

双星放射引力辐射的阻尼力

胡 宁 章德海 丁浩刚

(北京大学)

1980年3月21日收到

提 要

本文计算了双星的辐射阻尼。按照广义相对论,在广义坐标变换下,星体的运动方程中出现的力是与坐标的选择有关的。不同坐标条件将原则上导致不同的阻尼力。现在人们已经成功地观察到双星辐射阻尼效应。这表明应该找出一个物理的坐标系。在这个坐标系中算出的阻尼力等于观察到的值。我们提出下面物理条件代替通常的坐标条件。这个条件就是不存在时间方向和纵向极化的引力波。这个条件在所要求的近似下决定了我们认为物理的坐标系。在这个坐标系中得出双星公转周期 P 的变化为

$$\dot{P} = -6.5 \times 10^{-12} \frac{m_1 m_2}{M_\odot^2} \left(\frac{m_1 + m_2}{m_\odot} \right)^{-1/3}.$$

我们认为广义相对论中的这种坐标系为物理坐标系,如果它能够完全由物理条件所决定。这些物理条件包括无穷远的边界条件,由星体内部结构的对称性所决定的引力场的对称性。在无穷远处趋于直角坐标的席瓦兹希尔德解就可以认为是这样的物理坐标。只有在这类坐标中才在无穷远处不出现代表惯性力位势的假引力场,因而引力场的总能量等于星体的惯性质量。这个坐标中算出的水星近日点进动值直接代表实验观测的值。通过广义坐标变换,我们可以选取一个新的坐标系使得水星近日点的进动取任意的值。由席瓦兹希尔德坐标变换到这个坐标将出现一个惯性势,在新坐标中算出的水星近日点近动的值却和原来的值(亦即实验观察到的值)不同。但光的信号将受到新的惯性位势的折曲,最终算出在地球上观察到的水星近日点进动的值仍和席瓦兹希尔德坐标中算出的值相同。

在双星引力场这种较为复杂的情况里,人们发现通常的物理条件不足以完全确定物理坐标系。为了得出确定的坐标系,人们还必须引入坐标条件。所选的坐标条件首先必须给出牛顿运动方程作为零级近似。但是满足这个要求的坐标条件仍然很多,其中不同的坐标条件将给出数值甚至符号都不相同的辐射阻尼力。当然如果考虑光信号在不同坐标中受到不同的折曲,最终算出在地球上观察的物理量仍是与坐标条件的选择无关。但这类计算是很难进行的。

本文指出,为了进一步找出有意义的物理坐标,对时间方向和纵向极化的引力波的处理是至关重要的。

时间方向和纵向极化的引力波经常造成广义相对论概念上的困难。首先,按照爱因斯坦以及朗道-栗弗席兹能量动量赝张量表达式,席瓦兹希尔德引力场的能量密度恒取负

值。我们曾经指出,可以用下面更普遍的表达式来描绘引力场的能量动量张量^[1]

$$\tau^{(n)\alpha\beta} = \frac{c^4}{16\pi k} [(-g)^{n-1}(-g g^{\alpha\beta} g^{\lambda\sigma} + g g^{\alpha\sigma} g^{\beta\lambda}),_{,\lambda}],_{,\sigma},$$

其中 n 为一参数。当 $n = 1/2$ 时,上式变为爱因斯坦表达式^[2]。当 $n = 1$ 时,上式变为朗道-栗弗席兹的表达式^[3]。当 $n < 1/8$ 时,在无穷远的 $\tau^{(n)00}$ 变为正值。当 n 取很大的负值时,在略大于席瓦兹希尔德半径以外的区域 $\tau^{(n)00}$ 将是恒正的。这样当星体半径比席瓦兹希尔德半径略大时,纵的静引力场作为一个物理的实体可表为空间中正的质量分布。情形和库仑场一样。

