

波驱动等离子体电流的特征

夏 蒙 焚 张 承 福

(北京大学理论物理研究所)

1981年1月9日收到

提 要

本文指出, 只当 $u = \frac{\omega}{k_z v_e} \leq 2-2.5$ 时, 波驱动的电以共振电子电流为主, 波的耗散机制也主要是共振阻尼效应; 而当 $u \geq 3$ 时, 非共振电子电流一般将超过共振电子电流, 碰撞耗散也将大于共振耗散. 波驱动电流所需功率较高, 比相应欧姆功率大得多. 这对反应器的设计带来困难, 一般说来反应器中选取 $u \leq 2.5$ 的共振电子电流较为合适. 波驱动电流时将出现等离子体旋转, 除环向旋转外, 还将引起较大的角向旋转, 后者伴有较大的径向电场.

一、前 言

波驱动等离子体电流的问题, 近年来, 引起了人们特殊的兴趣^[1-6], 因为这种效应提供了实现稳态托卡马克反应器的一种可能的方案.

通常主要考虑共振效应引起的电流. 一个重要的参量是 $u = \frac{\omega}{k_z v_e}$ (波在平行于磁场方向的相速度与热速度之比). 由于波驱动共振电子电流的效率随着 u 的增大而提高^[4], 因而一般认为 u 越大越有利.

但是, 本文的分析表明, 共振电子电流随着 u 的提高而迅速变小, 并且它很容易达到饱和. 当 u 较大时共振电子电流不可能达到托卡马克所要求的电流值, 而此时波驱动的主要是非共振电子电流. 波驱动的稳态托卡马克有两种可能的运行方式: u 较小的情形, 以共振电子电流为主, 波的耗散机制主要是共振阻尼效应; u 较大的情形, 以非共振电子电流为主, 此时波的碰撞耗散一般将超过共振耗散. 与驱动相同电流所需的欧姆功率比较, 波驱动所需的功率大得多. 这将对波驱动的反应器的设计带来困难, 一般说来, 反应器中选取 $u \leq 2.5$ 的共振电子电流较为合适.

本文讨论了波驱动电流时所出现的等离子体旋转效应, 还讨论了波所引起的径向扩散流的增强, 它至多只能达到新经典扩散的量级.

二、共振电子电流与非共振电子电流

在波驱动等离子体电流的问题中, 通常主要考虑共振电子电流. 本节将证明, 当 u 比较大时, 共振电子电流变得很小, 而波驱动的电以非共振电子负载.

1. 共振电子电流

共振电子电流是波通过动力学共振效应把动量传给共振电子而引起的, 可以由电子的准线性扩散方程计算出来^[3]. 在准静电近似下, 方程的形式为

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial v_z} D \frac{\partial f}{\partial v_z} + \frac{\partial}{\partial v_z} D_c \frac{\partial (f - f_M)}{\partial v_z}. \quad (1)$$

(1)式中, 右端第一项是准线性扩散项, 扩散系数 D 中这里只包括共振部分 D_r ,

$$D = D_r = \pi \frac{e^2}{m_e^2} \int d\mathbf{k} |E_{kz}|^2 \delta(\omega - k_z v_z); \quad (2)$$

右端第二项是碰撞项, f_M 是平衡分布, 而

$$D_c = \frac{1}{2} \nu_r v_e^2. \quad (3)$$

这里 $v_e = \sqrt{2T_e/m_e}$, ν_r 是共振电子等效碰撞频率, z 轴取在磁场 $\mathbf{B}_0$ 方向.

以下将采用约化量. 令

$$u = \frac{\omega}{k_z v_e}. \quad (4)$$

共振区在 $u \leq v_z/v_e \leq u + \Delta u$, 为简单起见, 我们将讨论窄谱情形 ($\Delta u/u < 1$), 宽谱情形虽有修正, 但主要特征相同. i 代表纵向电流密度与 $(n_e e v_e)$ 之比, 波能密度 w 及功率密度 P 均是以相应的量除以 $(n_e T_e)$. 由 (2), (3) 及 (4) 式, 可以得到

$$D_r = \pi \frac{\omega_e^2 w}{k^2 u \Delta u (\partial \epsilon^r / \partial \omega)}, \quad (5)$$

$$\nu_r = \frac{v_e}{(1 + u^2)^{3/2}} \simeq v_e / u^3 \quad (\text{当 } u > 1), \quad (6)$$

$$D_c = \frac{1}{2} \frac{v_e v_e^2}{u^3}, \quad (7)$$

其中 $\omega_e^2 = \frac{4\pi n_e e^2}{m_e}$, ϵ^r 是介电函数的实部, ν_e 是电子平均碰撞频率.

