

相干重整化与 DIA

章 扬 忠

(中国西南物理研究所)

1981年2月9日收到

提 要

本文利用相干重整化的概念,从响应函数 R 和逆介电函数 ϵ^{-1} 的基本定义出发,建立了它们的微扰表达式。把所得到的基本关系和 MSR 体系的类似关系进行比较,指出至少在六级微扰之内二者在形式上符合得相当好,从而验证了相干重整化方案的合理性。对相干重整化与 MSR 体系之间的差异做了进一步的分析,并对它与 DIA 的关系做了某些讨论。

一、引 言

本文是文献 [1] 的继续。主要目的在于论证相干重整化方案的合理性。

由于长期以来 Власов-Poisson 方程没有合理的完全的微扰理论,为了研究等离子体强湍流的基本理论结构,从 1977 年开始, Krommes^[2] 和 Dubois^[3] 等人建议利用 Kraichnan 在流体力学湍流中所使用的直接相互作用近似 (DIA)^[4-7] 来建立等离子体湍流中基本非涨落量的闭合方程组。这些非涨落量是: 相关函数 $C \equiv \langle \delta f \delta f \rangle$, 响应函数 $R \equiv \langle \delta f / \delta \eta \rangle_{\eta=0}$ 和平均分布函数 $\langle f \rangle$ 。除了由 Власов-Poisson 方程出发通过适当的近似得到这个闭合方程组的直接方法外^[3], 还可以根据 Martin-Siggia-Rose 借用量子场论中的生成泛函技术所建立的一般形式 (MSR 体系)^[8] 导出 DIA。这时可直接看出, DIA 即相当于 MSR 体系中的重整化顶角 Γ 用裸顶角 γ 来近似。这里特别要指出的是, DIA 的这种近似并不改变 MSR 体系中 $\langle f \rangle$, R , C 和 ϵ^{-1} 的基本表达式^[9]:

$$(\partial_t + \mathbf{v} \cdot \nabla + \mathcal{E} \cdot \partial \langle f \rangle) \langle f \rangle = -\mathcal{E} \cdot \partial C, \quad (1.1)$$

$$(G^{-1} + \partial \bar{f} \cdot \mathcal{E}) R = 1, \quad (1.2)$$

$$(G^{-1} + \partial \bar{f} \cdot \mathcal{E}) C = \tilde{\Sigma} R^T, \quad (1.3)$$

$$G^{-1} \equiv \partial_t + \mathbf{v} \cdot \nabla + \Sigma', \quad (1.4)$$

$$\epsilon^{-1} = 1 - \mathcal{E} R \cdot \partial \bar{f}. \quad (1.5)$$

这里 $\partial \bar{f} \equiv \partial \langle f \rangle + \partial \delta \bar{f}$, $\delta \bar{f}$ 相当于湍性场对平均分布函数的非定域修正。 $\mathcal{E}$ 是 Poisson 方程的算子: $\mathbf{E} = \mathcal{E} f$, R^T 是 R 的转置¹⁾。

所不同的是,在严格的 MSR 体系中的 $\tilde{\Sigma}$, Σ' 和 $\partial \delta \bar{f}$ 除了包含 R , C 函数之外,还含有重整化顶角函数 Γ ; 因此需要有包括 Γ 在内的方程才能使 $\langle f \rangle$, R , C 的方程组闭合。不

1) 本文涉及到 MSR 和 DIA 的公式时,所采用的符号定义参见文献 [9]。

过,在严格的 MSR 体系中,包含 Γ 的方程是一个泛函微分方程,目前尚无法求解. 这个泛函方程可以按 γ 展开成一般的微分方程,它的最低级近似 $\Gamma \rightarrow \gamma$ 即是 DIA. 这时 $\tilde{\Sigma}$, Σ' 和 $\partial\delta f$ 仅和 R , C 函数有关, (1.1)–(1.3) 式变成为闭合的方程组;使之求解的可能性增加. 而且,方程组在形式上仍保持与 MSR 一致是使 DIA 成为良好近似的原因. 这说明为什么 DIA 颇能引起人们的兴趣.

在低级近似下(三级)相干重整化和 DIA 一致,但对高级近似就很难比较. 而且为了论证相干重整化方案的合理性更为适合的是与 MSR 体系进行比较. 这因为,首先 MSR 是一个严格的体系. 它与相干重整化的关系类似于量子场论中 Schwinger 的生成泛函方法与 Feynman-Dyson 重整化微扰论方法的关系. 不过这里有一个重要的区别: 在量子场论的两种方法中格林函数的概念是一致的,但是 MSR 体系的格林函数并不是 G , 而是 R 和 C ; 而 G 却是相干重整化的重要基石. 因此 MSR 体系中的 Γ 并不是由 G 和 γ 构成的,而是由 R 和 C 与 γ 构成的. 这就造成两者之间的比较并不像量子场论中那样直接. 其次,既然 DIA 可以由 MSR 体系直接导出而且方程在形式上相似,那么和 MSR 的比较可以作为和 DIA 比较的基础. 第三,但也是很重要的一点,MSR 是以非涨落量作为基础,因此它只能定义非涨落的 ϵ^{-1} 和 R ; 但相干重整化以涨落分布函数为基础,直接给出的是包含涨落的 ϵ^{-1} 和 R . 那么一个有兴趣的问题是,这种涨落量取平均之后是否能与 MSR 的基本关系一致. 如果这种一致性能被证明,那么一方面,相干重整化获得较为坚实的理论基础;另一方面也可以把它和 MSR 体系(及 DIA)的一般结果结合起来,在处理方法及物理分析上相得益彰. 但正如前所述,这种一致性的证明远不如量子场论那样简单,而且由于基本定义所存在的差异也很难期待这两种体系的完全一致性. 本文的基本想法是直接由相干重整化的概念导出 R 和 ϵ^{-1} 的微扰表达式,并考察它们是否满足 MSR 体系所得到的一般关系.