另一方面,当我们讨论纯引力波时 $\tau^{(n)00}$ 将与 n 无关,并且具有时间方向和纵向极化的波的能量密度恒为零。由于 Bianchi 恒等式,这些波不满足任何运动方程。引入坐标条件实际上等于为这些波引入运动方程,而和真正的引力波相混淆。这种不带有能量的非横向极化的波只代表坐标的假象。对它唯一合理的处置是认为这种波在物理上是不存在的。在有物理意义的坐标中这种波的振幅必须为零。

上述时间方向和纵向极化的波必须为零这个物理条件,加上以前所引入的其它物理条件,可以在相当高的近似下完全确定引力场方程的解,并给出合理的辐射阻尼力。

和电磁场的情形一样,把引力波区分为横波和非横波不是洛伦兹不变的。假定在某一坐标系中已没有非横波存在,经过一个洛伦兹变换,非横波将重新出现,因而还须再引入一个广义坐标变换来消除洛伦兹变换所引入的非横波。这和电动力学里的情况很相似。在电动力学里为了消除洛伦兹变换所引入的非横波还必须引入规范变换。所以广义坐标变换在这里起着规范变换的作用。

广义相对论的引力场方程为

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi k}{c^4} T_{\mu\nu}, \quad (1)$$

式中

$$T^{\mu\nu} = (-g)^{-\frac{1}{2}} \sum_{ij} \rho^{(i)} \dot{\eta}^{(i)\mu} \dot{\eta}^{(i)\nu} (-g_{\alpha\beta} \dot{\eta}^{(j)\alpha} \dot{\eta}^{(j)\beta})^{-\frac{1}{2}}, \quad (2)$$

$$R_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g^{\lambda\sigma} \{ g_{\nu\lambda, \mu\sigma} + g_{\mu\sigma, \lambda\nu} - g_{\lambda\sigma, \mu\nu} - g_{\mu\nu, \lambda\sigma} \} \\ + g^{\lambda\sigma} g^{\alpha\beta} \{ \Gamma_{\alpha\lambda\nu} \Gamma_{\beta\mu\sigma} - \Gamma_{\alpha\sigma\lambda} \Gamma_{\beta\mu\nu} \}. \quad (3)$$

$\eta_\mu^{(i)}$ 和 $\dot{\eta}_\mu^{(i)} = d\eta_\mu^{(i)}/dt$ 代表星体 i 的时空坐标和这个坐标对时间的微商。对于双星 i 取值 1, 2。

我们的目的是计算双星之一在运行中放射引力辐射所受到的辐射阻尼力。这个阻尼力代表对于牛顿运动方程量级为 v^5/c^5 的修正。引入

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad (4)$$

$\eta_{\mu\nu}$ 代表闵可夫斯基度规。场方程变为

$$h_{00,ss} = -h_{ss,00} + 2h_{0s,0s} - 2Q_{00} - \frac{16\pi k}{c^4} P_{00}, \quad (5)$$

$$h_{0n,ss} = h_{0s,sn} - h_{ss,0n} + h_{sn,0s} - 2Q_{0n} - \frac{16\pi k}{c^4} P_{0n}, \quad (6)$$

$$h_{mn,ss} - h_{mn,00} = -h_{m0,0n} + h_{ms,sn} - h_{0n,m0} + h_{ns,sm} + h_{00,ss} - h_{ss,mn} - 2Q_{mn} - \frac{16\pi k}{c^4} P_{mn}, \quad (7)$$

$Q_{\mu\nu}$ 代表非线性项, $P_{\mu\nu}$ 由下式给出:

$$P_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T. \quad (8)$$

我们注意到只有(7)式具有波动方程的通常形式. 过去人们引入的坐标条件

$$\left(h_{\mu}^{\nu} - \frac{1}{2} \delta_{\mu}^{\nu} h \right)_{,\nu} = 0. \quad (9)$$

