

椭圆外导体-矩形内导体 同轴线的特性阻抗

林 为 干 曾 令 儒

1980年3月21日收到

提 要

本文提出用图形逼近和取尺寸上、下限值的几何平均值的方法,计算椭圆外导体-矩形内导体同轴线特性阻抗。矩形截面内导体的内切共焦椭圆和外接共焦椭圆,通过保角变换,变成同心圆。矩形变成近于矩形的闭合曲线,二同心圆分别为它的最小值和最大值,取二者的几何平均值,与同轴椭圆截面外导体同时变成的同心圆,构成一个标准同轴线,得到了特性阻抗公式。并由此推导出椭圆外导体-微带内导体、圆形外导体-方形内导体、圆形外导体-矩形内导体及圆形外导体-微带内导体等各种同轴线的特性阻抗的初等函数表示式。给出了上述几种同轴线的特性阻抗准确数值。

一、引 言

各种微波同轴传输线已陆续出现^[1-3],但椭圆外导体-矩形内导体同轴线至今未问世。由于卫星通信中,椭圆波导已作为主馈线出现,随之而来的是解决椭圆波导与其他常用传输线的转换问题,如椭圆波导与带状线、微带线的转换过渡,以及光纤的发展,促使我们探求外椭圆-内矩形同轴线。本文提出用图形逼近和取尺寸上、下限值的几何平均值的方法,求解椭圆外导体-矩形内导体同轴线特性阻抗。矩形截面内导体的内切共焦椭圆和外接共焦椭圆,通过保角变换,变成同心圆,矩形变成近似于矩形的一闭合曲线,二同心圆分别为它的最小值和最大值,与同轴椭圆外导体同时变成的同心圆,构成一个标准同轴线,得到了特性阻抗公式。根据此公式,在各种特定条件下,推导出几种传输线:椭圆外导体-微带内导体、圆形外导体-方形内导体、圆形外导体-矩形内导体及圆形外导体-微带内导体等同轴线的特性阻抗的初等函数表示公式,从而免除了冗繁的椭圆函数积分运算^[4-6]。给出了上述几种同轴线的特性阻抗准确数值。

二、特性阻抗的解

椭圆外导体-矩形内导体同轴线,如图1所示,在 ζ 平面,外椭圆 s_2 的长半轴为 a_2 ,短半轴为 b_2 。内矩形 $ABCD$ 的尺寸为 $2a_1 \times 2b_1$ 。选取矩形的内切共焦椭圆和外接共焦椭圆逼近矩形,其矩形的内切共焦椭圆 s_1 的长半轴为 a_1 ,短半轴为 b_1 。内矩形的外接共焦椭圆

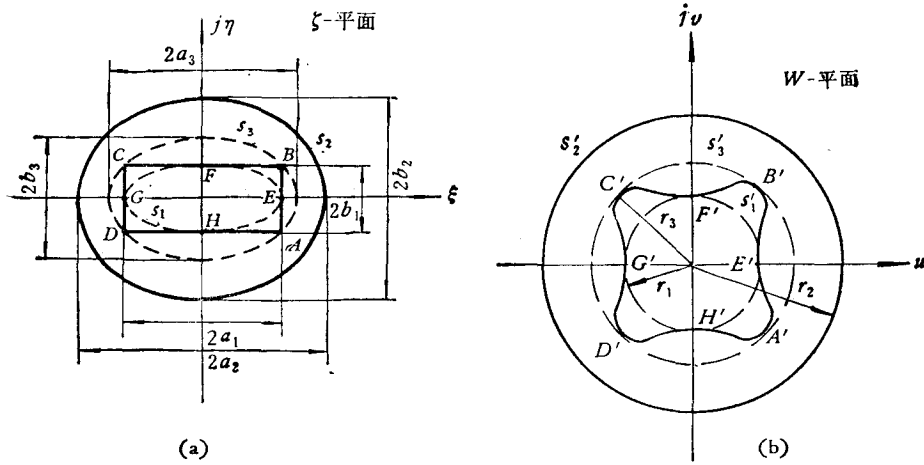


图1 椭圆外导体-矩形内导体同轴线横截面及其保角变换的图形

圆 s_3 的长半轴为 a_3 , 短半轴为 b_3 , 根据已知 B (或 A 或 C 或 D) 点坐标为 $(a_1 + jb_1)$, 由椭圆方程可得

$$a_3 = \sqrt{a_1(a_1 + b_1)}, \quad b_3 = \sqrt{b_1(a_1 + b_1)}, \quad (1)$$

其焦距为

$$c = \sqrt{a_1^2 - b_1^2} = \sqrt{a_3^2 - b_3^2} = \sqrt{a_2^2 - b_2^2}. \quad (2)$$