为了计算 R 和 ϵ^{-1} 的微扰展开,需要在 Власов 方程中引入假想的外源. 因此,为了对它进行相干重整化,就要把文献 [1] 中的方法略做推广.

二、响应函数 R 的微扰展开

响应函数 R 定义为平均分布函数对于无穷小非齐次外源 η 的一级响应. 对 Власов 方程来说即

$$R(1, 2) = \left\langle \frac{\delta f(1)}{\delta \eta(2)} \right\rangle_{\eta=0}, \quad (2.1)$$

$$(\partial_t + \mathbf{v} \cdot \nabla + \mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\theta})f(1) = \eta(1). \quad (2.2)$$

采用文献 [1] 的符号后即有

$$f_k = G_k \hat{L}(k) f_0 \phi_k + G_k i \eta_k + \sum_{k' \neq k} \phi_{k'} \hat{L}(k') f_{k-k'} + G_k i \Gamma_k f_k \quad (2.3)$$

或用图形表示为

$$f_k = \text{diagram 1} + \text{diagram 2} + \sum_{(k_1)} \text{diagram 3} + \text{diagram 4} \quad (2.4)$$

其中 $\bullet$ 代表 $i\eta_k$. 为了能使自能项与抵消项全部消去, 可以重复文献 [1] 的做法; 所不同

的仅是使 $\text{---}\bigcirc\text{---} \longrightarrow \text{---}\bigcirc\text{---} + \bullet$. 于是其结果为

$$f_k = (\mathcal{A}\phi_k + \tilde{f}_k) + \tilde{f}_k(\text{---}\bigcirc\text{---} \longrightarrow \bullet) + \text{---}\bigcirc\text{---} \quad (2.5)$$

这里 $\mathcal{A}\phi_k$ 代表全部的相关图形, $\tilde{f}_k$ 代表全部的绝对非相关图形^[1], $\tilde{f}_k(\text{---}\bigcirc\text{---} \longrightarrow \bullet)$ 代表

把绝对非相关图形中的 $\bigcirc$ 用 $\bullet$ 来代替. 把相关图形移到上式左方, 并把 Poisson 方程写为

$$\phi_k = \Phi_k f_k. \quad (2.6)$$

则有

$$(1 - \mathcal{A}\Phi_k)f_k = f_k + \tilde{f}_k + \tilde{f}_k(\text{---}\bigcirc\text{---} \longrightarrow \bullet) + \text{---}\bigcirc\text{---} \quad (2.7)$$

为了求出 R , 必须求 $\langle f_k \rangle$ 的泛函导数, 这仅要求给出 $\langle f_k \rangle$ 的线性泛函显式. 由于 η 的非涨落性质, 且理论中的物理量仅通过作为 $\langle f \rangle$ 的泛函来和 η 发生关系^[3], 因此, 它的存在将不影响在 Марков 近似下 $\mathcal{A}$ 的非涨落性质和 $\tilde{f}_k$ 的绝对涨落性质. 故把 (2.7) 式取平均后得到

$$(1 - \mathcal{A}\Phi_k)\langle f_k \rangle = \langle \tilde{f}_k / \text{---}\bigcirc\text{---} \rangle \bullet + \text{---}\bigcirc\text{---} \quad (2.8)$$

这里 $\tilde{f}_k / \text{---}\bigcirc\text{---}$ 表示 $\tilde{f}_k$ 图形中除去后所剩余的图形. 注意到, $\mathcal{A}$ 中仅通过 f_0 和 η 有关; 而当假设 $\eta_{k=0} = 0$, 利用时空平移不变性后, $R(k, k') \rightarrow R_k \delta_{kk'}$, 则 $\mathcal{A}$ 对 (2.8) 式求泛函导数没有贡献. 于是得到

$$(1 - \mathcal{A}\Phi_k)R_k = \frac{i}{(2\pi)^4} \left\{ G_k + \langle \tilde{f}_k / \text{---}\bigcirc\text{---} \rangle \right\}. \quad (2.9)$$

$\langle \tilde{f}_k / \text{---}\bigcirc\text{---} \rangle$ 的前几级微扰展开如下图所示:

$$\begin{aligned} \langle \tilde{f}_k / \text{---}\bigcirc\text{---} \rangle = & \text{---}\bigcirc\text{---} + \text{---}\bigcirc\text{---} + \text{---}\bigcirc\text{---} + \text{---}\bigcirc\text{---} \\ & + \text{---}\bigcirc\text{---} + \text{---}\bigcirc\text{---} + \text{---}\bigcirc\text{---} + \text{---}\bigcirc\text{---} + \text{---}\bigcirc\text{---} + \dots \end{aligned} \quad (2.10)$$

这里 n 波顶点为表示守恒律的因子 $\delta(k_1 + \cdots + k_n)$, $k_1, \cdots, k_n$ 是相交于该顶点的波四动量. 这个 δ 函数实际上是由于时空平移不变所提供的, 它在 Марков 近似下保证了 (2.10) 式中各项的非涨落性质.

