

高斯轨迹参量的线性变换对于 电子光学象差的影响

西门纪业

(北京大学无线电电子学系)

1980年7月23日收到

提 要

本文从比较普遍的观点出发,采用矢量形式描写高斯轨迹,运用矩阵形式表示象差,从而讨论了普遍的高斯轨迹参量线性变换下的电子光学系统的三级象差和象差系数及其偏微商。由此得到了电子光学广义的 Fraunhofer 条件(即消除各向同性和各向异性彗差的条件),证明了在此条件下,象散和场曲取极值或稳定值。利用上述的普遍公式和结果,讨论了固定束和扫描束电子光学系统中光阑位置变化的影响,还讨论了阴极发射系统中磁浸没的影响。

一、引 言

在电子光学文献中,一些作者在建立电子光学象差的普遍理论时,都作了进一步的推论。例如, Glaser^[1] 在建立了旋转对称电子光学象差理论时,讨论了光阑位置移动对于象差的影响。Crewe 等^[2,3] 在研究了扫描束电子光学系统矫正象差的问题时,也讨论了光阑位置移动对于象差的影响。作者在文献[4]中建立了复合浸没物镜的电子光学象差理论时,讨论了磁浸没(即平面阴极浸没在磁场中)下的象差问题。Семан^[5] 在建立了简正形式旋转对称的电子光学象差理论时,也讨论了磁浸没(物平面浸没在磁场中)的情况。

现在,我们将从比较普遍的观点出发,将以上各种推论看作是高斯轨迹参量的线性变换。本文采用矢量形式描写高斯轨迹,运用矩阵形式表示象差,从而可以讨论普遍的高斯轨迹参量线性变换对于电子光学象差的影响。近来,探讨在透射电子显微镜、扫描电子显微镜、扫描透射电子显微镜和电子束曝光机中消除象差时,上述理论问题得到了实际应用,因而受到了注意。

二、高斯轨迹参量线性变换下的电子光学象差

现在讨论旋转对称的电子光学系统。按照文献[6],采用 xy 平面中矢量 $\mathbf{u} = (x, y)$ 描写高斯轨迹,而 $\mathbf{u}' = (-y, x)$ 是将 $\mathbf{u}$ 在 xy 平面中沿逆时针方向旋转 90° 所得到的正交矢量。

在无光阑的系统中,用物平面 z_0 处初始斜率 $\mathbf{u}'_0$, 初始位置 $\mathbf{u}_0$ 表示高斯轨迹

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}'_a r_a(z) + \mathbf{u}_a r_\beta(z), \quad (2.1)$$

象平面 z_b 处三级象差为^[6]

$$\frac{\Delta \mathbf{u}_3(z_b)}{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}'_a \cdot \mathbf{u}'_a \\ \mathbf{u}'_a \cdot \mathbf{u}'_a \\ \mathbf{u}'_a \times \mathbf{u}'_a \\ \mathbf{u}'_a \cdot \mathbf{u}_a \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} B & F & f \\ 2F & 2C & c \\ 2f & c & o \\ D & E & e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}'_a \\ \mathbf{u}_a \\ \mathbf{u}_a \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

式中 m 是放大率, $*$ 表示转置矩阵. 按照文献[1], B, F, C, D, E 是各向同性象差系数, f, c, e 是各向异性象差系数, 其中采用一对特解 r_a, r_β .

在有光阑的系统中, 用物平面处轨迹位置 $\mathbf{u}_a$ 和光阑平面 z_b 处轨迹位置 $\mathbf{u}_B$ 表示高斯轨迹

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_B h(z) + \mathbf{u}_a g(z), \quad (2.3)$$

象平面 z_b 处三级象差为

$$\frac{\Delta \mathbf{u}_3(z_b)}{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_B \cdot \mathbf{u}_B \\ \mathbf{u}_a \cdot \mathbf{u}_B \\ \mathbf{u}_a \times \mathbf{u}_B \\ \mathbf{u}_a \cdot \mathbf{u}_a \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} B & F & f \\ 2F & 2C & c \\ 2f & c & o \\ D & E & e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_B \\ \mathbf{u}_a \\ \mathbf{u}_a \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

上式中仍按照文献[1], B, F, C, D, E 是各向同性象差系数, f, c, e 是各向异性象差系数, 其中采用一对特解 $h(z), g(z)$.