为求其解, 取变换函数

$$\begin{aligned} \zeta(W) &= \frac{c}{2} \left(W + \frac{1}{W} \right), \\ \zeta &= \xi + j\eta, \quad W = u + jv, \end{aligned} \quad (3)$$

它的实部和虚部分别为

$$\xi = \frac{c}{2} u \left(1 + \frac{1}{u^2 + v^2} \right) = \frac{c}{2} \left(r + \frac{1}{r} \right) \cos \varphi, \quad (4)$$

$$\eta = \frac{c}{2} v \left(1 - \frac{1}{u^2 + v^2} \right) = \frac{c}{2} \left(r - \frac{1}{r} \right) \sin \varphi, \quad (5)$$

这是参数方程式. 消去参数 φ 得

$$\frac{\xi^2}{a^2} + \frac{\eta^2}{b^2} = 1, \quad (6)$$

其中

$$a = \frac{c}{2} \left(r + \frac{1}{r} \right), \quad b = \frac{c}{2} \left(r - \frac{1}{r} \right), \quad c^2 = a^2 - b^2,$$

由此得

$$r = \frac{a + b}{\sqrt{a^2 - b^2}}. \quad (7)$$

通过上述保角变换, ζ 平面上的共焦椭圆变成 w 平面上的同心圆, 椭圆 s_1 对应于圆 s'_1 , 椭圆 s_2 对应于圆 s'_2 , 椭圆 s_3 对应于圆 s'_3 . 由 (7) 式可知, 圆 s'_1 的半径为

$$r_1 = \frac{a_1 + b_1}{\sqrt{a_1^2 - b_1^2}}, \quad (8)$$

圆 s_2 的半径为

$$r_2 = \frac{a_2 + b_2}{\sqrt{a_2^2 - b_2^2}}. \quad (9)$$

由 (1), (2), (7) 式可知, 圆 s_3 的半径为

$$r_3 = \frac{a_3 + b_3}{\sqrt{a_3^2 - b_3^2}} = \frac{\sqrt{a_1(a_1 + b_1)} + \sqrt{b_1(a_1 + b_1)}}{\sqrt{a_1^2 - b_1^2}}. \quad (10)$$

通过保角变换, ζ 平面上的矩形变成 w 平面上的近似于矩形的一闭合曲线, 满足 8 点匹配, 两同心圆 s_1 和 s_3 分别为它的最小值和最大值, 取二者半径的几何平均值作为矩形对应的等效圆的半径之值, 即

$$r_{\text{平均值}} = \sqrt{r_1 \cdot r_3} = \frac{\sqrt{(a_1 + b_1)^{3/2} (\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1})}}{\sqrt{a_1^2 - b_1^2}}. \quad (11)$$

由此可得 w 平面上的标准圆形同轴线特性阻抗

$$Z = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{r_2}{r_{\text{平均值}}},$$

即得椭圆外导体-矩形内导体同轴线的特性阻抗公式为

$$Z = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{a_2 + b_2}{\sqrt{(a_1 + b_1)^{3/2} (\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1})}}, \quad (12)$$

特性阻抗的上限值为

$$Z_{\max} = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{a_2 + b_2}{a_1 + b_1}; \quad (12a)$$

特性阻抗的下限值为

$$Z_{\min} = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{a_2 + b_2}{(\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1})\sqrt{a_1 + b_1}}, \quad (12b)$$

式中 ϵ_r 为填充媒质的相对介电常数.