如文献 [1] 那样, 把 $\mathcal{A}$ 中对平均分布函数 $\langle f \rangle$ 的附加项看成平均分布函数的重整化修正项 $\delta \bar{f}$, 并把它和 MSR 中给出的 $\delta \bar{f}$ 等同起来, 再采用文献 [1] 中 G_k 的定义后, (1.2) 式应写为

$$(1 - \mathcal{A}\Phi_k)R_k = \frac{i}{(2\pi)^4} G_k. \quad (2.11)$$

它与 (2.9) 式的差别在于三级微扰以后的项. 但正如在第四节中所看到的, 按照相干重整化所采取的定义系统, (2.10) 式所给出的附加项是重要的. 如果把这些项舍去, 就会导致介电函数定义上的不自洽. 因此仍然应认为 (2.9) 和 (2.10) 式是相干重整化理论的正确表达式.

三、逆介电函数 ϵ^{-1} 的微扰展开

逆介电函数 ϵ^{-1} 定义为外源场 $\mathbf{E}^{(e)}$ 对等离子体内总电场 $\mathbf{E}^{(t)} = \mathbf{E}^{(e)} + \mathbf{E}\{\mathbf{E}^{(e)}\}$ 的效应. 即

$$\mathbf{E}^{(t)} = \epsilon^{-1} \cdot \mathbf{E}^{(e)}, \quad (3.1)$$

$$\epsilon^{-1} = 1 + \mathcal{G} \left\langle \frac{\delta f}{\delta \mathbf{E}^{(e)}} \right\rangle_{\mathbf{E}^{(e)}=0}. \quad (3.2)$$

这里仅讨论标量函数

$$\epsilon^{-1} = 1 + \mathcal{G} \cdot \left\langle \frac{\delta f}{\delta \mathbf{E}^{(e)}} \right\rangle_{\mathbf{E}^{(e)}=0}. \quad (3.3)$$

显然, 为了给出 ϵ^{-1} 的微扰表示, 应当研究在外源电场 $\mathbf{E}^{(e)}$ 下 Власов 方程的相干重整化问题. 即

$$\{\partial_t + \mathbf{v} \cdot \nabla + (\mathbf{E} + \mathbf{E}^{(e)}) \cdot \partial\} f(\mathbf{E}^{(e)}) = 0. \quad (3.4)$$

不难看出, 对应的傅里叶表示为

$$f_k = G_k \hat{L}(k) f_0(\phi_k + \phi_k^{(e)}) + \sum_{k' \neq k} (\phi_{k'} + \phi_{k'}^{(e)}) \hat{L}(k') f_{k-k'} + G_k i\Gamma_k. \quad (3.5)$$

也可用图形表示为

$$f_k = \text{[Diagram 1]} + \text{[Diagram 2]} + \sum_{(k_1)} \text{[Diagram 3]} + \sum_{(k_1)} \text{[Diagram 4]} + \text{[Diagram 5]} \quad (3.6)$$

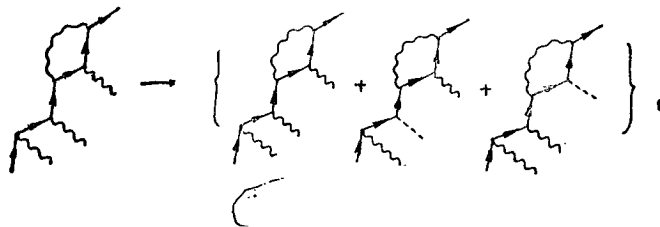
这里虚线 ----- 代表 $\phi_{k'}^{(e)}$.

由于外源波线 $\phi_{k'}^{(e)}$ 与等离子体波线 ϕ_k 是相加关系, 必须对文献 [1] 中的相干重整化略加修改. 为了使外源波线不在自能图中出现, 当处理混合项时仅对随机场做相干处理和自能处理, 即外源波线 k' 不再分解出 $k' = k$ 的相干项和 $k' + k_n = 0$ 的自能项. 这样,

理论中所有图形的外源波线都是外线,而且它的动量 k' 求和要对所有的动量进行. 但是当与 G 相联系的最下方一根波线是外源波线时仍把它作为混合项并要做下一步的叠代,而不能作为同级项来给出对 ϵ^{-1} 的贡献. 这与相干重整化的基本原则是一致的,因为这种项既不是相干项也不是绝对非相干项. 这时随机场按文献 [1] 的相干重整化处理,它仅与随机场结合成为自能项. 因此传播函数 G 中不显含外源场. 这时仍然可以证明该种重整化方法中的全部抵消项和对应的自能图相消. 这时所得到的结果为类似文献 [1] 中全部的相干图形 $\mathcal{A}\phi_k$ 和绝对非相干图形 $\tilde{f}_k$, 再加上除相干图中最下方的一根波线外把这些图形中的每根等离子体波线 $\phi_{k'}$ 换成外源波线 $\phi_{k'}^{(0)}$ 的图形. 即

$$f_k = (\mathcal{A}\phi_k + \tilde{f}_k) \left\{ \begin{array}{l} \text{wavy line } k' \rightarrow \text{wavy line } k' + \text{dashed line } k' \quad k' \neq k \\ \text{wavy line } k \rightarrow \text{wavy line } k \end{array} \right. + \text{blob} \quad (3.7)$$