最重要的后果是在(5)和(6)式中分别引入 $h_{00,00}$ 和 $h_{0n,00}$ 而使这两个方程也具有通常波动方程的形式. 这将必然地给出非横向极化的辐射. 前面已经指出这种辐射是不存在的. 所以我们将不采用给出这种非横波辐射的坐标条件. $h_{\mu\nu}$ 可对 v/c 展开成下面级数:

$$\begin{aligned} h_{00} &= h_{00}^{[0]} + h_{00}^{[1]} + h_{00}^{[2]} + \cdots, \\ h_{0n} &= h_{0n}^{[1]} + h_{0n}^{[2]} + \cdots, \\ h_{mn} &= h_{mn}^{[0]} + h_{mn}^{[1]} + h_{mn}^{[2]} + \cdots. \end{aligned} \quad (10)$$

$h_{00}^{[0]}$ 给出零级近似的牛顿方程的解. 实际上 $h_{\mu\nu}^{[0]}$ 的量级应为 $(v/c)^{2+2}$, $P_{\mu\nu}$ 也可展开为

$$P_{\mu\nu} = P_{\mu\nu}^{[0]} + P_{\mu\nu}^{[1]} + P_{\mu\nu}^{[2]} + \cdots. \quad (11)$$

在(7)式中取 $m = n$, 并求和, 再减去(6)式得

$$h_{nn,ss} = h_{ns,sn} - 2(Q_{ss} + Q_{00}) - \frac{8\pi k}{c^4} (P_{ss} + P_{00}). \quad (12)$$

这表明虽然 h_{mn} 所满足的方程(7)具有通常波动方程形式的方程(7), 但 h_{nn} 则和 h_{00} , h_{0n} 一样则满足拉普拉斯形式的方程. 我们只说拉普拉斯形式的方程, 因为方程的右边还有其它二级微商的线性项, 这些项可能改变方程的性质. 在我们以下的处理中, 右边这些二级微商项, 在引入的物理坐标中将不出现, 这保证了方程是真正的拉普拉斯方程, 因而不会出现非横波辐射.

我们将首先解(5)和(7)式. 引入(10)式, 有

$$h_{00,ss}^{[p]} = -h_{ss,00}^{[p-2]} + 2h_{0s,0s}^{[p-1]} - 2Q_{00}^{[p]} - \frac{16\pi k}{c^4} P_{00}^{[p]}, \quad (13)$$

$$h_{0n,ss}^{[p+1]} = h_{0s,sn}^{[p+1]} - h_{ss,0n}^{[p]} + h_{sn,0s}^{[p]} - 2Q_{0n}^{[p+1]} - \frac{16\pi k}{c^4} P_{0n}^{[p+1]}. \quad (14)$$

对于奇数的 P , 因 $P_{00}^{[p]} = P_{0n}^{[p]} = 0$, 只有在右边出现不为零的 $Q_{\mu\nu}$ 时才能得出 p 为奇数的(13)和(14)式的解. 最低奇数 p 值的 $Q_{00}^{[p]}$ 为

$$2Q_{00}^{[5]} = -h_{ml}^{[3]} h_{00,ml}^{[6]} \quad (h_{ss}^{[0]} = 3h_{00}^{[0]}). \quad (15)$$

以后的计算给出的 $h_{ml}^{[3]}$ 是与 x_n 无关的. $h_{00}^{[0]}$ 为通常的牛顿位势

$$\begin{aligned} h_{00}^{[0]} &= 2\varphi(x), \quad \varphi(x) = \varphi^{(1)}(x) + \varphi^{(2)}(x), \\ \varphi^{(i)}(x) &= \frac{km^{(i)}}{c^2 r^{(i)}}, \quad r^{(i)2} = \sum_{n=1}^3 (x_n - \eta_n^{(i)})^2. \end{aligned} \quad (16)$$

由上式得

$$h_{00,ml}^{[0]} = \frac{k}{c^2} (m^{(i)} r^{(i)})_{,mlss}. \quad (17)$$

于是(13)式给出

$$h_{00,ss}^{[5]} = -h_{ss,00}^{[3]} + 2h_{0s,0s}^{[4]} + h_{ml}^{[3]} \frac{k}{c^2} (m^{(i)} r^{(i)})_{,mlss}. \quad (18)$$