当椭圆截面外导体与内矩形截面的内切和外接椭圆不共焦距, 即

$$\sqrt{a_2^2 - b_2^2} \neq \sqrt{a_1^2 - b_1^2} = \sqrt{a_3^2 - b_3^2}$$

时, w 平面上的圆 s_2 与圆 s_1 及 s_3 不同心, 偏心为 $\Delta = \sqrt{a_2^2 - b_2^2} - \sqrt{a_1^2 - b_1^2}$, 而圆 s_1 和圆 s_3 仍为同心圆. 这时 w 平面上的偏心圆同轴线的特性阻抗^[7], 即 ζ 平面上的不共焦椭圆外导体-矩形内导体同轴线的特性阻抗为

$$Z = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_r}} \left[\ln \frac{a_2 + b_2}{\sqrt{(a_1 + b_1)^{3/2} (\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1})}} + \ln(1 - A) \right], \quad (13a)$$

式中

$$A = \frac{(\sqrt{a_2^2 - b_2^2} - \sqrt{a_1^2 - b_1^2})^2 (a_2 - b_2)(a_1 - b_1)}{(a_2 + b_2)(a_1 - b_1) - (a_2 - b_2)(\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1})\sqrt{a_1 + b_1}}. \quad (13b)$$

特性阻抗的上限值为

$$Z_{\max} = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_r}} \left[\ln \frac{a_2 + b_2}{a_1 + b_1} + \ln(1 - B) \right], \quad (14a)$$

式中

$$B = \frac{(\sqrt{a_2^2 - b_2^2} - \sqrt{a_1^2 - b_1^2})^2 (a_2 - b_2)(a_1 - b_1)}{(a_2 + b_2)(a_1 - b_1) - (a_2 - b_2)(a_1 + b_1)}; \quad (14b)$$

特性阻抗的下限值为

$$Z_{\min} = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_r}} \left[\ln \frac{a_2 + b_2}{(\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1})\sqrt{a_1 + b_1}} + \ln(1 - C) \right], \quad (15a)$$

式中

$$C = \frac{(\sqrt{a_2^2 - b_2^2} - \sqrt{a_1^2 - b_1^2})^2 (a_2 - b_2)(a_1 - b_1)}{(a_2 + b_2)(a_1 - b_1) - (a_2 - b_2)(\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1})^2}. \quad (15b)$$

(13)–(15) 式中, 是在引入物理处理条件下得到的.

三、特性阻抗值的准确性及其数值

前节对图形进行逼近处理, 通过保角变换, 取尺寸上、下限几何平均值方法, 得到的计算特性阻抗的公式 (12)–(15) 式, 其准确可靠性的严格论证, 将有待于专门阐述. 本文只通过极限情况 (即椭圆外导体-零厚度微带内导体同轴线) 的特性阻抗准确解, 以及下节在特定情况下的推广解与已知^[1-6]同类传输线的结果比较, 证实其准确性.

椭圆外导体-零厚度微带内导体同轴线特性阻抗的准确解

外椭-内微带同轴线, 如图 2 所示, 椭圆截面外导体的长半轴为 a_2 , 短半轴为 b_2 , 零

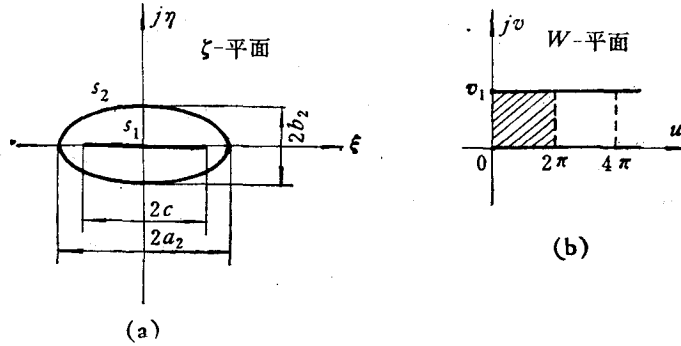


图 2 椭圆外导体-微带内导体同轴线横截面及其保角变换图

厚度微带内导体横截线长为 $2c = 2\sqrt{a_2^2 - b_2^2}$. 我们采用保角变换进行准确求解. 取变换函数

$$\zeta(W_0) = A \cos W_0 \quad (16)$$

由此可得

$$\begin{aligned} \left(\frac{\xi}{A \cos u} \right)^2 - \left(\frac{\eta}{A \sin u} \right)^2 &= 1, \\ \left(\frac{\xi}{A \cos h v} \right)^2 + \left(\frac{\eta}{A \sin h v} \right)^2 &= 1. \end{aligned}$$