如

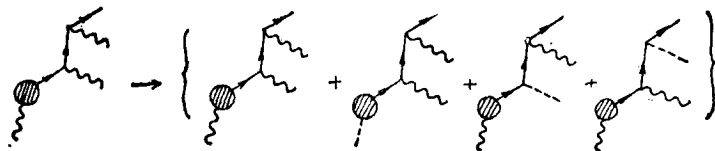


其中没有图 1 所示的这个图, 因为它属于混合项, 应做下一步叠代.



图 1

又如



分离出相干部份后 (3.7) 式变成

$$\begin{aligned} (1 - \mathcal{A}\Phi_k) f_k = & \tilde{f}_k + \mathcal{A}\Phi_k \left(\text{wavy line } k' \rightarrow \text{dashed line } k' \right)_{k' \neq k} \\ & + \tilde{f}_k \left(\text{wavy line } k' \rightarrow \text{dashed line } k' \right) + \text{blob} \end{aligned} \quad (3.8)$$

事实上, (3.8) 式右方包含有两个外源波线的图对最终的贡献均为零. 于是类似于第二节的论证方法, 并利用相应的假设后即得到

$$\frac{1}{(2\pi)^4} (1 - \mathcal{A}\Phi_k) \left\langle \frac{\delta f_k}{\delta \phi_k^{(e)}} \right\rangle_{\phi^{(e)}=0} = W_C + W_{NC} \quad (3.9)$$

这里, W_C 和 W_{NC} 分别代表相干部份和绝对非相干部份的贡献, 它们直到六级微扰的项分别在附录一和附录二中给出.

注意, 仅当满足时空平移不变时才有 $\mathcal{E} \cdot \langle \delta f / \delta \mathbf{E}^{(e)} \rangle_{\mathbf{E}^{(e)}=0} = \Phi \langle \delta f / \delta \phi^{(e)} \rangle_{\phi^{(e)}=0}$. 故由 (3.3) 式, 时空平移不变性及 (3.9) 式得到

$$\begin{aligned} \epsilon_k^{-1} &= 1 + \frac{1}{(2\pi)^4} \Phi_k \left\langle \frac{\delta f_k}{\delta \phi_k^{(e)}} \right\rangle_{\phi^{(e)}=0} \\ &= 1 + \Phi_k (1 - \mathcal{A}\Phi_k)^{-1} (W_C + W_{NC}). \end{aligned} \quad (3.10)$$

四、相干重整化的合理性

正如引言中所述, 本文论证相干重整化合理性的途径是想通过具体做微扰计算来得到 MSR 体系中的一般关系 (1.2) 和 (1.5) 式. 有关 (1.2) 式的问题在第二节中已讨论过, 现在讨论如何得到 (1.5) 式. 由于 (3.10) 式中逆算子 $(1 - \mathcal{A}\Phi_k)^{-1}$ 的微扰表示不易处理, 我们采用等效的方式把 (1.5) 式改写为

$$(\epsilon_k^{-1} - 1) = \Phi_k R_k(i\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\theta}) \bar{f}_k. \quad (4.1)$$

这时如能证明

$$R_k(i\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\theta}) \bar{f}_k = \frac{1}{(2\pi)^4} \left\langle \frac{\delta f_k}{\delta \phi_k^{(e)}} \right\rangle, \quad (4.2)$$

那就意味着由相干重整化所决定的 ϵ^{-1} 满足 (1.5) 式的形式, 其中 (4.2) 式左方的量和右方的量都是由相干重整化得到的. 注意, 按照相干重整化的理论, (4.2) 式左方的 $\bar{f}_k$ 应当由文献 [1] 中 ϵ 的表达式决定 (参见文献 [1] 的 (5.2) 式), 它所给出的重整化平均分布函数为

$$(i\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\theta}) \bar{f}_k = \mathcal{A} / iG_k. \quad (4.3)$$

这里, 为了图的一致性起见, 在交点处永远保留顶点, (4.3) 式左方仍然写出 $i\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\theta}$ 的因子. 但它并不妨碍相干重整化的 $\bar{f}_k$ 有明显的表示. $\mathcal{A} / G_k$ 意味着把相干图 $\mathcal{A}\Phi_k$ 中最上方的传播量 G_k 和相干波线 ϕ_k 除去后的剩余图形, 它在 Марков 近似下是非涨落的.

但是由于 $\mathcal{A} / iG_k$ 中除波线之外还有最下方的粒子线; 为了能做比较还需要把这些项分别再做一次叠代才能出现非相干尾部. 这时仍采用文献 [1] 的方法, 原有骨架中的外波线可以和有主动求和能力的新波线结合成顶角图形, 但不能出现自能结构的图. 因为相干波线把它们分开了. 故而原有骨架的出现, 不论它是什么结构, 都不会妨碍新的叠代中原有相干重整化抵消项与自能项全部消去的证明. 在附录三和附录四中给出直到六级微扰时 $\mathcal{A} / G_k$ 的所有图形.