将 (5), (7) 式代入 (1) 式, 便可求出通常文献上所给出的共振电子电流 j_r , 而波的共振耗散功率密度为

$$P_r = 2 |\gamma_r| w, \quad (8)$$

其中 γ_r 是波的共振阻尼率. 驱动效率为

$$\eta_r = |j_r| / P_r \simeq \frac{1}{2\nu_e} u^2. \quad (9)$$

(9) 式表明 η_r 随着 u 的增大而提高, 通常由此认为采用较大的 u 比较有利.

但实际上利用共振电子电流时只能选择比较小的 u , 这是因为它受到很大的限制.

我们将看到, 共振电子电流很容易达到饱和. 由

$$D_r = D_c \quad (10)$$

可以确定一个临界波能密度 w_s ,

$$w_s = \frac{k^2 v_e^2 \Delta u}{2\pi \omega_e^2 u^2} \nu_e \frac{\partial \epsilon^r}{\partial \omega}. \quad (11)$$

当 $\omega < \omega_i$ 时, j_r 近似地与 ω 成正比; 而 $\omega > \omega_i$ 时, j_r 逐渐趋于一个饱和值. ω 可用波的振荡电势 φ 表示

$$\omega = \frac{k^2 |\varphi|^2}{8\pi} \omega \frac{\partial \epsilon^r}{\partial \omega} / n_e T_e, \quad (12)$$

则相应于 ω_i 的 φ_i 为

$$\left| \frac{e\varphi_i}{T_e} \right| = \sqrt{\frac{2\Delta u \nu_e}{\pi u^2 \omega}}. \quad (13)$$

为了便于进行量级估计, 本文将选用两组典型参量如表 1 所示. (A) 组相当于中等尺度的托卡马克, (B) 组相当于反应器.

表 1 典型参量

	密度 $n_e(\text{cm}^{-3})$	温度 $T_e \sim T_i(\text{keV})$	磁场 $B_0(\text{kGs})$	大半径 $R(\text{cm})$	小半径 $a(\text{cm})$	粒子约束时间 $\tau_n(\text{s})$
(A)	10^{14}	1	30	100	20	2×10^{-2}
(B)	10^{14}	10	50	500	100	1

现以低杂波为例估计 $|e\varphi_i/T_e|$ 的量级, 此时有 $\omega \sim 10^{10} \text{s}^{-1}$. 取 $\Delta u/u \sim 0.2$, $u = 2$, 则

$$\begin{aligned} |e\varphi_i/T_e| &\sim 10^{-3} && \text{对 (A);} \\ &\sim 1.7 \times 10^{-4} && \text{对 (B).} \end{aligned} \quad (14)$$

这表明 $|e\varphi_i/T_e| \ll 1$, 共振电子电流很容易达到饱和. 饱和是准线性效应的结果. 达到饱和时不可能通过提高波源功率使电流进一步增大.

饱和电流密度为

$$j_{rs} \cong - \frac{1}{\sqrt{\pi}} u \Delta u e^{-u^2}. \quad (15)$$

这是共振电子电流密度的上限. 由 (15) 式容易看到, 当 u 增大时 j_{rs} 迅速变小. 例如取 $\Delta u/u = 0.2$, 则

$$\begin{aligned} j_{rs} &\sim 8 \times 10^{-3} && \text{当 } u = 2; \\ &\sim 1.4 \times 10^{-3} && u = 2.5; \\ &\sim 1.3 \times 10^{-4} && u = 3; \\ &\sim 6.6 \times 10^{-6} && u = 3.5. \end{aligned} \quad (16)$$

(16) 式表明, u 比较大时共振电子电流所能达到的电流密度是非常低的. 这是由于当共振区落在分布函数的高能尾部时, 共振电子的数量是非常少的.

2. 非共振电子电流

非共振电子电流有两方面的起源. 一部分是共振电子通过碰撞所驱动的^[3], 它至多与共振电子电流同量级; 另一部分是波本身所负载的电流. 这里只讨论后者, 它联系于准线性扩散系数 D 的非共振部分 D_{nr} , 即方程(1)中取

$$D = D_{nr} = \frac{e^2}{m_e^2} \int d\mathbf{k} |E_{kz}|^2 \frac{\gamma_k}{(\omega - k_z v_z)^2}, \quad (|\gamma_k| < |\omega - k_z v_z|), \quad (17)$$

其中 γ_k 反映波的振幅随时间的变化.