从上式可以看出, v 为常数的曲线, 可以认为等电位线. 将对应于外导体横截面周线 s_2 的

ν 的值选取为 ν_1 , 内导体横截面周线 s_1 的 ν 值选取为零. 令

$$a_2 = A \cosh \nu_1, \quad b_2 = A \sinh \nu_1,$$

因此

$$\nu_1 = \tanh^{-1} \left(\frac{b_2}{a_2} \right) = \frac{1}{2} \ln \frac{a_2 + b_2}{a_2 - b_2}.$$

这样在 W 平面上, 映象是间隔为 ν_1 , 宽为 2π 的平板电容器, 其线的每单位长的静电容量由下式给出:

$$C = \varepsilon \frac{2\pi}{\nu_1} = 4\pi\varepsilon / \ln \frac{a_2 + b_2}{a_2 - b_2}.$$

由此可得, 椭圆外导体-零厚度微带内导体同轴线的特性阻抗

$$Z_0 = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{C} = \frac{59.952}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln \sqrt{\frac{a_2 + b_2}{a_2 - b_2}}. \quad (17)$$

此式在推导过程中, 未引入任何近似, 故其结果给出的是准确值.

然而, 这种传输线的特性阻抗, 可直接从前节用图形逼近、取对几何平均值方法得到的特性阻抗公式(12)式, 在极限情况下, 导出表示式, 即在 $b_1 = 0$, $c = a_1$ 时, (12) 式变为

$$Z_0 = \frac{59.952}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln \frac{a_2 + b_2}{a_1}, \quad (18)$$

(12a), (12b) 式变为

$$Z_{\max} = Z_{\min} = \frac{59.952}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln \frac{a_2 + b_2}{a_1}. \quad (18a)$$

从(18)和(18a)式看出, 这种同轴线在此情况下, (18)式可给出准确值.

从(17)和(18)式的表面形式来看, 由不同方法推导出的表示式似乎是不等的. 当我们把具体尺寸值代入(17), (18)式后, 得到的结果见表1.

表1 外椭圆-内微带同轴线特性阻抗(17)式和(18)式结果比较

尺寸 ($a_2 \times b_2$) (mm)	$Z_0 \sqrt{\varepsilon_r} (\Omega)$ [(17)式]	$Z_0 \sqrt{\varepsilon_r} (\Omega)$ [(18)式]	焦距 C (mm)
34.655 $\times$ 18.750	36.309	36.309	29.145
11.385 $\times$ 6.135	36.125	36.125	9.591
24.100 $\times$ 12.665	35.008	35.008	20.504

由上结果看出, 严格求解的(17)式与用图形逼近、取尺寸几何平均值推得的(18)式是完全等同的, 说明由本文的方法得到的特性阻抗表示式(12)式, 在此种情况下是完全准确的. 从此例反映以及下节特定情况下推广的各种传输线的解与已知同类传输线的数据结果比较, 说明(12)式是准确可靠的.

我们以国产三种波段的标准椭圆波导的尺寸为椭圆外导体尺寸($a_2 \times b_2$), 列出计算结果(见表2), 供椭圆波导与带状线或微带线转换过渡使用参考.