设高斯轨迹参量(即 $\mathbf{u}_a, \mathbf{u}'_a$ 或 $\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_B$) 受到以下线性变换, 用 $\mathbf{U}, \mathbf{V}$ 表示如下:

$$\mathbf{u}_a = \mathbf{U},$$

$$\mathbf{u}'_a \text{ 或 } \mathbf{u}_B = \lambda \mathbf{V} - \mu \mathbf{U} - \nu \mathbf{U}, \quad (2.5)$$

λ, μ, ν 是变换常数, 它们的意义将在下面再作具体讨论. 在此变换下, (2.2) 或 (2.4) 式中的二次项可以写成

$$\begin{aligned} \mathbf{u}'_a \cdot \mathbf{u}'_a \text{ 或 } \mathbf{u}_B \cdot \mathbf{u}_B &= (\lambda \mathbf{V} - \mu \mathbf{U} - \nu \mathbf{U}) \cdot (\lambda \mathbf{V} - \mu \mathbf{U} - \nu \mathbf{U}) \\ &= \lambda^2 \mathbf{V} \cdot \mathbf{V} + (\mu^2 + \nu^2) \mathbf{U} \cdot \mathbf{U} - 2\lambda\mu \mathbf{U} \cdot \mathbf{V} - 2\lambda\nu \mathbf{U} \times \mathbf{V}, \\ \mathbf{u}_a \cdot \mathbf{u}'_a \text{ 或 } \mathbf{u}_a \cdot \mathbf{u}_B &= \mathbf{U} \cdot (\lambda \mathbf{V} - \mu \mathbf{U} - \nu \mathbf{U}) = \lambda \mathbf{U} \cdot \mathbf{V} - \mu \mathbf{U} \cdot \mathbf{U}, \\ \mathbf{u}_a \times \mathbf{u}'_a \text{ 或 } \mathbf{u}_a \times \mathbf{u}_B &= \mathbf{U} \times (\lambda \mathbf{V} - \mu \mathbf{U} - \nu \mathbf{U}) = \lambda \mathbf{U} \times \mathbf{V} - \nu \mathbf{U} \cdot \mathbf{U}, \\ \mathbf{u}_a \cdot \mathbf{u}_a &= \mathbf{U} \cdot \mathbf{U}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

将(2.5), (2.6)式代入(2.2)或(2.4)式, 经过繁复的计算和整理后即得

$$\frac{\Delta \mathbf{u}_3(z_b)}{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{V} \cdot \mathbf{V} \\ \mathbf{U} \cdot \mathbf{V} \\ \mathbf{U} \times \mathbf{V} \\ \mathbf{U} \cdot \mathbf{U} \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} \bar{B} & \bar{F} & \bar{f} \\ 2\bar{F} & 2\bar{C} & \bar{c} \\ 2\bar{f} & \bar{c} & o \\ \bar{D} & \bar{E} & \bar{e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{U} \\ \mathbf{U} \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

式中 $\bar{B}, \bar{F}, \bar{C}, \bar{D}, \bar{E}$ 和 $\bar{f}, \bar{c}, \bar{e}$ 是经过高斯轨迹参量线性变换的系统中三级象差系数, 它们是原系统象差系数的线性组合. 公式如下:

$$\text{球差} \quad \bar{B} = \lambda^3 B,$$

$$\text{各向同性彗差} \quad \bar{F} = \lambda^2 (F - \mu B),$$

$$\begin{aligned}
\text{各向异性彗差 } \bar{f} &= \lambda^2(f - \nu B), \\
\text{各向同性象散 } \bar{C} &= \lambda[C - 2\mu F + 2\nu f + (\mu^2 - \nu^2)B], \\
\text{各向异性象散 } \bar{c} &= \lambda[c - 2\mu f - 2\nu F + 2\mu\nu B], \\
\text{场 曲 } \bar{D} &= \lambda[D - 2\mu F - 6\nu f + (\mu^2 + 3\nu^2)B], \\
\text{各向同性畸变 } \bar{E} &= E - \mu(2C + D) - \nu(c - 2\mu f) \\
&\quad + (\nu^2 + 3\mu^2)F - \mu(\mu^2 + \nu^2)B, \\
\text{各向异性畸变 } \bar{e} &= e - \nu D - \mu(c - 2\nu F) \\
&\quad + (\mu^2 + 3\nu^2)f - \nu(\mu^2 + \nu^2)B.
\end{aligned} \tag{2.8}$$

(2.8)式是在比较普遍的高斯轨迹参量线性变换(2.5)式下的三级象差系数的普遍公式,它是对于文献[1—3]的公式的推广.