先考虑无碰撞情形, 此时方程(1)变为

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial v_z} D_{nr} \frac{\partial}{\partial v_z} f. \quad (18)$$

采用渐近引入的模型, 即 $t = -\infty$ 时没有波 ($E_{kz} = 0$), 处于平衡分布 ($f = f_M$); 令 $E_{kz}(t) = E_{kz}(0)e^{\gamma_k t}$ ($t < 0, \gamma_k = 0^+$), 在 $t = 0$ 时波的振幅达到稳态值, 对(18)式作积分 $\int_{-\infty}^0 dt$, 便得到建立波以后分布函数与无波时的差别为

$$f - f_M = \frac{e^2}{2m_e^2} \int d\mathbf{k} |E_{kz}|^2 \frac{\partial}{\partial v_z} \frac{1}{(\omega - k_z v_z)^2} \frac{\partial}{\partial v_z} f_M. \quad (19)$$

(保留到 $|E_{kz}|^2$ 项, 则(19)式右端可用 f_M 代替 f). 由(19)式可求出电流密度

$$j_{nr} = -\frac{1}{v_e} \int dv_z f dv_z (f - f_M). \quad (20)$$

($\int dv_z$ 代表主值积分). 注意到介电函数实部 ϵ^r 的表达式

$$\epsilon^r = 1 + \chi_e^r + \chi_i^r, \quad (21)$$

$$\chi_j^r = -\frac{4\pi e^2 k_z^2}{m_j k^2} \int dv_z \frac{f_{Mj}}{(\omega - k_z v_z)^2} \quad (j = e, i), \quad (22)$$

便可得到

$$j_{nr} = -A \frac{\omega}{2u}, \quad (23)$$

其中

$$A = \left[\left(\frac{\partial \chi_e^r}{\partial \omega} \right) - \frac{m_e}{m_i} \left(\frac{\partial \chi_i^r}{\partial \omega} \right) \right] / \left(\frac{\partial \epsilon^r}{\partial \omega} \right). \quad (24)$$

这里, 我们已将离子的贡献计算在内((24)式分子中的第二项), 但它一般都可略去, 即非共振粒子电流主要由电子负载, 故可称为非共振电子电流. 一般有 $A \lesssim 1$,

现在说明 j_{nr} 的意义. 波的动量密度 $\mathbf{K}$ 及其平行分量 K_z 为

$$\mathbf{K} = W \frac{\mathbf{k}}{\omega}, \quad K_z = W \frac{k_z}{\omega}. \quad (25)$$

($W = \omega \cdot n_e T_e$). 在准静电波中场的动量可以略去, 动量由电子和离子负载

$$K_z = K_{ze} + K_{zi}, \quad (26)$$

其中

$$K_{zi} = K_z \left(\frac{\partial \chi_i^r}{\partial \omega} \right) / \left(\frac{\partial \epsilon^r}{\partial \omega} \right) \quad (j = e, i). \quad (27)$$

由(23)–(27)式可得到

$$j_{nr} = -\frac{e}{m_e} \left(K_{ze} - \frac{m_e}{m_i} K_{zi} \right) / (n_e e v_e). \quad (28)$$

由(28)式可以看出, j_{nr} 即为波中与粒子平行动量相应的平均速度所具有的电流. 可以证明, 这个平均速度联系于准静电波中粒子振荡速度对于电场的二级项的时间平均值(类似于文献[7]中的 $\langle v_2 \rangle$). 因此, 可以说 j_{nr} 就是波本身所具有的电流.

现在考虑碰撞效应. 由(23), (24)式可以看出, j_{nr} 只联系于介电函数的实部. 在

低碰撞情形 ($\nu_e \ll \omega$, 对托卡马克实验大多满足此条件), 碰撞效应对介电函数实部的影响可以略去. 因此, j_{nr} 的碰撞修正是不重要的.