表2 三种波段的椭圆外导体-矩形内导体同轴线特性阻抗数据
频率 3.3—4.3 (GHz), $2a_2 = 69.31$ (mm) $2b_2 = 37.50$ (mm)

内矩形尺寸 ($a_1 \times b_1$) (mm)	29.145×0	29.150×0.562	29.200×1.798	29.400×3.867
$Z \sqrt{\epsilon_r}$ (Ω)	36.308	31.542	26.864	20.954
内矩形尺寸 ($a_1 \times b_1$) (mm)	29.600×5.172	30.000×7.113	30.400×8.646	
$Z \sqrt{\epsilon_r}$ (Ω)	17.669	13.116	9.714	

频率 5.0—6.5 (GHz), $2a_2 = 48.20$ (mm) $2b_2 = 25.33$ (mm)

内矩形尺寸 ($a_1 \times b_1$) (mm)	20.504×0	20.520×0.814	20.550×1.376	20.600×1.988
$Z \sqrt{\epsilon_r}$ (Ω)	35.005	27.767	25.061	22.476
内矩形尺寸 ($a_1 \times b_1$) (mm)	20.640×2.367	20.800×3.497	21.200×5.388	
$Z \sqrt{\epsilon_r}$ (Ω)	20.987	16.861	10.587	

频率 10.0—13.2 (GHz), $2a_2 = 22.77$ (mm) $2b_2 = 12.27$ (mm)

内矩形尺寸 ($a_1 \times b_1$) (mm)	9.591×0	9.600×0.424	9.650×1.069	9.70×1.452
$Z \sqrt{\epsilon_r}$ (Ω)	36.122	28.405	22.418	19.368
内矩形尺寸 ($a_1 \times b_1$) (mm)	9.800×2.015	9.900×2.456	10.000×2.832	
$Z \sqrt{\epsilon_r}$ (Ω)	15.213	12.141	9.616	

四、特性阻抗公式的推广及数值结果比较

椭圆外导体-矩形内导体同轴线特性阻抗公式 (12)–(15) 式, 在各种特定的情况下, 可推导出以下几种同轴传输线的特性阻抗公式:

- 1) 椭圆外导体-微带内导体同轴线 (见前节)
- 2) 圆形外导体-方形内导体同轴线

椭圆外导体-矩形内导体同轴线 (如图 1 所示), 在 $a_2 = b_2 = R$ 时, 椭圆外导体退变为圆形外导体, $a_1 = b_1$ 时, 矩形内导体蜕变为方形内导体. 即变为圆形外导体-方形内导体同轴线 (如图 3 所示), 其特性阻抗公式, 便由 (12) 式推导得

$$Z = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{R}{\sqrt{2} a_1}. \quad (19)$$

同样由 (12a), (12b) 式可导出
特性阻抗的上限值

$$Z_{\max} = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{R}{a_1}; \quad (19a)$$

特性阻抗的下限值

$$Z_{\min} = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{R}{\sqrt{2} a_1}. \quad (19b)$$

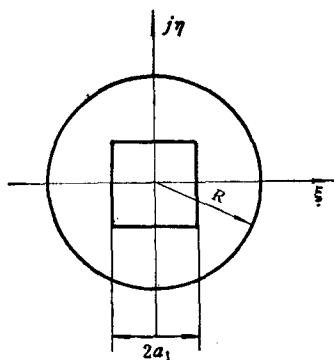


图3 圆形外导体-方形内导体同轴线横截面

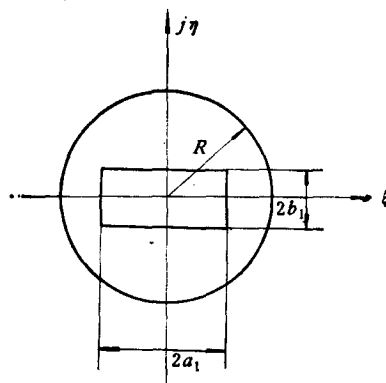


图4 圆形外导体-矩形内导体同轴线横截面

另一方面,文献[3]给出的这种同轴线特性阻抗公式为

$$Z = \frac{1-i}{k+ik'} \left\{ \int_0^{\zeta} \frac{d\zeta}{[(1-\zeta^2)(1-\lambda^2\zeta^2)]^{1/2}} - \int_0^{\zeta} \frac{d\zeta}{[(1-\zeta^2)(1-\lambda'^2\zeta^2)]^{1/2}} \right\}, \quad (20)$$