由于 $(1 - \mathcal{A}\Phi_k)^{-1}$ 的因子不能用微扰论直接写出, 那末, 把 (4.2) 式两端作用 $(1 - \mathcal{A}\Phi_k)$ 后即有

$$\frac{1}{(2\pi)^4} (1 - \mathcal{A}\Phi_k) \left\langle \frac{\delta f}{\delta \phi_k^{(c)}} \right\rangle = (1 - \mathcal{A}\Phi_k) R_k(i\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\theta}) f_k. \quad (4.4)$$

(4.4) 式右方的算子 $(1 - \mathcal{A}\Phi_k)$ 对于 $(i\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\theta})\bar{f}_k$ 仅作为乘子, 这因为 Φ_k 对速度的积分由于 $\boldsymbol{\theta}$ 算子的存在及 $\bar{f}$ 合理的边界条件而消失. 而且非同种粒子不能构成连通图是由于顶点含有求导因子. 于是, 利用 (3.9) 和 (2.9) 式后即要求证明

$$(G_k + \langle f_k / \mathcal{A} \rangle) (\mathcal{A}/G_k) = W_C + W_{NC} \quad (4.5)$$

结果表明, 在全部六级微扰以内的 78 个图中, 仅是上式左方有两个图 (见图 2) 不能被消去. 很显然, 它们是由 (2.10) 式等号左方中的三级微扰图 (图 3) 所贡献的但正是由于

(2.10) 式等号左方的出现, 才能使 (4.5) 式右方的以下诸图 (图 4) 被消去.



图 2



图 3

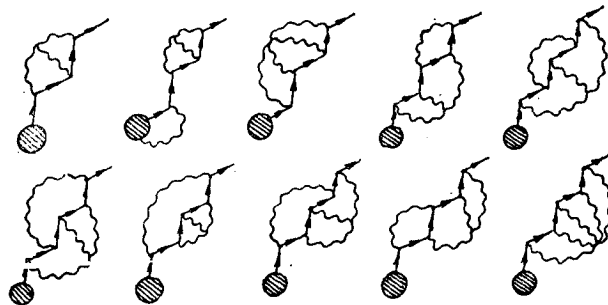


图 4

由此可见, 直到六级微扰之内, 相干重整化理论与 MSR 理论给出的 σ 符合得相当好. 在以上比较中最上一个顶点与外源波线相连时其图的贡献为零, 这是由于该外源波线不能取相干动量 k 的缘故. 随着微扰级数的增高, 类似图 2 的图形越来越多, 使两者的 σ 表达式偏离越来越大 (这主要出现在九级微扰之后). 但正如在下节中所分析的那样, 这实际上应当归结于基本定义上的差异, 而并不意味着相干重整化理论到高级微扰后不再适用.

五、与 DIA 的关系

相干重整化微扰论和以往微扰论的一个重要区别在于它不仅给出了传播量的高级微扰修正,而且还给出了平均分布函数的重整化微扰修正.正如前面处理中所看到的那样, $\delta \bar{f}$ 的各级贡献是通过把混合项中的相干项分离出来以后才得到的,正是相干重整化的这种基本思想导致了 $\delta \bar{f}$ 直到六级微扰还保持为相当可信的形式.当把这些项和 DIA 比较时发现 Krommes^[10]的扩散项对应了相干重整化的二级修正:

$$\Sigma^{(d)} \text{---} \text{cloud} \text{---} \delta \bar{f}^{(d)} \text{---} \text{cloud} \text{---} \quad (5.1)$$

那末似乎是 DIA 中的极化项贡献就应当对应了相干重整化高级修正中的某些部份(的确它们属于二级微扰以上的项),但事实上远非如此简单,这因为 DIA 的扩散部份(d)和极化部份(p)有一个很重要的不同,即 $\partial \delta \bar{f}^{(d)}$ 是完全可积的,因而 $\delta \bar{f}^{(d)}$ 有明确的意义;然而 $\partial \delta \bar{f}^{(p)}$ 却不是完全可积的,至少在目前的形式下无法证明它的可积性.因此从 MSR 和 DIA 来看,分布函数的重整化修正只在扩散近似内才有意义.然而相干重整化用微扰论形式所给出的 $\delta \bar{f}$ 在各级近似内有明确意义.如果 $\partial \delta \bar{f}$ 不完全可积,就说明即便采用相干重整化的微扰展开也不能用连通图来表示,这相当于其中加入了非相干项引起图的中断.这一点又涉及到媒质效应和源效应的划分问题.这从(2.9)式和(1.2)式的比较可以看出,在相干重整化理论中绝对非相干项仅提供了 R 的非点源效应,而按照 MSR 或 DIA,它对媒质效应也有贡献.