事实上, (23) 式给出的 j_{nr} 也可由方程(1)中保留碰撞项求稳态解而得到. 在通常的计算中, 因为在稳态 $\gamma_k = 0$, 而由(17)式得 $D_{nr} = 0$, 故得不到 j_{nr} . 但在稳态情形 (有耗散时稳态要靠外源来维持) 虽有 $\gamma_k = 0$, 然而必须考虑碰撞对 D_{nr} 的修正. 在一级动力学方程中保留碰撞项并作 τ 近似, 则 f_1 的表式中应作替换 $\omega \rightarrow \omega + i\nu$, ν 是等效碰撞频率. 由此可得稳态时

$$D_{nr} = \frac{e^2}{m_e^2} \int d\mathbf{k} |E_{kz}|^2 \frac{\nu}{(\omega - k_z v_z)^2} \quad (\nu < |\omega - k_z v_z|). \quad (29)$$

将(29)式代入稳态方程

$$\frac{\partial}{\partial v_z} D_{nr} \frac{\partial}{\partial v_z} f + C(f) = 0. \quad (30)$$

($C(f)$ 为碰撞项), 对(30)式求速度矩, 便可得 j_{nr} , 与(23)式相同.

非共振电子电流与共振电子电流的方向相同, 但其特征很不相同: j_{nr} 正比于 w , 对 u 是不敏感的. 现将 j_{nr} 与共振电子饱和电流 j_{rs} ((15)式)作比较

$$j_{nr}/j_{rs} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{Aw}{u^2 \Delta u e^{-u^2}}. \quad (31)$$

令

$$w_n = \frac{2}{A\sqrt{\pi}} \frac{\Delta u}{u} u^3 e^{-u^2}, \quad (32)$$

则由(31), (32)式可看出, 当 $w > w_n$ 时, $j_{nr}/j_{rs} > 1$, 即当波能密度超过一定值时, 非共振电子电流将超过共振电子电流. w_n 随着 u 的增大而迅速变小. 例如, 取 $A \cong 1$, $\Delta u/u \sim 0.2$, 有

$$\begin{aligned} w_n &\sim 3.3 \times 10^{-2} && \text{对 } u = 2, \\ &\sim 7.5 \times 10^{-4} && \text{对 } u = 3. \end{aligned} \quad (33)$$

因此, u 比较大时 (例如 $u \geq 3$), 非共振电子电流很容易超过共振电子电流.

我们取 $w = 10^{-2}$ 进行估计, 这种水平的波能密度是不算高的. 由(23)式 (取 $A \sim 1$) 有

$$\begin{aligned} j_{nr} &\sim 2.5 \times 10^{-3} && \text{当 } u = 2, \\ &\sim 2 \times 10^{-3} && u = 2.5, \\ &\sim 1.6 \times 10^{-3} && u = 3, \\ &\sim 1.4 \times 10^{-3} && u = 3.5. \end{aligned}$$

与(16)式比较可看出, 随着 u 的增大 j_{nr} 的下降比 j_{rs} 慢得多, 当 $u > 2 - 2.5$ 时, j_{nr} 即已超过 j_{rs} . w 越高, j_{nr} 越容易超过 j_{rs} . 这说明非共振电子电流在波驱动电流时可起重要作用.

在 Octopole 托卡马克的波驱动电流的实验中^[2], 电流平均密度达到 $\sim 0.3 \text{ A/cm}^2$, 而 $u \geq 3$. 由(15)式可估计饱和电流密度 $J_{rs} \sim 5 \times 10^{-4} \text{ A/cm}^2$, 比实验值小很多. 这说明所观测到的电流很可能主要是非共振电子电流.

3. 波驱动稳态托卡马克的可能性

波驱动托卡马克的可能性首先在于能否提供维持运行所需要的电流。托卡马克的平均电流密度可表达为

$$j = \frac{2c}{a\omega_e} \sqrt{\frac{1 + T_i/T_e}{\beta_j}}, \quad (34)$$

其中

$$\beta_j = \frac{8\pi(n_e T_e + n_i T_i)}{B_a^2}, \quad (35)$$

B_a 是电流在等离子体边界 $r = a$ 处所产生的角向磁场。一般, β_j 不能超过一个上限

$$\beta_j \leq \frac{R}{a}, \quad (36)$$

这是平衡和宏观稳定性所要求的。由 (34)–(36) 式, 托卡马克的平均电流密度必须大于一个下限

$$j_T = \frac{2c}{\omega_e} \sqrt{\frac{1 + T_i/T_e}{Ra}}. \quad (37)$$

(目前的托卡马克 β_j 比 R/a 低很多, 故 j 更大些)。对于表 1 所给的参量, 有

$$\begin{aligned} j_T &\sim 3 \times 10^{-3} && \text{对 (A),} \\ &\sim 7 \times 10^{-4} && \text{对 (B).} \end{aligned} \quad (38)$$