式中

$$\lambda = \frac{k^{1/2} + \frac{1+i}{\sqrt{2}} (k')^{1/2}}{\sqrt{2} (k+ik')^{1/2}}, \quad \lambda' = \frac{k^{1/2} - \frac{1+i}{\sqrt{2}} (k')^{1/2}}{\sqrt{2} (k+ik')^{1/2}}. \quad (21)$$

从表面形式看,(19)式与(20),(21)式毫无共同之处,似乎怀疑(19)式的正确性.将具体尺寸代入(19),(20),(21)式之后,可得如下数值(见表3)

表3 本文(19)式与文献[3]的圆形外导体-方形内导体同轴线特性阻抗数值比较表

$a = a_1/R$	0.0529	0.0605	0.0847	0.1058	0.1411	0.2114	0.2813
$Z \sqrt{\epsilon_r} (Q)$ (本文(19)式)	165.83	157.78	137.61	124.28	107.01	82.78	65.65
$Z \sqrt{\epsilon_r} (Q)$ (文献[3])	166.11	158.19	137.91	124.59	107.43	82.92	66.03
$a = a_1/R$	0.4183	0.4619	0.5145	0.5772	0.6120	0.6479	0.6820
$Z \sqrt{\epsilon_r} (Q)$ (本文(19)式)	41.89	35.92	29.45	22.56	19.05	15.63	12.56
$Z \sqrt{\epsilon_r} (Q)$ (文献[3])	41.94	36.19	29.58	22.43	18.53	14.41	9.56

从计算数值表3看出,简单的初等函数表示(19)式却与文献[3]的椭圆函数表示式算出的结果很好符合,说明(19)式是可用的.

圆形外导体-方形内导体同轴线特性阻抗公式(19)式,也可根据本文方法,直接由外圆半径与方形截面内导体的内切圆和外接圆半径取几何平均值之比取对数,直接导出.自然取消了变换运算过程.

3) 圆形外导体-矩形内导体同轴线

图1中,当椭圆外导体蜕变为圆形外导体, $a_2 = b_2 = R$, 而矩形内导体不变时,这就是如图4所示的圆形外导-矩形内导体同轴线,此时 $\sqrt{a_2^2 - b_2^2} = 0 \approx \sqrt{a_1^2 - b_1^2}$. 应用不共焦椭圆外导体-矩形内导体同轴线特性阻抗公式(13)~(15)式,当 $a_2 = b_2 = R$, 且 $a_1 \approx b_1$, 此时, A 的分母不为0,而 A 的分子为0,则 $A=0$, 那么圆形外导体-矩形内导体同轴线特

性阻抗应为
$$Z = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{2R}{\sqrt{(a_1 + b_1)^{3/2} (\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1})}}. \quad (22)$$

同理, 特性阻抗的上限值
$$Z_{\max} = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{2R}{(a_1 + b_1)}; \quad (22a)$$

特性阻抗的下限值
$$Z_{\min} = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{2R}{(\sqrt{a_1} + \sqrt{b_1})\sqrt{a_1 + b_1}}. \quad (22b)$$

将具体尺寸代入 (22) 式, 所得数值与文献 [6] 所给出的数值列于表 4.

表 4 圆形外导体-矩形内导体同轴线特性阻抗数值 (取 $b_1/a_1 = 0.302338$, $R = 1$)

a_1/R	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
$Z \sqrt{\epsilon_r} (Q)$ (本文 (22) 式)	196.14	154.59	130.28	113.03	99.66	88.72
$Z \sqrt{\epsilon_r} (Q)$ (文献 [6])	197.30	155.70	131.42	114.15	100.78	89.81
a_1/R	0.35	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65
$Z \sqrt{\epsilon_r} (Q)$ (本文 (22) 式)	79.48	64.42	58.10	52.39	47.17	42.37
$Z \sqrt{\epsilon_r} (Q)$ (文献 [6])	80.52	65.29	58.81	52.88	47.36	42.15
a_1/R	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.93
$Z \sqrt{\epsilon_r} (Q)$ (本文 (22) 式)	37.93	33.79	29.92	26.29	22.86	20.89
$Z \sqrt{\epsilon_r} (Q)$ (文献 [6])	37.17	32.31	27.52	22.66	17.57	14.21

文献 [6] 所给出的数值, 是取特性阻抗的极大值和次极大值进行几何平均的, 未算出最小值去进行几何平均, 因此, 所给出的结果比应该得到的值偏大一些. 考虑到此因素, 在 $a_1/R < 0.6$ 区域, 两种数值是符合的. 而 $a_1/R > 0.60$ 时, 两种数值差别逐渐增大. 有待进一步讨论.