除了分布函数的重整化效应定义不同之外,传播量 G 的定义也不同.这种不同出现在三级微扰之后,特别是, iT 中没有三级微扰而在 DIA 中, $\Sigma^{(p)}$ 却有三级微扰,而且还相当于一个非连通图

$$\text{cloud} \times \text{cloud} \text{---} \quad (5.2)$$

在相干重整化微扰论中传播量 G 是一个有物理意义的量.如果把相干效应作为源,那末 G 就是涨落分布函数 f_k 的源函数,对应的源包括由重整化平均分布函数引起的相干贡献和绝对非相干项提供的非相干贡献.即

$$(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} + iT_k)f_k = (\mathcal{A}/G_k)\phi_k + (\tilde{f}_k/G_k). \quad (5.3)$$

但是,相干重整化理论中更重要的传播量并不是 G .当把(5.3)式的相干贡献合并到左方并利用(4.3)式后它变为

$$(1 + iG_k \partial \bar{f} \cdot \mathbf{e}_k)f_k = \tilde{f}_k. \quad (5.4)$$

它表示绝对非相干项的源效应.故更有物理意义的传播量应为

$$\mathcal{P}_k \equiv (1 + iG_k \partial \bar{f} \cdot \mathbf{e}_k)^{-1}. \quad (5.5)$$

由(5.4)式可以立即导致相关函数 C 的方程

$$(1 + iG_k \partial \bar{f} \cdot \mathbf{e}_k)C_k = \langle \tilde{f}_k \tilde{f}_k^* \rangle \rightarrow \langle \tilde{f}_k \tilde{f}_k^* \rangle. \quad (5.6)$$

它与 (1.3) 式在形式上很相似, 而且直接表明相关函数的源为非相干源的性质, 这与对 $\tilde{\Sigma}$ 的解释相同^[10]. 不过 (5.6) 式进一步指出这个非相干源正是凝团相关函数. 此外, 由 (5.6) 和 (2.9) 式不能直接看出 R 是 C 的格林函数. 不过这一点并不与 MSR 矛盾. 因为 (5.6) 式左方的算子和 MSR 的算子不同.

在 DIA 中的 G 并没有直接的传播量意义, 甚至它的物理意义至今还不清楚. 这并不奇怪, 因为 MSR 体系是以统计观察量为基础的理论, 所以 DIA 中更基本的物理量是 R 和 C 而不是 G . 此外, 在相干重整化理论中 G 仅作为波谱的泛函. 而按照 DIA (甚至 DIAC), G 均和 $\partial\delta\bar{f}$ 有关 (在三级微扰以上), 它和 R, C (或仅和 R) 一起构成较为复杂的方程.

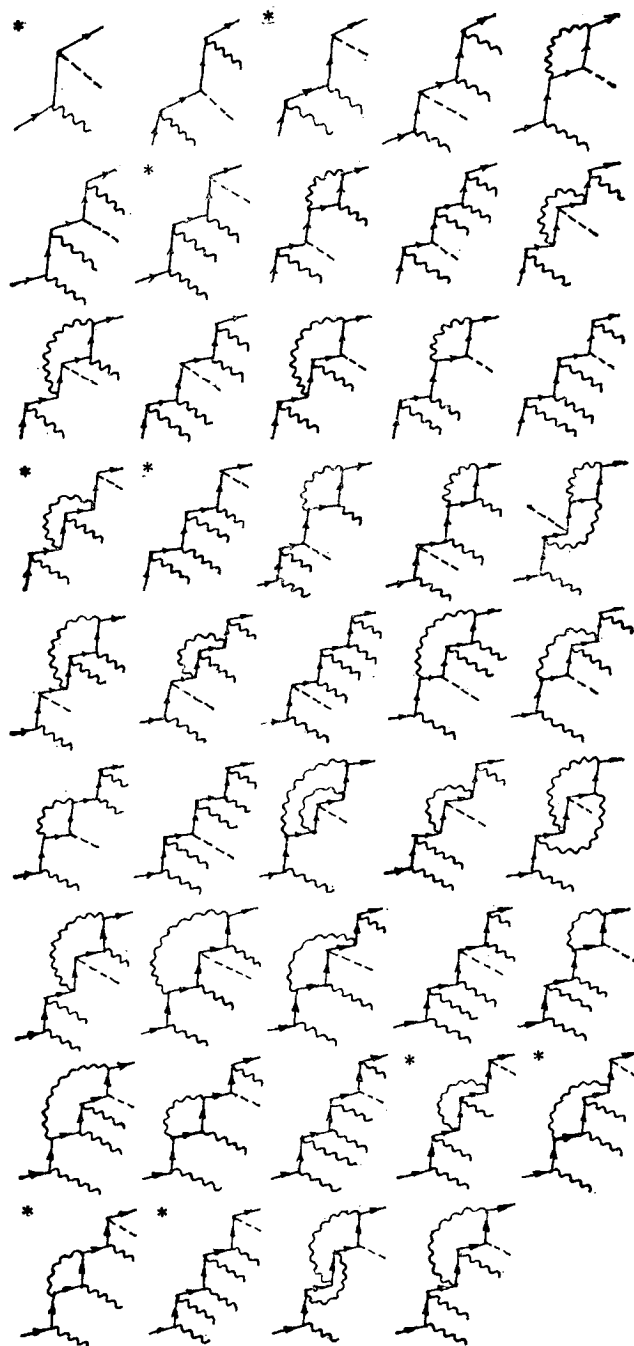
六、结 论

以上的分析表明相干重整化方法给出的 $\langle f \rangle, R, C, \epsilon^{-1}$ 的基本方程与 (1.1)–(1.5) 式的形式非常类似, 仅在 (1.2) 式右方包含了三级以上的非相干源项, 正是这个差别才保证了介电函数定义的自洽性. 其中特别有意义的是 (1.2) 和 (1.3) 式左方的算子 ($G^{-1} + \partial\bar{f} \cdot \mathcal{C}$) 及 (1.3) 式右方非相干源 $\tilde{\Sigma}$ 的解释支持了相干重整化的基本思想. 正是这种思想导致了平均分布函数的重整化修正, 从而使强湍流理论中更有意义的传播算子应是 $\mathcal{D}$ 而不是 G .