由(12)和(14)式得

$$h_{0n,ss}^{[2]} = 0, \quad (19)$$

$$h_{0n,ss}^{[4]} = h_{0s,sn}^{[4]} - h_{ss,0n}^{[3]} + h_{sn,0s}^{[3]}, \quad (20)$$

$$h_{nn,ss}^{[3]} = h_{ns,sn}^{[3]}. \quad (21)$$

在(18),(19),(21)式右边不出现 $P_{\mu\nu}^{[p]}$, 因由(2)式算出的这些量都为零。(19)式的解为 $h_{0n}^{[2]} = 0$. 又因 $h_{ml}^{[3]}$ 与 x_n 无关, 所以(21)式的右边为零, 即

$$h_{nn,ss}^{[3]} = 0. \quad (22)$$

这个无源的拉普拉斯方程只有下面的解:

$$h_{nn}^{[3]} = 0. \quad (23)$$

因 $h_{sn}^{[3]}$ 与 x_s 无关, 再利用(23)式, 于是(20)式变为

$$h_{0n,ss}^{[4]} - h_{0s,sn}^{[4]} = 0. \quad (24)$$

这个无源方程也只有下面的解:

$$h_{0n}^{[4]} = 0. \quad (25)$$

将(23)和(25)式代入(18)式得

$$h_{00,ss}^{[5]} = h_{ml}^{[3]} \frac{k}{c^2} (m^{(1)} r^{(1)} + m^{(2)} r^{(2)})_{,mlss}. \quad (26)$$

因 $h_{mn}^{[3]}$ 与 x 无关, 这个方程的解为

$$h_{00}^{[5]} = h_{ml}^{[3]} \frac{k}{c^2} (m^{(1)} r^{(1)} + m^{(2)} r^{(2)})_{,ml}. \quad (27)$$

这个解代表辐射波 $h_{mn}^{[3]}$ 和非横场 $h_{00}^{[0]}$ 相耦合所产生的对 h_{00} 的修正, 但不代表辐射, 因为它是拉普拉斯方程而不是波动方程的解. 后面的计算将指出(27)式对辐射阻尼力有贡献.

现在着手求(7)式的解. (7)式右边的线性项使得 h_{mn} 的波动行为很不明显. 我们可以象通常所作那样对 h_{mn} 引入下面坐标条件:

$$-h_{m0,0} + h_{mn,n} - \frac{1}{2} \delta_{mn} (h_{ss} - h_{00})_{,n} = 0. \quad (28)$$

于是(7)式变为

$$h_{mn,ss} - h_{mn,00} = -2Q_{mn} - \frac{16\pi k}{c^4} P_{mn}. \quad (29)$$

当 $2Q_{mn}$ 也看作是源时, 这是一个数学物理中所熟知的有源波动方程. 我们注意到(28)式正是(9)式的 $\mu = m, r = n$ 分量. 在无穷远处不出现非横极化的引力波条件代替了(9)式的其它分量. 可以认为使横引力场满足标准的波动方程是一个物理的条件, 而不简单地是一个坐标的选择. 它使引力波和电磁波具有更大的相似. 在零级近似下, (28)式左边第一项可以略去, 这给出(15)式所满足的条件 $h_{ss}^{[0]} = 3h_{00}^{[0]}$. 这保证在 $m_1 \ll m_2$ 极限,

我们的解趋于席瓦兹希尔德解, 此外, 在下面的计算中将不出现 h_{0n} :