由 (37) 式, 有 $j_T \propto (n_e R a)^{-\frac{1}{2}}$, 提高密度或增大尺寸可使 j_T 降低, 但实际上可调节的幅度是不大的。

将 (38) 与 (16) 式比较, 可以看出, u 较大时 ($u \gtrsim 3$) 共振电子电流不可能达到维持托卡马克运行所需的 j_T 值。只在 u 较低 ($u \lesssim 2-2.5$) 的情形共振电子电流维持托卡马克运行才是可能的。注意此时波能密度只要达到 ω_i 量级即可, 更高则意义不大, 因为电流已经饱和。

对 u 较大的情形 ($u \gtrsim 3$), 必须计及非共振电子电流。由 (23) 式, 为使 $j_{nr} > j_T$, 必须使波能密度超过某个界限 w_T

$$w_T = \frac{2u}{A} j_T. \quad (39)$$

如对 $u = 3.5$, 由 (38) 式和 (39) 式 (取 $A = 1$), 有

$$\begin{aligned} w_T &\sim 2 \times 10^{-2} && \text{对 (A),} \\ &\sim 5 \times 10^{-3} && \text{对 (B).} \end{aligned} \quad (40)$$

这种水平的波能密度不是不可能达到的。

以上结果表明, 用波驱动电流来维持托卡马克运行有两种可能的方式: $u \lesssim 2-2.5$ 时, 以共振电子电流为主; 或者, $u \gtrsim 3$ 时, 以非共振电子电流为主。

三、耗 散 功 率

对于波驱动电流所消耗的功率, 通常只考虑波的共振吸收。本节将证明, 在 u 比较大

时,共振耗散不再是主要耗散机制,其它耗散可变为主要的. 这里只讨论碰撞耗散,而不讨论例如模转换、非线性效应、波传出等离子体等过程所相应的损耗.

1. 耗散功率与驱动效率

(8)式给出的共振耗散功率密度 P_r 与 j_r 有相似的特征: 当 $\omega < \omega_s$ 时, P_r 与 ω 近于成正比,而 $\omega > \omega_s$ 时, P_r 逐渐趋向于一个饱和值

$$P_{rs} \cong \frac{2v_e}{\sqrt{\pi}} \frac{\Delta u}{u} e^{-u^2} = \frac{2v_e}{u^2} |j_{rs}|. \quad (41)$$

当 u 增大时 P_{rs} 迅速变小. 这时,其它耗散便可上升为主要耗散机制.

现考虑波的碰撞耗散. 以低杂波为例,在流体近似下可求得波的碰撞阻尼率为

$$\gamma_c \cong -\frac{\alpha}{2} v_{ei}, \quad (42)$$

其中

$$\alpha \cong \frac{k_z^2 m_i / k^2 m_e}{1 + k_z^2 m_i / k^2 m_e} + \frac{k_z^2}{k^2} \frac{\omega_c^2}{\omega_c^2 + \Omega_c^2}. \quad (43)$$

这里, $\Omega_c = eB_0/m_e c$, α 是量级为 1 的量, v_{ei} 是电子在离子上的碰撞频率,与 v_e 同量级. 波的碰撞耗散功率密度为

$$P_c = 2|\gamma_c| \omega = \alpha v_{ei} \omega = \frac{2\alpha v_{ei}}{A} |u j_{nr}|. \quad (44)$$

由 (41) 与 (44) 式,得到

$$P_{rs}/P_c \cong \left(\frac{A v_e}{\alpha v_{ei}} \right) \frac{1}{u^3} \frac{j_{rs}}{j_{nr}}. \quad (45)$$

(45)式右端括号中是量级为 1 的量. (45) 式表明,大体上说,当共振电子电流为主时 (u 小),波的共振耗散可能是主要的,而当非共振电子电流为主时 (u 大),碰撞耗散则成为主要耗散机制. 在前一种情形,效率由 (9) 式表示,有 $\eta_r \propto u^2$, 但 u 不能太大;而在后一种情形,由 (44) 式,效率可表达为

$$\eta_{nr} = \frac{A}{2\alpha v_{ei} u}, \quad (46)$$

有 $\eta_{nr} \propto u^{-1}$, 增高 u 不再有利了.

