

在等离子体中的二重简并四波混频

钟 权 德

(中国科学院物理研究所)

1980年5月12日收到

提 要

本文分析了在均匀等离子体中的二重简并四波混频(一种实时红外象转换过程)。通过典型例子说明红外象转换效率为1所需的泵功率是现实的。

一、引 言

前不久,有许多作者(例如文献[1—5])分别提出简并四波混频原理:用频率相同的二束传播方向相反的强泵激光和另一束频率相同的探测光,在具有三级极化率的介质内混频,能够获得探测波的相位共轭波。它没有一般非线性光学中的相位匹配问题。因此,简并四波混频在相位共轭光学中有重要意义。并且,用这原理还可获得高质量的波前反射放大器和振荡器^[4,6]。

最近,Steel等^[7]分析了在均匀等离子体中的简并四波混频,计算了三级极化率,并且指出在等离子体中的简并四波混频容易得到相当大的信号而可忽略自聚焦、受激布里渊和拉曼散射等与它竞争的物理现象。

本文中我们考察在均匀等离子体中的二重简并四波混频过程:二束强泵激光的频率不相同,其中一束泵波的频率与探测波(物波)的频率一样;而产生的信号波(再现波)的频率与另一束泵波的频率一样。注意到二重简并四波混频是一种实时红外象转换。因此,它必然会有很大应用价值。因为,在可见光区处理光学信息比较容易得多。特别是,可见光探测器比红外探测器有较大的灵敏度、较低的噪声水平和较快的响应时间,而且便利的照象技术也限于可见光区。

二、理 论

1. 等离子体的三级极化率 $\chi^{(3)}$

等离子体的非线性极化率来自非线性宏观电流 $\mathbf{J} = \sum_i N_i q_i \mathbf{V}_i$, 这里 i 代表等离子体中的各类粒子, q_i 为电荷, N_i 为粒子密度和 $\mathbf{V}_i$ 为漂移速度由外场所驱动。而非线性项洛伦兹力 $\mathbf{V}_i \times \mathbf{B}/c$ 和对流项 $\mathbf{V}_i \cdot \nabla \mathbf{V}_i$ 引起等离子体密度 N_i 的涨落。我们从双流

体模型出发分析温的、均匀的和非磁化的氢等离子体在外场中的非线性行为。氢等离子体的运动方程为

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} + \nabla \cdot N_i \mathbf{V}_i = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}_i}{\partial t} + \mathbf{V}_i \cdot \nabla \mathbf{V}_i = \frac{q_i}{m_i} \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{V}_i \times \mathbf{B}}{c} \right) - \frac{\gamma_i T_i}{m_i N_i} \nabla N_i. \quad (2)$$

这里 q_i , m_i , γ_i , N_i , $\mathbf{V}_i$ 和 T_i 各量的脚标 i 取 e 和 i 分别为电子和离子的电荷, 质量, 比热, 密度, 流体速度和温度. c 为光速, $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 是总电场和总磁场.

我们采用标准的逐级近似法(例如由 Sagdeev 和 Galeev^[8], Montgomery 和 Tidman 和 Nishikawa^[10] 论述过的)来处理这个问题. 考虑慢变化大振幅的横向平面电磁波, 假设

$$\alpha \equiv \frac{e A_m}{m \omega_m c} \ll 1; \text{ 它们的频率 } \omega_m \gg \omega_{pe} \text{ (电子等离子体频率 } \omega_{pe} \text{). 等离子体的自洽场 } E_p$$

相对于外场是二级小量. 因此, 总电场 $\mathbf{E}$ 为

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}^{(1)} + \mathbf{E}^{(2)} \\ &= \sum_m \frac{1}{2} \mathbf{A}_m \exp[i(\omega_m t - \mathbf{K}_m \cdot \mathbf{r})] + \mathbf{E}_p, \end{aligned} \quad (3)$$

式中 $\mathbf{E}$ 右上角的指数表示该量的量级. 在没有外加静磁场情形下, 总磁场 $\mathbf{B}$ 为

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}^{(1)} = \sum_m \frac{1}{2} c \frac{\mathbf{K}_m \times \mathbf{A}_m}{\omega_m} \exp[i(\omega_m t - \mathbf{K}_m \cdot \mathbf{r})]. \quad (4)$$

而密度 N_i 和流体速度 $\mathbf{V}_i$ 可写作 $N_i = n_i^{(1)} + n_i^{(2)}$ 和 $\mathbf{V}_i = \mathbf{V}_i^{(1)} + \mathbf{V}_i^{(2)}$. 因为, 等离子体是均匀的和初态是静止的, 故 $N_0 = \text{常数}$ 和 $\mathbf{V}_0 = 0$.

