机制可解释主要的实验特征,但必须考虑传播问题。特别是,共振效应将使有效发射频率限制在 $\omega_e \lesssim \omega_e < \Omega_e$ 的范围。

逃逸电子对慢非常波的诱发辐射效应一般也是存在的。但在通常条件下,它不是主要机制。自发辐射与诱发辐射的机制常是同时起作用并且是互相有关系的。由于自发辐射的水平比热涨落的水平高得多,当其受到诱发辐射的放大时,将产生很强的辐射效应。这也可看作是不稳定体系的自发辐射问题。原则上,在实验上有可能判别哪种机制是主要的,例如,可从外界射入相应频率和模式的波,观测穿出等离子体后的强度变化,这有助于推断自发辐射与诱发辐射机制的相对重要性。

参 考 文 献

- [1] TFR Group, Analysis of recent results of electron cyclotron emission measurement on TFR, EUR-CEA-894, may, 1977.
- [2] I. H. Hutchinson and D. S. Komm, *Nucl. Fusion*, 17(1977), 1077.
- [3] I. Fidone, G. Ramponi and P. Brossier, *Phys. Fluids*, 21(1978), 237.
- [4] I. H. Hutchinson, K. Molvig and S. Yuen, *Phys. Rev. Lett.*, 40(1978), 1091.
- [5] L. C. Lee, C. S. Wu, H. P. Freund, D. Dillenburg and J. Goedert, Excitation of high frequency waves with mixed polarization by streaming energetic electrons. (to be published.)

- [6] H. P. Freund, L. C. Lee and C. S. Wu, *Phys. Rev. Lett.*, **40**(1978), 1563.
- [7] H. P. Freund, C. S. Wu, L. C. Lee and D. Dillenburg, *Phys. Fluids*, **21**(1978), 1502.
- [8] I. H. Hutchinson and K. Molvig, *Phys. Fluids*, **22**(1979), 384.
- [9] K. Papadopoulos and H. P. Freund and L. C. Lee, *Phys. Fluids*, **22**(1979), 386.
- [10] I. Fidone, G. Ramponi and P. Brossier, Reply to the comments by (1) Hutchinson and Molvig and (2) Papadopoulos, Freund, and Lee, *Phys. Fluids*, **22**(1979), 387.
- [11] T. H. Stix, *The theory of plasma waves*, McGraw-Hill. N. Y. 1962.

ENHANCED PLASMA-FREQUENCY RADIATION IN TOKAMAKS

WU C. S.

(IPST, University of Maryland, College Park, Maryland, U. S. A.)

ZHOU RU-LING KANG SHOU-WAN

XIA MENG-FEN

CAI SHI-DONG

(Department of Physics, Peking University)

(Institute of Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

This paper is concerned with the phenomenon of enhanced plasma-frequency radiation in Tokamaks which has attracted much attention recently. Experimental results indicate that the radiation is associated with high energy runaway electrons. However the emission mechanism has not been completely understood. In this paper we review and discuss two possible processes which can explain the observed enhanced radiation. One is an induced emission process which is due to an anomalous cyclotron resonance of the runaway electrons with waves. The other is a spontaneous radiation process mainly due to Cherenkov resonance. The former requires higher energies of the runaway electrons than that required in the latter. Thus the theory of the spontaneous emission is more appealing and deserve more attention. Extensive numerical calculations of the emissivity have been performed over a broad range of parameters. The discussion is also extended to the case in which the electron plasma frequency is higher than the cyclotron frequency, a situation may be reached by Alcator.