准确到量级 v^3/c^3 , (29) 式可写为

$$\begin{aligned} h_{mn,ss} - h_{mn,00} &= -\sigma_{mn}^{[0]} - \sigma_{mn}^{[2]}, \\ \sigma_{mn}^{[0]} &= \sigma_{mn}^{(1)[0]} + \sigma_{mn}^{(2)[0]}, \\ \sigma_{mn}^{(i)[0]} &= \frac{8\pi k}{c^2} \rho^{(i)} \delta_{mn}, \\ \sigma_{mn}^{[2]} &= h_{00}^{[0]} h_{00,mn}^{[0]} \\ &\quad - \sum_i \frac{16\pi k}{c^4} \rho^{(i)} \left(\dot{\eta}_m^{(i)} \dot{\eta}_n^{(i)} - \frac{1}{4} \delta_{mn} \dot{\eta}_s^{(i)} \dot{\eta}_s^{(i)} - \frac{1}{4} \delta_{mn} h_{00}^{[0]} c^2 \right). \end{aligned} \quad (30)$$

我们所需要的推迟解中量级为 v^3/c^3 的项 $h_{mn}^{[3]}$ 为

$$h_{mn}^{[3]} = -\frac{1}{3!} \frac{1}{4\pi} \frac{1}{c^3} \int \frac{d^3}{dt^3} \sigma_{mn}^{(i)[0]} (r^{(i)})^2 d^3x' - \frac{1}{4\pi} \frac{1}{c} \int \frac{d}{dt} \sigma_{mn}^{[2]} d^3x'. \quad (31)$$

(30) 式中的 $\rho^{(i)}$ 是 x'_n 的函数. 引入 $\eta_s = \eta_s^{(1)} - \eta_s^{(2)}$, $r^2 = \sum_{s=1}^3 \eta_s^2$. 进一步计算给出

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} \int \frac{d^3}{dt^3} [\sigma_{mn}^{(i)[0]} (r^{(i)})^2] d^3x' &= -\frac{4k^2 m_1 m_2}{c^2 r^3} \delta_{mn} \eta^s \dot{\eta}_s, \\ \frac{1}{4\pi} \int \frac{d}{dt} [h_{00}^{[0]} h_{00,mn}^{[0]}] d^3x' &= \frac{4k^2 m_1 m_2}{c^4 r^3} \left[-(\dot{\eta}^m \eta^n + \eta^m \dot{\eta}^n) \right. \\ &\quad \left. - \delta_{mn} \eta^s \dot{\eta}_s + \frac{3\eta^m \eta^n \eta^s \dot{\eta}_s}{r^2} \right], \\ \frac{1}{4\pi} \int \frac{d}{dt} \frac{16\pi k}{c^4} \rho^{(i)} \left[\dot{\eta}_m^{(i)} \dot{\eta}_n^{(i)} - \frac{1}{2} \delta_{mn} \left(\frac{1}{2} h_{00}^{[0]} c^2 + \dot{\eta}_s^{(i)} \dot{\eta}_s^{(i)} \right) \right] d^3x' \\ &= \frac{4k^2 m_1 m_2}{c^4 r} \delta_{mn} \dot{\eta}_s \dot{\eta}_s. \end{aligned}$$

最后得到

$$h_{mn}^{[3]} = \frac{4k^2 m_1 m_2}{c^5 r^3} \left[2(\dot{\eta}_m \eta_n + \eta_m \dot{\eta}_n) - \frac{1}{3} \delta_{mn} \eta_s \dot{\eta}_s - 3\eta_m \eta_n \eta_s \dot{\eta}_s \frac{1}{r^2} \right]. \quad (32)$$

很容易看出上式满足(23)式.

星体 i 所受到的量级为 v^3/c^3 (相对于牛顿方程) 的辐射阻尼力为

$$f_n^{(i)[5]} = m_i c^2 \left(\frac{1}{2} h_{00,n}^{[5]} - \frac{1}{c} h_{mn}^{[3]} \dot{\eta}_m^{(i)} \right). \quad (33)$$

对于圆周轨道并且 $m_1 = m_2 = m$ 的情况,

$$\begin{aligned} h_{mn}^{[3]} &= \frac{8k^2 m^2}{c^5 r^3} (\dot{\eta}_m \eta_n + \eta_m \dot{\eta}_n), \\ h_{mn,0}^{[3]} \dot{\eta}_m^{(i)} &= \frac{8k^2 m^2}{c^3 r^3} (2\dot{\eta}_m \dot{\eta}_n + \ddot{\eta}_m \eta_n + \eta_m \ddot{\eta}_n) \dot{\eta}_m^{(i)}. \end{aligned}$$