因为 $\alpha_m \ll 1$, 第一级近似可以忽略洛伦兹力. 当忽略其它二级小量后, 由(2)式可求出第一级电子横向漂移速度 $\mathbf{V}^{(1)}$ 为

$$\mathbf{V}^{(1)} = -\frac{1}{2} i \sum_m \frac{e}{m_e \omega_m} \mathbf{A}_m \exp[i(\omega_m t - \mathbf{K}_m \cdot \mathbf{r})]. \quad (5)$$

结合麦克斯韦方程组可求得外场满足的通常的色散关系 $\omega_m^2 = \omega_{pe}^2 + K_m^2 c^2$. 由于总电场的一级小量是横向电场, 所以从(1)式可知第一级密度涨落为零, 即 $n^{(1)} = 0$.

从(1), (2)式和泊松方程式 $\nabla \cdot \mathbf{E} = -4\pi \sum q_i N_i$ 的二级量得到第二级密度涨落 $n_e^{(2)}$ 和 $n_i^{(2)}$ 的耦合波方程组

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - 2\gamma_p \frac{\partial}{\partial t} - v_e^2 \nabla^2 \right) n_e^{(2)} + \omega_{pe}^2 (n_e^{(2)} - n_i^{(2)}) \\ &= \frac{1}{2} N_0 \nabla \cdot \left(\mathbf{V}^{(1)} \cdot \nabla \mathbf{V}^{(1)} + \frac{e}{m_e c} \mathbf{V}^{(1)} \times \mathbf{B}^{(1)} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - v_i^2 \nabla^2 \right) n_i^{(2)} + \omega_{pi}^2 (n_i^{(2)} - n_e^{(2)}) = 0. \quad (7)$$

在(6)式引进了唯象阻尼 γ_p 用来表示碰撞阻尼或朗道阻尼. ω_{pi} 为离子等离子体频率. v_e 和 v_i 分别是电子和离子热速度. 在(7)式忽略了由于外场引起的离子漂移速度.

对于二重简并四波混频, 这些电磁波的频率 (ω_f , ω_b , ω_p 和 ω_s) 有如下关系:

$$\omega_f = \omega_p (= \omega_{if});$$

$$\omega_s = \omega_f + \omega_b - \omega_p (= \omega_{vi}), \quad (8)$$

即两组频率相同(例如红外波 ω_{if} 和可见光波 ω_{vi}). 它们的相位满足相位匹配条件

$$K_f + K_b - K_p - K_s = 0. \quad (9)$$

这里脚标 f 和 b ; p 和 s 分别标记前向和后向波(泵波); 探测波(物波)和信号波(再现波). 根据(4)式和(5)式, 方程(6)的右边等于

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} N_0 \nabla \cdot \left(\mathbf{V}^{(1)} \cdot \nabla \mathbf{V}^{(1)} + \frac{e}{m_e c} \mathbf{V}^{(1)} \times \mathbf{B}^{(1)} \right) \\ &= -\frac{1}{2} N_0 \frac{(K_f - K_p)^2}{\omega_f \omega_p} \frac{e^2}{m_e^2} \cdot \frac{1}{4} A_f A_p^* \exp i[(\omega_f - \omega_p)t - (K_f - K_p) \cdot \mathbf{r}], \quad (10) \end{aligned}$$

这里, 忽略了 ω_f , ω_p , ω_b 的倍频和它们的和频以及 $\omega_b - \omega_p$ 差频项. 因为, 它们比 $\omega_f - \omega_p$ 差频项对二级密度涨落的贡献要小得多. 将(10)式代入(6)式, 再由频率关系(8)式可知 $n_e^{(2)}$ 和 $n_i^{(2)}$ 与时间无关. 然后从(6)式和(7)式消去 $n_i^{(2)}$, 经代数运算后便得二级电子密度涨落 $n_e^{(2)}$ 为

$$n_e^{(2)} = -\frac{\frac{1}{8} N_0 \frac{e^2}{m_e \omega_{if}^2} \mathbf{A}_f \cdot \mathbf{A}_p^* \exp i[(\omega_f - \omega_p)t - (K_f - K_p) \cdot \mathbf{r}]}{3T_e \left[1 + \frac{1}{3\lambda_{De}^2 (K_f - K_p)^2} \left(1 - \frac{1}{3\lambda_{Di}^2 (K_f - K_p)^2 + 1} \right) \right]}, \quad (11)$$

其中 $\lambda_{De} = \left(\frac{T_e}{4\pi N_0 e^2} \right)^{\frac{1}{2}}$ 和 $\lambda_{Di} = \left(\frac{T_i}{4\pi N_0 e^2} \right)^{\frac{1}{2}}$ 分别为电子和离子德拜长度.