两种理论的主要差别来源于 $\delta\bar{f}$ 的定义. 按相干重整化理论, 它仅由相干部份贡献; 而 DIA 中它还包括了一部份非相干贡献. 此外, 在主要结论上两者没有矛盾.

附 录 一

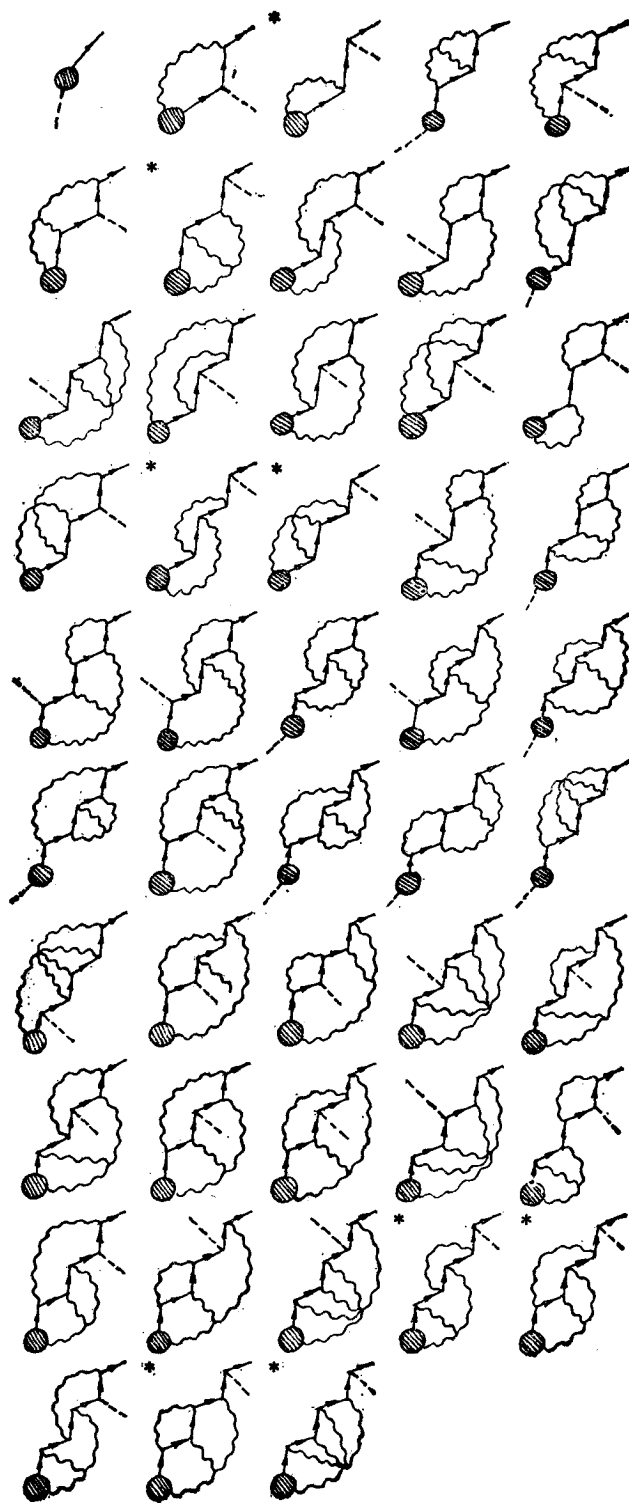
逆介电函数 ϵ^{-1} 中齐次外源 $E^{(e)}$ 的相干响应 W_0 到六级微扰的图形表示¹⁾



1) 在附录一至四中图里的虚线代表 Φ_k 作用在整个图形的最前方, 相应顶点满足守恒律. 图的左上方标以 * 的图是贡献将为零的图.