4) 圆形外导体-微带内导体同轴线

椭圆外导体-矩形内导体同轴线, 当 $a_2 = b_2 = R$ 时, 外导体变为圆, 当 $b_1 = 0$ 时, 内导体变成零厚度微带. 此时, 因 $\sqrt{a_2^2 - b_2^2} = 0 \approx \sqrt{a_1^2 - b_1^2} = a_1$, 故将上述之值代入不共焦椭圆外导体-矩形内导体特性阻抗公式 (13) — (15) 式 (或代入 (22) 式), 可得圆形外导体-微带内导体同轴线 (如图 5 所示) 的特性阻抗

$$Z = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{2R}{a_1}, \quad (23)$$

特性阻抗的上限值

$$Z = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{2R}{a_1}; \quad (23a)$$

特性阻抗的下限值

$$Z_{\min} = \frac{59.952}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{2R}{a_1}. \quad (23b)$$

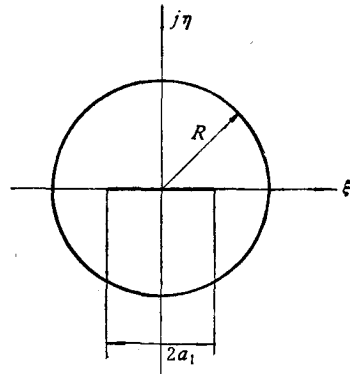


图 5 圆形外导体-微带内导体同轴线横截面

从(23a), (23b)式表面看出, 有 $Z_{\max} = Z_{\min}$, 似乎可以说(23)式是准确无误的计算公式, 但考虑到在推导(13)–(15)式时, 引入了近似的假设条件, 故只能说(23)式是比较准确的. 为了与文献[1]所给出的同类同轴线的数值比较, 列出了如下的计算结果(见表5)

表5 圆形外导体-微带内导体同轴线特性阻抗数值

a_1/R	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35
$Z \sqrt{\epsilon_r} (Q)$ (本文(23)式)	221.15	179.60	155.29	138.04	124.67	113.74	104.49
$Z \sqrt{\epsilon_r} (Q)$ (文献[1])	221.15	179.60	155.29	138.03	124.64	113.67	104.38
a_1/R	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	
$Z \sqrt{\epsilon_r} (Q)$ (本文(23)式)	96.49	89.43	83.11	77.40	72.18	67.38	
$Z \sqrt{\epsilon_r} (Q)$ (文献[1])	96.29	89.12	82.63	76.69	71.16	65.94	
a_1/R	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.94	
$Z \sqrt{\epsilon_r} (Q)$ (本文(23)式)	62.94	58.80	54.93	51.30	47.87	45.27	
$Z \sqrt{\epsilon_r} (Q)$ (文献[1])	60.95	56.09	51.24	46.27	40.93	36.00	

从数值表看出, $a_1/R < 0.60$ 时, 两种数值符合很好. $a_1/R > 0.60$ 时, 与文献[1]的差别逐渐增大, 哪一种方法准确有待进一步分析讨论.

五、讨 论

本文提出的, 先借助于逼近内导体矩形截面的内切共焦椭圆和外接共焦椭圆, 通过保角变换取尺寸最小值和最大值的几何平均值, 计算特性阻抗的方法, 得到了初等函数表示的特性阻抗公式, 计算简单, 通过以上数值比较, 分析, 认为是准确可用的.