由(5)式和(11)式并根据三级非线性宏观电流 $\mathbf{J}^{(3)} = -en_e^{(2)}\mathbf{V}^{(1)}$, 容易得到二重简并四波混频的三级极化率 $\chi^{(3)}$ 为

$$\begin{aligned} & \chi^{(3)}(\omega_{vi}; \omega_{if}, -\omega_p, \omega_b) \\ &= -\frac{1}{2} \frac{N_0/N_e(\omega_{vi})N_e(\omega_{if})}{3(4\pi)^2 T_e \left[1 + \frac{1}{3\lambda_{De}^2 (K_f - K_p)^2} \left(1 - \frac{1}{3\lambda_{Di}^2 (K_f - K_p)^2 + 1} \right) \right]}, \quad (12) \end{aligned}$$

式中 $N_e(\omega_{vi}) = \left(\frac{m_e \omega_{vi}^2}{4\pi e^2} \right)$ 和 $N_e(\omega_{if}) = \frac{m_e \omega_{if}^2}{4\pi e^2}$ 分别是探测波和信号波的临界截止密度. 由于四波满足相位匹配条件(9)式, 所以 $\chi^{(3)}(\omega_{if}; \omega_b, -\omega_s, \omega_f) = \chi^{(3)}(\omega_{vi}; \omega_{if}, -\omega_p, \omega_b) = \chi^{(3)}$. 二重简并四波混频的信号波和探测波所对应的三级极化强度分别为: $\mathbf{P}_f^{(3)} =$

$$\frac{3}{8} \chi^{(3)} \mathbf{A}_f \cdot \mathbf{A}_p^* \mathbf{A}_b \exp i[\omega_f t - (K_f + K_b - K_p) \cdot \mathbf{r}] \text{ 和 } \mathbf{P}_p^{(3)} = \frac{3}{8} \chi^{(3)} \mathbf{A}_b \cdot \mathbf{A}_f^* \mathbf{A}_p \exp i[\omega_p t - (K_f + K_b - K_s) \cdot \mathbf{r}].$$

对于简并四波混频, (12)式简化为

$$\chi_{mp}^{(3)}(\omega; \omega, -\omega, \omega) = -\frac{N_0/N_e^2(\omega)}{3(4\pi)^2 T_e \left[1 + \frac{1}{3\lambda_{De}^2 (K_m - K_p)^2} \left(1 - \frac{1}{3\lambda_{Di}^2 (K_m - K_p)^2 + 1} \right) \right]}. \quad (13)^u$$

1) 与文献[7]略有不同, 正确的表达式应为本文(13)式, 文献[7]的数值估计也偏大.

这里 m 取 f 和 b .

2. 二重简并四波混频产生相位共轭波

考虑上面分析的等离子体占据在 $0 < z < L$ 区域. 对于二重简并四波混频比较简单的情形是这些波的波前都在 z 方向, 偏振方向也相同. 采取和 Yariv 和 Pepper^[4] 关于简并四波混频相似的处理. 应用标准非线性光学方法解下列波动方程:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{(3)}}{\partial t^2}. \quad (14)$$

假定可省去二阶微商, 忽略散射和吸收损耗并考虑到(8)式和(9)式得出

$$\begin{aligned} \frac{dA_s}{dz} &= i \frac{\omega_{vi}}{n_{vi}} \kappa^* A_p^*; \\ \frac{dA_p^*}{dz} &= i \frac{\omega_{if}}{n_{if}} \kappa A_s. \end{aligned} \quad (15)$$

这里折射率 $n_{vi} \simeq n_{if} \simeq 1$ 和复数耦合系数 κ 为

$$\kappa^* = \frac{12\pi}{c} \kappa^{(3)} \cdot \frac{1}{4} A_i A_b. \quad (16)$$

假定等离子体的非线性相互作用长度为 L 和在输入端平面 $z = 0$ 处探测波的复振幅 $A_p(0)$ 为已知, 而在 $z = L$ 平面信号波的复振幅 $A_s(L) = 0$, 即当只有一个输入波时, 从(15)式的解可得到在 $z = 0$ 输入端的信号波为

$$A_s(0) = -i \frac{\omega_{vi}^{1/2}}{\omega_{if}^{1/2}} \cdot \frac{\kappa^*}{\kappa} \tan(\omega_{if}^{1/2} \omega_{vi}^{1/2} |\kappa| L) \cdot A_p^*(0). \quad (17)$$