2. 与欧姆功率比较

现将波驱动电流所消耗的功率与驱动相同电流所需欧姆功率作比较. 电场驱动电流所消耗的功率密度以本文的约化量表示时,为

$$P_0 = 2v_{ei} j^2. \quad (47)$$

由 (41) 与 (47) 式,得

$$P_{rs}/P_0 \cong \frac{v_e}{v_{ei}} \frac{1}{u^2} \frac{|j_{rs}|}{j^2}. \quad (48)$$

作为量级估计,取 $v_e/v_{ei} \sim 1$, $u = 2$, $|j_{rs}| \sim |j| \sim j_T$, 则

$$\begin{aligned}\frac{P_{rs}}{P_0} &\sim 80 && \text{对 (A);} \\ &\sim 3.7 \times 10^7 && \text{对 (B).}\end{aligned}\quad (49)$$

由 (44) 与 (47) 式, 得

$$P_c/P_0 \cong \frac{\alpha}{A} \frac{|uj_{nr}|}{j^2}. \quad (50)$$

取 $\alpha/A \sim 1$, $u = 3.5$, $|j_{nr}| \sim |j| \sim j_T$, 则

$$\begin{aligned}\frac{P_c}{P_0} &\sim 10^3 && \text{对 (A);} \\ &\sim 5 \times 10^3 && \text{对 (B).}\end{aligned}\quad (51)$$

(49) 与 (51) 式说明波驱动电流时所需的功率是比较高的, 比相应的欧姆功率大 2—3 个量级, 非共振电子电流 (u 大) 所需功率更大些. 这在技术上可能带来一定的困难, 同时也表明, 用波驱动电流时将有很强的加热效应.

3. 在反应器中达到点火条件的可能性

在反应器中, 波能被等离子体吸收而变为热运动能, 它将以某种方式从等离子体内被取出来, 但其回收效率是比较低的, 因而驱动电流所消耗的功率等效于一种损失机制. 可以引入相应的能量寿命 τ_w , 有

$$\tau_w = (1 + T_i/T_e)/P, \quad (52)$$

P 为波能的总耗散功率. τ_w 同样也应满足劳逊条件

$$n\tau_w > 10^{14} \text{ sec} \cdot \text{cm}^{-3}. \quad (53)$$

对共振电子电流 ($u \lesssim 2-2.5$), 由 (41) 与 (52) 式, 令 $j_{rs} = j_T$, 有

$$n\tau_w = \frac{n(1 + T_i/T_e)u^2}{2\nu_e j_T}. \quad (54)$$

由表 1 的 (B) 组参数 (取 $u = 2$), 有 $n\tau_w \sim 10^{14} \text{ sec} \cdot \text{cm}^{-3}$.

对非共振电子电流 ($u \gtrsim 3$), 由 (44) 与 (52) 式, 有

$$n\tau_w = \frac{An(1 + T_i/T_e)}{2\alpha\nu_{ei}uj_T}. \quad (55)$$

对 (B) 组参数 (取 $u = 3.5$, $A/\alpha \sim 1$), 有 $n\tau_w \sim 10^{13} \text{ sec} \cdot \text{cm}^{-3}$.

由 (54) 及 (55) 式可看出, $n\tau_w \propto j_T^{-1} \propto (nRa)^{1/2}$. 虽然提高密度或增大尺寸可使 $n\tau_w$ 值提高, 但由于实际条件的限制, 可调节的幅度是有限的. 以上结果表明, 在波驱动的反应器中, 驱动电流所耗散的功率是相当高的, 这对于这种反应器的设计将带来困难. 一般说来, 反应器选取 $u \sim 2-2.5$ 的共振电子电流来维持较为合适.

四、等离子体旋转与反常扩散

与电场驱动电流情形不同, 波驱动电流时等离子体不断吸收动量, 动量的积累将导致等离子体的旋转. 令波在电子和离子上的阻尼率分别是 γ_e 与 γ_i ($\gamma_{e,i} < 0$), 则电子、离子及整个等离子体所受的力 (单位体积) 为

$$\mathbf{F}_e = 2|\gamma_e|W\mathbf{k}/\omega, \quad (56)$$

$$\mathbf{F}_i = 2|\gamma_i|W\mathbf{k}/\omega, \quad (57)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_i = 2|\gamma|W\mathbf{k}/\omega, \quad (58)$$