三、电子光学中广义的 Fraunhofer 条件

利用(2.8)式可以得到经过变换的象差系数对于 μ, ν 的偏微商

$$\begin{aligned}
\lambda \frac{\partial \bar{F}}{\partial \mu} &= -\bar{B}, & \lambda \frac{\partial \bar{f}}{\partial \mu} &= 0, \\
\lambda \frac{\partial \bar{C}}{\partial \mu} &= -2\bar{F}, & \lambda \frac{\partial \bar{c}}{\partial \mu} &= -2\bar{f}, \\
\lambda \frac{\partial \bar{D}}{\partial \mu} &= -2\bar{F}, & & \\
\lambda \frac{\partial \bar{E}}{\partial \mu} &= -(2\bar{C} + \bar{D}), & \lambda \frac{\partial \bar{e}}{\partial \mu} &= -\bar{c}
\end{aligned} \tag{3.1}$$

以及

$$\begin{aligned}
\lambda \frac{\partial \bar{f}}{\partial \nu} &= -\bar{B}, & \lambda \frac{\partial \bar{F}}{\partial \nu} &= 0, \\
\lambda \frac{\partial \bar{c}}{\partial \nu} &= -2\bar{F}, & \lambda \frac{\partial \bar{C}}{\partial \nu} &= 2\bar{f}, \\
& & \lambda \frac{\partial \bar{D}}{\partial \nu} &= -6\bar{f}, \\
\lambda \frac{\partial \bar{e}}{\partial \nu} &= -\bar{D}, & \lambda \frac{\partial \bar{E}}{\partial \nu} &= -\bar{c}.
\end{aligned} \tag{3.2}$$

(3.1), (3.2) 式是对于光线光学^[7]已有结果的推广,也是对于文献[2, 3, 8]结果的进一步推广.

从(2.8)式可以得到同时消除各向同性与各向异性彗差的条件为

$$\mu = F/B, \quad \nu = f/B. \tag{3.3}$$

这就是电子光学中广义的 Fraunhofer 条件,它意味着为要消除彗差对于电子光学系统高斯光学性质所加的限制条件.

在 Fraunhofer 条件(3.3)式下,由(3.1), (3.2)式可以看出

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial \mu} = \frac{\partial \bar{C}}{\partial \nu} = \frac{\partial \bar{c}}{\partial \mu} = \frac{\partial \bar{c}}{\partial \nu} = \frac{\partial \bar{D}}{\partial \mu} = \frac{\partial \bar{D}}{\partial \nu} = 0. \quad (3.4)$$

这表明在消除彗差的条件下象散和场曲对于 μ, ν 的变化取极值或稳定值, 这对于考虑电子光学系统的设计允许误差的观点看来是十分有利的^[9].

在满足 Fraunhofer 条件下, 各向同性和各向异性彗差均为零, 则剩余的象差如下:

$$\begin{aligned} \bar{B} &= \lambda^3 B, \\ \bar{C} &= \lambda(C - \mu F + \nu f), \\ \bar{c} &= \lambda(c - \mu f - \nu F), \\ \bar{D} &= \lambda(D - \mu F - 3\nu f), \\ \bar{E} &= E - \mu(2C + D) - \nu(c - \mu f) + (\nu^2 + 2\mu^2)F, \\ \bar{e} &= e - \nu D - \mu(c - \nu F) + (\mu^2 + 2\nu^2)f. \end{aligned} \quad (3.5)$$

四、高斯轨迹参量线性变换的特殊情况

1. 固定束电子光学系统中光阑位置的影响^[4]