就是说信号波是探测波的共轭复数. 换言之, (17)式表示红外象转换成可见象. (17)式可改写成功率转换效率 $R = |A_s(0)/A_p(0)|^2$ 为

$$R = \frac{\omega_{vi}}{\omega_{if}} \tan^2(\omega_{if}^{1/2} \omega_{vi}^{1/2} |\kappa| L). \quad (18)$$

然而, 在输出端

$$A_p^*(L) = \frac{A_p^*(0)}{\cos(\omega_{if}^{1/2} \omega_{vi}^{1/2} |\kappa| L)}. \quad (19)$$

从(17)和(18)式可知, 当 $\omega_{if}^{1/2} \omega_{vi}^{1/2} |\kappa| L > \pi/4$ 时 $|A_s(0)| > |A_p(0)|$, 或 $R > 1$, 即信号波大于探测波振幅, 或象转换效率大于 1; 当 $\omega_{if}^{1/2} \omega_{vi}^{1/2} |\kappa| L = \pi/2$ 时, 相当于振荡情形.

三、数值估计

这里, 我们对二重简并四波混频等离子体的三级极化率以及红外象转换效率为 1 所需的泵功率作数值估计.

1. 当物波(探测波)波长 $\lambda_p = 10.6 \mu\text{m}$ (CO_2 激光), 再现波(信号波)波长 $\lambda_s = 6943 \text{ \AA}$ (红宝石激光), 等离子体的电子密度 $N_0 = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $T_i \ll T_e \simeq 3 \text{ eV}$. 从(12)式计算得到

它的三级极化率 $|\chi^{(3)}| \simeq 2.2 \times 10^{-15} \text{c.s.u.}$ 若非线性相互作用长度 $L = 50 \text{cm}$, 光束截面直径 $\phi 2 \text{mm}$, 则从(18)式计算得到为了获得象转换效率为 1 需功率为 20MW.

2. 当物波波长 $\lambda_p = 496 \mu\text{m}$ (氟化甲烷远红外激光), 再现波波长 $\lambda_s = 6943 \text{\AA}$, 等离子体电子密度 $N_e = 1 \times 10^{14} \text{cm}^{-3}$, $T_i \ll T_e = 3 \text{eV}$, 从(12)式计算得到它的三级极化率 $|\chi^{(3)}| \simeq 5 \times 10^{-15} \text{c.s.u.}$ 若非线性作用长度 $L = 1 \text{m}$, 光束截面直径 $\phi 2 \text{mm}$, 那末从(18)式计算得到为了获得象转换效率为 1 需泵功率为 4MW.

四、结 语

上面的计算说明通过等离子体实现二重简并四波混频即实时红外象转换是现实可行的. 由于欠稠密的等离子体的透明性, 它的参数调节的灵活性等是一般非线性介质所不能相比较的. 因此, 等离子体对于简并四波混频产生相位共轭波的应用方面是一种可取的非线性介质. 顺便提议, 利用简并四波混频原理诊断等离子体是一种很方便的方法, 并且容易得到相当大的信号. 有关这方面的内容将另文论述.

参 考 文 献

- [1] B. I. Stepanov, E. V. Ivakin and A. S. Rubanv, *Dokl. Akad. Nauk, SSSR*, **196**(1971), 596.
- [2] J. P. Woerdman, *Opt. Comm.*, **2**(1970), 212.
- [3] R. W. Hellwarth, *J. Opt. Soc. Am.*, **67**(1977), 1.
- [4] A. Yariv and D. M. Pepper, *Opt. Lett.*, **1**(1977), 16.
- [5] D. M. Bloom and B. C. Bjorklund, *Appl. Phys. Lett.*, **31**(1977), 592.
- [6] A. Yariv, *IEEE J Quantum Electronics*, **QE-14**(1978), 650.
- [7] Duncan G. Steel and Juan F. Lam, *Opt. Lett.*, **4**(1979), 363.
- [8] R. Z. Sagdeev and A. A. Galeev, *Nonlinear Plasma Theory* (Benjamin, New York, 1969).
- [9] David Montgomery and Derek A. Tidman, *Phys. Flu.*, **7**(1964), 242.
- [10] K. Nishikawa, *J. Phys. Soc. Jpn.*, **24**(1968), 1162.

DOUBLE DEGENERATE FOUR-WAVE MIXING IN PLASMA

ZHONG QUAN-DE

(Institute of Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

We analysed double degenerate four-wave mixing (a real time image conversion process) in uniform plasma. A calculation of necessary pumping energy for the conversion efficiency $R = 1$ shows that process is realizable.