其中 $W = w \cdot n_e T_e$ 是波能密度, $\gamma = \gamma_e + \gamma_i$ 是波的总阻尼率. 在驱动电流时, 一般使 $\gamma \simeq \gamma_e$, 即 $\mathbf{F} \simeq \mathbf{F}_e$, $\mathbf{F}_i \simeq 0$. 动量方程可表达为

$$\frac{d(nm_e \mathbf{V}_e)}{dt} = -ne\mathbf{E} - \frac{ne}{c} \mathbf{V}_e \times \mathbf{B}_0 - nm_e v_{ei}(\mathbf{V}_e - \mathbf{V}_i) + \mathbf{F}_e - \frac{nm_e \mathbf{V}_e}{\tau_n}, \quad (59)$$

$$\frac{d(nm_i \mathbf{V}_i)}{dt} = ne\mathbf{E} + \frac{ne}{c} \mathbf{V}_i \times \mathbf{B}_0 + nm_i v_{ei}(\mathbf{V}_e - \mathbf{V}_i) + \mathbf{F}_i - \frac{nm_i \mathbf{V}_i}{\tau_n}. \quad (60)$$

在(59),(60)式中, $\mathbf{V}_e$, $\mathbf{V}_i$ 是电子和离子的平均速度. 方程中未写入压力梯度项, 相应地在 $\mathbf{V}_{e,i}$ 中不包括拉摩漂移速度(二者相消了). 两方程中右端第三项是电子与离子之间的碰撞引起的摩擦项, 最后一项是与粒子损失相联系的动量损失, τ_n 是粒子约束时间. 电场 $\mathbf{E}$ 是电荷分离引起的静电场, 只出现在零级梯度的方向(x 方向). 由泊松方程和连续性方程可以得到

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = -4\pi J_x. \quad (61)$$

等离子体所吸收的动量与动量损失(其特征时间以 τ_n 表示)互相平衡时便达到稳态, 因而达到稳态所需的特征时间即为 τ_n 的量级. 在波驱动稳态托卡马克的实验中只需考虑稳态旋转问题.

在稳态情形, 由(59), (60) 及(61) 式, 近似地有

$$J_x = 0, V_{ix} = V_{ex} = V_x, \quad (62)$$

$$V_{ix} = \frac{\tau_n}{nm_i} F_z, \quad (63)$$

$$V_{iy} = \frac{\tau_n}{nm_i} F_y = V_{ix} \frac{k_y}{k_z}, \quad (64)$$

$$V_x = -\frac{c}{neB_0} F_y, \quad (65)$$

$$E_x = -\frac{B_0}{c} V_{iy}. \quad (66)$$

在得到(65)与(66)式时, 假定了 $F_i = 0$, 考虑到 $v_e/Q_e \ll 1$, 并略去了 τ_n 项.

1. 环向旋转

由(63)式, 有

$$V_{ix}/v_e \cong \frac{1}{2} \frac{m_e \tau_n P}{m_i u}. \quad (67)$$

对共振电子电流, 由(41) 与(67) 式, 得

$$V_{ix}/v_e \cong -\frac{m_e \tau_n v_e}{m_i u^3} j_{rs}. \quad (68)$$

令 $j_{rs} \sim j_T$, $u = 2$, 对表 1 的参量有

$$\begin{aligned} |V_{iz}/v_e| &\sim 7 \times 10^{-4} && \text{对 (A);} \\ &\sim 2 \times 10^{-4} && \text{对 (B).} \end{aligned} \quad (69)$$

对非共振电子电流及碰撞阻尼为主的情形,由(44)与(67)式得

$$V_{iz}/v_e \cong -\frac{m_e \tau_n v_{ei}}{m_i A} j_{nr}. \quad (70)$$

令 $j_{nr} \sim j_T$, 取 $A = 1$, 得

$$\begin{aligned} |V_{iz}/v_e| &\sim 5.5 \times 10^{-3} && \text{对 (A);} \\ &\sim 1.7 \times 10^{-3} && \text{对 (B).} \end{aligned} \quad (71)$$

(69) 与 (71) 式表明 $|V_{iz}/v_e| \ll \sqrt{m_e/m_i}$, 即纵向旋转速度一般远低于离子热速度.

2. 角向旋转与径向电场

由(64)式,角向旋转与 k_y 有关. 这取决于波的人射方向,而在有剪切时 k_y 是不能完全避免的. 当 $k_y/k_x \sim 1$ 时, V_{iy} 与 V_{iz} 同量级. 现将 V_{iy} 与拉摩漂移速度 V_p 作比较. 因有

$$\begin{aligned} V_p/v_e &\sim \rho_e/a \sim 10^{-4}, && \text{对 (A);} \\ &\sim 5 \times 10^{-5}, && \text{对 (B).} \end{aligned} \quad (72)$$

故由(69), (71) 与 (72) 式可看出(取 $k_y/k_x \sim 1$) $V_{iy}/V_p \sim 10^0 - 10^2$. 这表明角向旋转速度相对说来是比较大的.