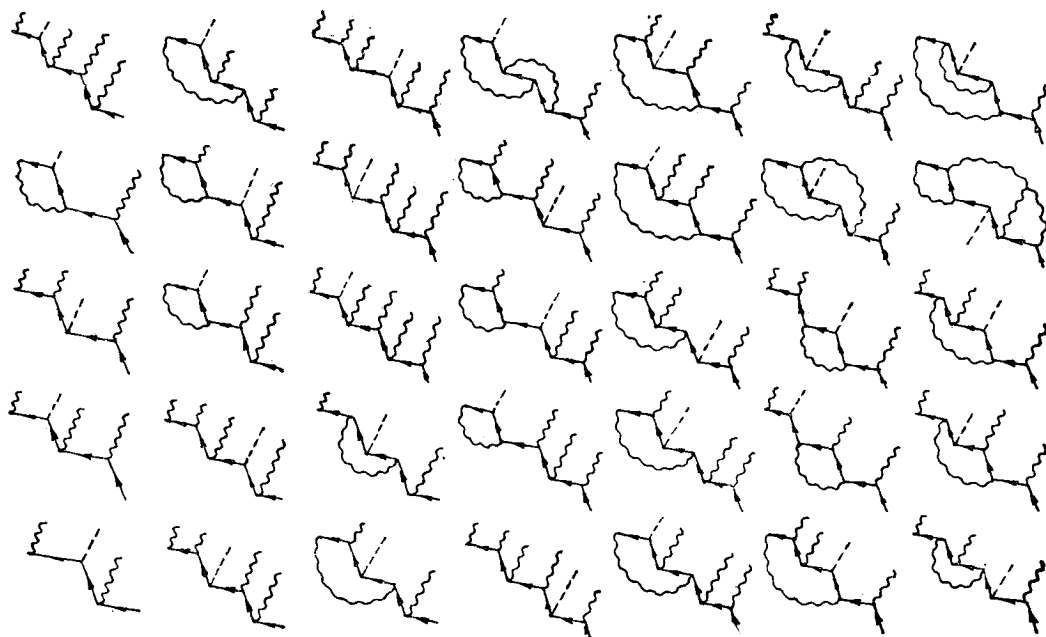
附录二

逆介电函数 ϵ^{-1} 中齐次外源 $E^{(e)}$ 的非相干响应 W_{NC} 到六级微扰的图形表示



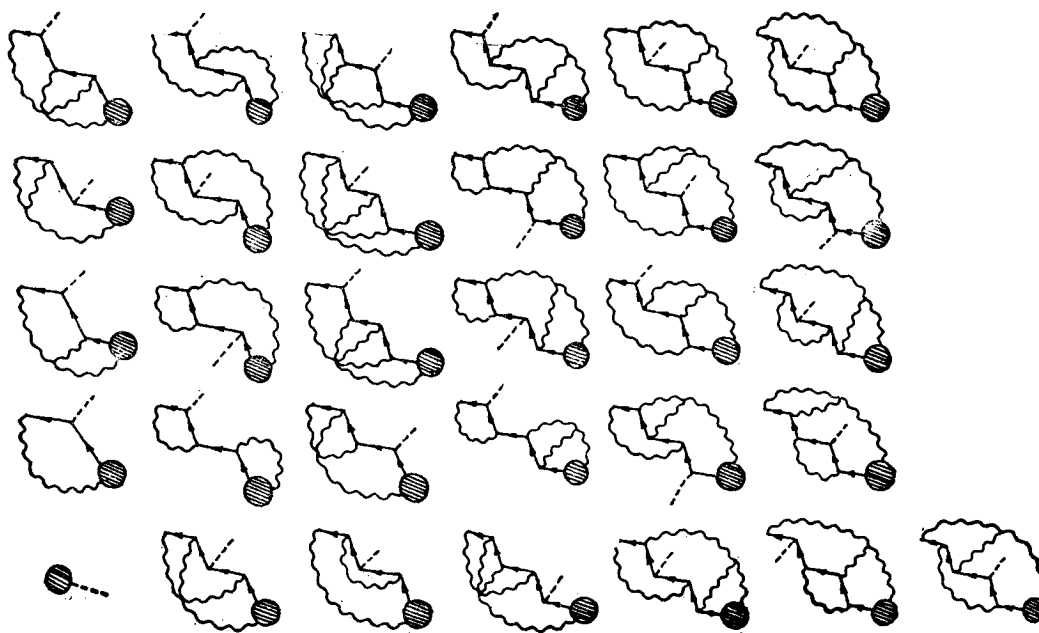
附录 三

保留顶点时平均分布函数 $\mathcal{A}/G_k$ 直到六级微扰的相干贡献



附录 四

保留顶点时平均分布函数 $\mathcal{A}/G_k$ 直到六级微扰时的非相干贡献



参 考 文 献

- [1] 章扬忠, 物理学报, **30**(1981), 1020.
- [2] J. A. Krommes, Proc. 3rd Kiev Conf., Trieste, (1977).
- [3] D. F. Dubois, M. Espedal, *Plas. Phys.*, **20**(1978), 1209.
- [4] R. H. Kraichnan, *Phys. Rev.*, **113**(1958), 1181.
- [5] R. H. Kraichnan, *J. Fluid Mech.*, **5**(1959), 497.
- [6] R. H. Kraichnan, *J. Math. Phys.*, **2**(1961), 124.
- [7] R. H. Kraichnan, *Phys. Fluids*, **8**(1964), 575; 2219.
- [8] P. C. Martin, E. D. Siggia, H. A. Rose, *Phys. Rev. A*, **8**(1973), 423.
- [9] J. A. Krommes, 普林斯顿等离子体物理实验室报告, PPPL-1568 (Feb. 1980).
- [10] J. A. Krommes, *Phys. Fluids*, **22**(1979), 2168.

THE COHERENT RENORMALIZATION AND THE DIA

ZHANG YANG-ZHUNG

(Southwestern Institute of Physics, Leshan, Sichuan, China)

ABSTRACT

The perturbative expressions for response function R and inverse dielectric function ϵ^{-1} has been established in the paper by using the concept of the coherent renormalization according to their primitive definition. By comparing the obtained equations with those in the MSR scheme, we pointed out that the two agree quite well in form with each other at least within the sixth order, and thus justified the reliability of the coherent renormalization. The differences between the two were analysed in more detail and its relation with DIA were also discussed.