利用

$$\eta_s \dot{\eta}_s = \ddot{\eta}_s \dot{\eta}_s = 0, \quad \ddot{\eta}_n = -\frac{2km}{r^3} \eta_n,$$

$$\dot{\eta}_i \dot{\eta}_s = \frac{2km}{c^2 r},$$

得

$$h_{mns,0}^{[3]} \dot{\eta}_n^{(i)} = \frac{16k^3 m^3}{c^5 r^4} \dot{\eta}_n. \quad (34)$$

同样计算给出

$$h_{ml}^{[3]} \frac{k}{c^2} (m^{(i)} r^{(i)})_{mln} = - \frac{16k^3 m^4}{c^7 r^4} \dot{\eta}_n. \quad (35)$$

将(34)和(35)式代入(33)式得

$$f_n^{(1)[5]} = - \frac{24k^3 m^4}{c^5 r^4} \dot{\eta}_n. \quad (36)$$

这个结果和以前用不同坐标条件得出的结果不同^[4]. 这说明辐射阻尼力与坐标的选取有密切的关系. 我们曾经尽量用物理要求确定物理的坐标, 希望在这样的坐标中计算出来的物理观察量最接近于地球上观测到的值, 即光信号在传递过程中受到的折曲属于更高级的小量. 这个希望是否能够实现要由观测结果和计算结果的比较来决定. 近年来人们已经测量出双星的辐射阻尼力所造成的轨道周期 P 的缩短现象. 下面将计算双星周期在(33)式的作用下的缩小, 以与观察结果相比较.

在一般情况下, 双星轨道是一个椭圆. 对于椭圆轨道, 有下列关系:

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \theta}, \quad (37)$$

$$K(m_1 + m_2)p = h^2, \quad (38)$$

$$p = 2\pi a^{\frac{3}{2}} [k(m_1 + m_2)]^{-\frac{1}{2}}, \quad (39)$$

$$p = a(1 - e^2), \quad (40)$$

$$\dot{\eta}_i \dot{\eta}_s = \frac{h^2}{p^2} (1 + e^2 + 2e \cos \theta), \quad (41)$$

$$\eta_i \dot{\eta}_s = \frac{ke \sin \theta}{1 + e \cos \theta}. \quad (42)$$

h, a, e 分别代表椭圆轨道的角动量, 半长轴和偏心率. r, θ 代表极坐标. 由(33)式得出双星系统在单位时间内能量的丧失为

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= (f_n^{(1)[5]} \dot{\eta}_n^{(1)} + f_n^{(2)[5]} \dot{\eta}_n^{(2)}) \\ &= \frac{k^2 \mu m_1 m_2}{c^5 r^3} \left\{ -\frac{44}{3} (\dot{\eta}_i \dot{\eta}_s)^2 - \frac{28}{3} \frac{k(m_1 + m_2)}{r} \dot{\eta}_i \dot{\eta}_s \right. \\ &\quad + \frac{40}{3} \frac{k(m_1 + m_2)}{r^3} (\eta_i \dot{\eta}_s)^2 + 80 \frac{\dot{\eta}_i \dot{\eta}_s (\eta_n \dot{\eta}_n)^2}{r^2} \\ &\quad \left. - \frac{60}{r^4} (\eta_i \dot{\eta}_s)^4 \right\} \quad \mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2). \end{aligned} \quad (43)$$