(66) 式表明,伴随着角向旋转将有径向电场出现. 相应地,从中心到边界将存在电势差 $\Delta\varphi = \varphi(0) - \varphi(a)$, 有 $E_x \sim \Delta\varphi/a$. 由(66)式得

$$\frac{e\Delta\varphi}{T_e} \cong -2 \frac{V_{iy}}{V_p}. \quad (73)$$

故 $|k_y - k_x| \sim 1$ 时有 $\left| \frac{e\Delta\varphi}{T_e} \right| \sim 10^0 - 10^2$. 相对而言,这个电场是比较大的.

V_{iy} 与 E_x 原则上可以从实验上测量出来. 当 k_y 反向时, V_{iy} 和 E_x 也反向,这也可由实验加以检验.

由于 V_{iy} 与 E_x 可以达到较大的值,这将对等离子体的性质(如输运、稳定性等)发生影响. 为了避免出现旋转和电场,作为一种可能的设想,在用波驱动电流时可以同时注入具有反向动量但主要被离子吸收的波(如相速度落在离子热速度范围). 这种波不会产生明显的反向电流但能抵消驱动电流时等离子体所吸收的动量.

3. 反常扩散流

(65) 式给出的 V_x 是波驱动电流时所引起的稳态反常扩散流. 现将 V_x 与经典扩散 $V_{ax} \sim \rho_e^2 v_{ei}/a$ 作比较. 有

$$\frac{V_x}{V_{ax}} \cong \frac{m_i}{m_e v_{ei} \tau_n} \frac{V_{iy}}{V_p}. \quad (74)$$

对表 1 所给的参量, $V_x/V_{ax} \sim 10^0 - 10^2$. 这至多是新经典扩散流的量级.

五、结 论

波驱动等离子体电流时,除通过共振效应而驱动共振电子电流(及共振电子通过碰撞而引起非共振电子电流)外,还可通过非共振部分的效应驱动非共振电子电流,后者是波本身所具有的电流. 当波能密度超过某个临界值 w_n 时,非共振电子电流将超过共振电子电流,此时,波的碰撞耗散一般将超过共振耗散. w_n 随着 u 的增大而迅速变小. 波驱动的稳态托卡马克可以有二种运行方式: $u \lesssim 2-2.5$ 时以共振电子电流和共振耗散为主; $u \gtrsim 3$ 时以非共振电子电流和碰撞耗散为主. 波驱动电流所需功率较大,比相应欧姆功率大 2—3 个量级. 因此,用来驱动反应器是有困难的,一般说来选取 $u \lesssim 2-2.5$ 情形较为合适. 波驱动电流时可引起等离子体的旋转,其角向旋转可达到较大的(相对而言)速度,它将伴有较大的径向电场,可能对等离子体性质有较大影响,但可采取适当的方法加以消除. 波引起的反常扩散一般不超过新经典扩散的水平.

参 考 文 献

- [1] K. L. Wong *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **45**(1980), 117.
- [2] R. L. JaHaye *et al.*, *Nucl. Fusion*, **20**(1980), 218.
- [3] S. Y. Yuen *et al.*, *Nucl. Fusion*, **20**(1980), 159.
- [4] N. J. Fisch, *Phys. Rev. Lett.*, **41**(1978), 873.
- [5] K. Kato, *Phys. Rev. Lett.*, **44**(1980), 779.
- [6] D. K. Bhadra, *Nucl. Fusion*, **20**(1980), 619.
- [7] A. B. Mikhailovskii, *Theory of Plasma Instabilities*, (1974).

CHARACTERISTICS OF R. F. DRIVEN CURRENT

XIA MENG-FEN ZHANG CHENG-FU

(*Institute of Theoretical Physics, Peking University*)

ABSTRACT

The characteristics of r.f. driven current are discussed. The results show that only for $u = \frac{\omega}{k_z v_e} \lesssim 2-2.5$ the current is carried by the resonant electrons and the dissipative mechanism is the resonant damping. When $u \gtrsim 3$ the current will be carried by the non-resonant electrons and the dissipative mechanism will be collision damping. The dissipative power is usually much higher than the Ohmic power and the Lawson condition can be satisfied only for the case of $u \lesssim 2-2.5$. It is also shown that in a r.f. driven tokamak the poloidal rotation of plasma and the correspondent radial electric field are important.