与以前通常使用的方法比较, 有其显著的特点: 1) 先用矩形的内切共焦椭圆和外接共焦椭圆逼近矩形, 使复杂的不共形截面变为共形截面, 以便使用简单变换函数, 这样就免除了冗繁的椭圆函数积分运算. 2) 保角变换后, 先取逼近图形尺寸的最小值和最大值几何平均值, 然后计算特性阻抗的方法, 比先计算特性阻抗的最小值和最大值, 然后取两特性阻抗的几何平均值的方法, 得到的运算表达式更为简单. 3) 先对复杂的不共形截面进行图形逼近处理, 尽可能变成共形图形, 然后进行函数变换, 变成标准图形, 容易找到最大值和最小值进行几何平均, 这样就容易得到计算公式, 便于估计误差范围. 从而避免了先进行函数变换, 后根据图形进行处理, 有时难以算出最大值和最小值的问题. 4) 本文先研究具有图形普遍性, 而又容易共形逼近的外圆-内矩同轴线, 然后推广到各种特殊形状下的几种同轴线, 这样就可从一具体事例的研究获得多样结果, 并避免了研究复杂不共形截面传输线时, 难以先共形逼近处理的问题. 5) 本文所给出的几种同轴传输线特性阻抗公式都是简单的初等函数表示式, 有利于工程设计使用.

在准确性方面, 由以上分析比较, 从(18a)式看出, 外圆-内微带同轴线特性阻抗公式(18)式是十分准确的; 外圆-内微带同轴线的特性阻抗公式(23)式, 虽然是由物理处理

过的公式(13)~(15)式推得的, 但由(23a), (23b)式看出, 应有比较准确的结果. 其余几种同轴线, 通过以上特性阻抗数值与文献[1~6]的公式计算或给出的数值比较(表1~5)可看出, $a_1/R < 0.6$ 时, 各种方法的计算结果均一致符合; 当 $a_1/R > 0.6$ 时, 本文的数值结果下降较慢, 文献[1~6]的数值结果下降较快, 故二者差别逐渐增大, 在这种情况下, 哪一种方法更准确, 有待于进一步严格分析论证. 不过, 从上述外圆-内方同轴线数值比较和计算公式分析来看, 本文计算公式(19), (19a), (19b)式的上、下限差值不随尺寸改变而变化, 是一固定常数, 其数值结果不应在 $a_1/R > 0.6$ 时出现准确度下降的问题.

本文在探讨过程中, 与林炎武、薛良金、刘述章、杨勋等同志进行过有益的讨论, 在此一并致谢.

参 考 文 献

- [1] M. A. R. Gunston, *Microwave Transmission-Line Impedance Data*, VNR, London, (1972).
- [2] 林为干, 物理学报, **26**(1977), 72.
- [3] H. J. Ribler, *IEEE Trans. MTT*, **MTT-23** (8) (1975), 714.
- [4] 林为干、钟祥礼, 物理学报, **19**(1963), 249.
- [5] C. R. Boyd, *IEEE Trans. MTT*, **MTT-15** (8) (1967), 487.
- [6] 林为干、潘威炎, 电子学报, (2)(1979), 86.
- [7] 林为干著, 微波理论与技术, 科学出版社, 1979年.

ON THE CHARACTERISTIC IMPEDANCE OF A COAXIAL LINE WITH ELLIPTIC OUTER CONDUCTOR AND RECTANGULAR INNER CONDUCTOR

LIN WEI-GAN ZENG LING-RUR

ABSTRACT

In this paper, the methods using the graphical approximation and taking the geometrical average of the upper and lower bounds to the size of the line are put forward, to calculate the characteristic impedance of a coaxial line with elliptic outer conductor and rectangular inner conductor. The boundary of rectangular inner conductor is conformally mapped into a closed curve which is nearly a rectangle, and its inscribed confocal ellipse and outer connected confocal ellipse are conformally mapped into two concentric circles, the geometrical average of the both is taken as its equivalent value. At the same time, the boundary of elliptic outer conductor is conformally mapped into a concentric circle. So they constitute a standard coaxial line, and the formula for calculating its characteristic impedance is obtained.

The calculating formulae of the characteristic impedance of some coaxial lines (i. e. elliptic outer and microstrip inner conductors, circular outer and square inner conductors, circular outer and rectangular inner conductors) in elementary functional forms are derived, so that the lengthy and complicated integral calculation involving elliptical functions are avoided. The characteristic impedances of some coaxial lines as mentioned above are given in accurate values for references.