电子光学系统中某些象差在不同程度上依赖于光阑的位置. 上述 (2.3) 和 (2.4) 式是在一定的光阑位置 z_B 下所得出的高斯轨迹及三级象差. 现在来看光阑位置沿轴移动变为 z_{B1} 时的影响. 由 (2.3) 式可见, 在 $z = z_{B1}$ 处

$$u_{B1} = u(z_{B1}) = u_B h(z_{B1}) + u_a g(z_{B1}) \quad (4.1)$$

或

$$u_B = \frac{1}{h(z_{B1})} u_{B1} - \frac{g(z_{B1})}{h(z_{B1})} u_a. \quad (4.2)$$

将上式与 (2.5) 式比较, 即得

$$\begin{aligned} V &= u_{B1}, \quad U = u_a, \quad \underline{U} = u_a, \\ \lambda &= \frac{1}{h(z_{B1})}, \quad \mu = \frac{g(z_{B1})}{h(z_{B1})}, \quad \nu = 0. \end{aligned} \quad (4.3)$$

可见光阑位置沿轴移动时, 变换常数 λ 为光阑线度的变化率, μ 为光阑轴向移动率. 将 (4.3) 式代入 (2.7)、(2.8) 和 (3.1) 式中, 即可得出变换的三级象差、象差系数及其偏微商, 从而得到 Fraunhofer 条件为

$$\mu = F/B. \quad (4.4)$$

在此条件下, 各向同性彗差为零, 但各向异性彗差不为零. 剩余的象差则由 (2.8) 或 (3.5) 式得出.

以上结果可以用于设计固定束透射电子显微镜中.

2. 扫描束电子光学系统中光阑位置的影响^[2,3]

在扫描电子显微镜或扫描透射电子显微镜中, 由于电子束扫描, 因此应该将 (2.3) 式推广到斜出的扫描高斯轨迹情况下:

$$u = u_B h(z) + u_a g(z) + u_d d(z), \quad (4.5)$$

式中 $d(z)$ 表示弧矢方向扫描的高斯偏转。当光阑位置沿轴移动到 z_{B1} 处, 则有

$$\mathbf{u}_{B1} = \mathbf{u}_B h(z_{B1}) + \mathbf{u}_a g(z_{B1}) + \mathbf{u}_a d(z_{B1}) \quad (4.6)$$

或

$$\mathbf{u}_B = \frac{1}{h(z_{B1})} \mathbf{u}_{B1} - \frac{g(z_{B1})}{h(z_{B1})} \mathbf{u}_a - \frac{d(z_{B1})}{h(z_{B1})} \mathbf{u}_a. \quad (4.7)$$

将上式与(2.5)式比较, 即有

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \mathbf{u}_{B1}, \quad \mathbf{U} = \mathbf{U}_a, \quad \mathbf{U} = \mathbf{u}_a, \\ \lambda &= \frac{1}{h(z_{B1})}, \quad \mu = \frac{g(z_{B1})}{h(z_{B1})}, \quad \nu = \frac{d(z_{B1})}{h(z_{B1})}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

变换常数 λ, μ 的意义与前相同, 而 ν 则是弧矢方向电子束扫描率。将(4.8)式代入(2.7), (2.8), (3.1), (3.2)诸式, 即得到变换的三级象差、象差系数及其偏微商。从而得到 Fraunhofer 条件(3.3)式。在此条件下可以消除各向同性和各向异性彗差。剩余的象差仍由(3.5)式给出。我们的结果是对于文献[2, 3]的推广。

3. 阴极发射系统中磁浸没的影响^[4,10]

作者在文献[4]中讨论了具有平面阴极的复合浸没物镜(即同时存在电场和磁场的阴极发射系统)的电子光学性质和象差理论, 并且考虑了磁浸没(即阴极平面浸没在磁场中)的情况下的象差(见文献[4](30), (31)式)。

现在按本文的系统性, 将其符号改写如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{u}'_a r_a + \mathbf{u}_a r_\beta \\ &= (\mathbf{r}'_a - \chi'_a \mathbf{r}_a) r_a + \mathbf{r}_a r_\beta, \end{aligned} \quad (4.9)$$