利用(37)–(42)式得到在一个周期内上式的平均值为

$$\frac{d\bar{E}}{dt} = \frac{1}{P} \int_0^P \left(\frac{dE}{dt} \right) dt = \frac{1}{P} \int_0^{2\pi} \frac{dE}{dt} \cdot \frac{r^2}{h} d\theta$$

$$= \frac{h^3}{p^5 c^5} k^2 (m_1 m_2 u) \pi (-48 - 148e^2 - 19e^4). \quad (44)$$

再利用

$$E = -\frac{k m_1 m_2}{2a}, \quad (45)$$

$$a = [k(m_1 + m_2)]^{\frac{1}{3}} \left(\frac{P}{2\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \quad (46)$$

和开普勒定律

$$\dot{P} = -\frac{3}{2} \frac{\dot{E}}{E} P, \quad (47)$$

得到 ($M_{\odot}$ = 太阳质量)

$$\begin{aligned} \dot{P} &= 3\pi \left(\frac{2\pi k M_{\odot}}{c^3 P}\right)^{5/3} \frac{m_1 m_2}{M_{\odot}^2} \left(\frac{m_1 + m_2}{M_{\odot}}\right)^{-1/3} f(e), \\ f(e) &= (1 - e^2)^{-7/2} (-48 - 148e^2 - 19e^4). \end{aligned} \quad (48)$$

Taylor^[5] 等人所观测的脉动双星 PSR1913 + 16 的 e, P 值各为

$$e = 0.617, P = 2.79 \times 10^4 \text{ 秒}. \quad (49)$$

代入(48)式得

$$\dot{P} = -6.5 \times 10^{-12} \frac{m_1 m_2}{M_{\odot}^2} \left(\frac{m_1 + m_2}{M_{\odot}}\right)^{-1/3}. \quad (50)$$

Taylor 等人利用旋转物体放射出四极辐射公式给出

$$\dot{P} = -1.70 \times 10^{-12} \frac{m_1 m_2}{M_{\odot}^2} \left(\frac{m_1 + m_2}{M_{\odot}}\right)^{-1/2}. \quad (51)$$

我们给出的 $\dot{P}$ 值比(51)式大 3.8 倍。Taylor 等人 1978 年得出的实验值更接近于(51)式。但我们的解(50)式是从严格的爱因斯坦引力场方程加上合理的物理边界条件得出的。Taylor 等人这个重要的实验除了证明引力波的存在外,还提供找出物理坐标的线索。因为如果这样坐标找不到或不存在,任何高级效应的计算结果都将不直接代表观测的值,除非人们能够成功地估计出光信号在传递过程中的折射效应。为着最终决定(50)式是否代表真正的观测值,还必须作更准确的实验。

参 考 文 献

- [1] 胡宁, *Scientia Sinica*, **26**(1977), 335.
- [2] C. Møller, *The Theory of Relativity*, p. 338.
- [3] 朗道、栗弗席兹, 场论, 351 页.
- [4] 胡宁, *Proc. Roy. Irish. Acad. A*, **51**(1947), 87; L. Infeld and R. Michalska-Trautman, *Ann. of Physics*, **55**(1969), 561; Trautman, *Bull. Acad. Polon. d. Science*, **6**(1938), 627; A. Peres, *Nuovo Cimento*, **11**(1959), 664.
- [5] J. H. Taylor, L. A. Fowler, and P. M. McCulloch, *Nature*, **277**(1970), 437.

THE RADIATION DAMPING ON BIBARY STARS DUE TO EMISSION OF GRAVITATIONAL WAVES

HU NING (NING HU) ZHANG DE-HAI DING HAO-GANG

(*Peking University*)

ABSTRACT

According to the general theory of relativity, The force is not an covariant quantity under general coordinate transformations. Different coordinate conditions will lead to different damping forces. It will be convenient to find out the physical coordinate system in which the calculated value of the damping effect is the same as or nearest to that observed on earth. We expect that this physical coordinate system should be free from spurious non-transverse gravitational waves at infinity. In this coordinates the change of orbital period P due to emission of gravitational waves is given by

$$\dot{P} = -6.5 \times 10^{-12} \frac{m_1 m_2}{M_\odot^2} \left(\frac{m_1 + m_2}{m_\odot} \right)^{-1/3} .$$