式中

$$\chi'_a = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-e}{2m_0}} H_a / V_a^{1/2}, \quad (4.10)$$

H_a, V_a 是阴极面上磁场强度及电位值, $\mathbf{r}_a, \mathbf{r}'_a$ 是阴极面上轨迹初始位置和斜率, $-e/m_0$ 是电子的荷质比。由于磁浸没, 所以 $H_a \neq 0, \chi'_a \neq 0$ 。由(4.9)式可见

$$\mathbf{u}'_a = \mathbf{r}'_a - \chi'_a \mathbf{r}_a, \quad \mathbf{u}_a = \mathbf{r}_a. \quad (4.11)$$

将上式与(2.5)式比较, 即得

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \mathbf{r}'_a, \quad \mathbf{U} = \mathbf{r}_a, \quad \mathbf{U} = \mathbf{r}_a, \\ \lambda &= 1, \quad \mu = 0, \quad \nu = \chi'_a. \end{aligned} \quad (4.12)$$

可见, 变换常数 ν 是磁浸没下阴极面 z_a 处磁场引起的旋转角度变化率。将(4.12)式代入(2.7), (2.8), (3.2)诸式, 即得出变换的三级象差、象差系数及其偏微商。从而得到 Fraunhofer 条件为

$$\nu = f/B. \quad (4.13)$$

在此条件下各向异性彗差为零, 但是各向同性彗差不为零。剩余的象差可由(2.8)或(3.5)式得出。

最近, 文献[10]指出, 将单极靴磁透镜与三电极场发射枪结合起来, 使阴极发射系统处于磁浸没下, 便能够完全控制发射电子束的性能: 阳极电压决定束的能量, 控制极电压

决定发射电流, 而磁场强度则决定束的发散程度。这样的磁浸没阴极发射系统可以用于扫描电子显微镜, 扫描透射电子显微镜或普通透射电子显微镜。

本文的结果为进一步探讨各种形式的高斯轨迹参量线性变换下象差的性质提供了可能性。例如可以讨论存在预偏转下磁透镜与磁偏转器复合系统的象差^[9]。

参 考 文 献

- [1] W. Glaser, *Grundlagen der Elektronenoptik*, (1952), Springer, Wien.
- [2] A. V. Crewe, N. W. Parker, *Optik*, **46**(1976), 183.
- [3] N. W. Parker, S. D. Golladay, A. V. Crewe, *Proc. 9th SEM Symp.*, **I**(1976), 37, IITRI.
- [4] 西门纪业, 物理学报, **13**(1957), 339.
- [5] O. И. Семан (谢曼)著, 北京大学电子物理教研室译, 电子光学理论基础, 高等教育出版社, (1958).
- [6] 西门纪业, 物理学报, **26**(1977), 34.
- [7] M. Born, E. Wolf, *Principles of Optics*, (5th Ed.) (1975); 中译本, 科学出版社(1978).
- [8] T. Saito, S. Kubota, S. Miyaoka, *Journ. Appl. Phys.*, **44**(1973), 4505.
- [9] H. Ohiwa, *Optik*, **53**(1979), 63.
- [10] J. R. A. Cleaver, In "Electron Microscopy and Analysis 1979", (Ed. T. Mulvey), (1980), 55.

ON THE LINEAR TRANSFORMATIONS OF GAUSSIAN TRAJECTORY PARAMETERS AND THEIR INFLUENCE UPON ELECTRON OPTICAL ABERRATIONS

XIMEN JI-YE

(Department of Radio-electronics, Peking University)

ABSTRACT

In this paper, we describe electron trajectory by vector form and express aberrations in matrix form. According to the more general viewpoint, we discuss some general linear transformations of gaussian trajectory parameters. The third order aberrations, aberration coefficients and their partial differentials in an electron optical system undergone these transformations are derived. Therefore the general electron optical Fraunhofer conditions for correcting isotropic and anisotropic coma are obtained. It is shown that under this condition, astigmatism and field curvature have extreme or stationary values. According to these results, some concrete problems are discussed; for example, the effect of aperture position on aberrations in the fixed or scanned electron beam systems, and the effect of magnetic immersion on aberrations in the emission electron system (cathode lens).