

多层膜超导体的邻近效应

蔡学榆 尹道乐

(北京大学物理系)

1980年8月28日收到

提 要

本文考虑了由不同的金属组成的多层膜超导体的邻近效应。在 Cooper 极限下,用 Silvert 和 Cooper 方法给出了一个强异质多层膜超导体的临界温度和几何结构之间的关系。

运用溅射、蒸发、外延等现代材料制备技术,按照人们对原子尺度的设计,合成各种前所未有的新型材料并研究其结构与性质,是近年来固体物理学中一个重要的动向。例如,除半导体材料外,最近还报道制成了由性质迥异的铌和铜组成的“多层超薄共格结构”(LUCS)的新材料^[1]。

与大块均匀样品相比较,多层薄膜系统有两个新的因素需要考虑。一是出现了许多异质界面,对它的分析讨论可见文献[2]。第二个因素是由于许多异质层互为周期毗邻而超导电子对具有非局域性所造成的邻近效应,本文拟就这一问题作一个初步的探讨。我们从一个对异质界面状况简化的模型出发,应用 GLAG 理论,给出一个多层膜的临界温度和几何因子之间的粗略关系。

设想多层膜是由两种纯超导材料 S_1, S_2 组合而成,厚度分别为 d_1, d_2 。为了简化问题和突出重点,设两种材料的性质差异集中反映在它们的电声耦合常数 (NV) 上,分别为 $(NV)_1, (NV)_2$, 其他一切性质均相同。

采用 Silvert 和 Cooper 在计算邻近效应时所使用的方法^[3]。

超导体的虚时间傅里叶变换格林函数和反常格林函数在 T_c 附近满足下面的方程:

$$G_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = G_{\omega}^{(0)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') - \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 G_{\omega}^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \Delta(\mathbf{r}_1) G_{\omega}^{(0)}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) \Delta^*(\mathbf{r}_2) G_{\omega}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}'), \quad (1)$$

$$F_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int d\mathbf{r}_1 G_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \Delta(\mathbf{r}_1) G_{\omega}^{(0)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'), \quad (2)$$

式中 G_{ω}, F_{ω} 分别为完全的正常和反常格林函数, $G_{\omega}^{(0)}$ 为零级格林函数, $\Delta(\mathbf{r})$ 是随空间而变化的能隙函数,应满足下列自洽条件:

$$\Delta(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r}) \cdot F(\mathbf{r}, \mathbf{r}), \quad (3)$$

其中 $F(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = k_B T \sum_{\omega} F_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r})$, k_B 是玻耳兹曼常数。在 T_c 附近, $\Delta(\mathbf{r})$ 是小量,将 G_{ω}, F_{ω} 依 Δ 的幂展开:

$$G_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{m=0}^{\infty} G_{\omega}^{(m)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (4)$$

$$G_{\omega}^{(m)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = - \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 G_{\omega}^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \Delta(\mathbf{r}_1) G_{-\omega}^{(0)}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) \cdot \Delta(\mathbf{r}_2) G_{\omega}^{(m-1)}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}'), \quad (5)$$

$$F_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{m=1}^{\infty} F_{\omega}^{(m)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (6)$$

$$F_{\omega}^{(m)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int d\mathbf{r}_1 G_{\omega}^{(m-1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}) \Delta(\mathbf{r}_1) G_{-\omega}^{(0)}(\mathbf{r}', \mathbf{r}). \quad (7)$$

将(5)和(7)式分别代入(4)和(6)式,即可验证.

由上面展开式可见 $F_{\omega}^{(m)}$ 是 Δ 的 $2m-1$ 次齐次泛函,在以后的计算中,只保留 Δ 的一次项,这样(3)式变为

$$\Delta(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r}) k_B T \sum_{\omega} \int d\mathbf{r}_1 G_{\omega}^{(0)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \Delta(\mathbf{r}_1) G_{-\omega}^{(0)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1), \quad (8)$$

其中

$$\omega = (2n+1)\pi k_B T \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

零级格林函数是已知的,

$$G_{\omega}^{(0)} = \left(- \frac{m}{2\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) \exp \left[ik |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \operatorname{sgn} \omega - \frac{|\omega| |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{v_f} \right]. \quad (9)$$

将(9)式代入(8)式,

$$\Delta(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r}) \int d\mathbf{r}_1 \Gamma^{(0)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \Delta(\mathbf{r}_1), \quad (10)$$

式中

$$\Gamma^{(0)} = k_B T \sum_{\omega} \left(\frac{m}{2\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right)^2 \exp \left[- \frac{2|\omega| |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{v_f} \right]. \quad (11)$$

设多层膜各层平行于 xy 平面,可以先行对(10)式进行 x, y 度量积分得

$$\Delta(z) = V(z) N_z \frac{1}{v_f} k_B T \sum_{\omega} \int \Delta(z') E_1 \left(\left| \frac{2\omega(z-z')}{v_f} \right| \right) dz', \quad (12)$$

式中 N_z 为 z 处定域态密度, E_1 为广义指数积分,定义为

$$E_m(u) = \int_1^{\infty} \frac{dt}{t^m} \exp[-ut]. \quad (13)$$

为便于计算,作下列规定: S_1 各层坐标为 $k d < z < (k + \alpha) d$; S_2 各层坐标为 $(k + \alpha) d < z < (k + 1) d$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$; $d = d_1 + d_2$; $\alpha = d_1/d$; $\mu = (VN)_2 / (VN)_1$.

多层膜超导体的各层都是比较薄的,我们考虑所谓 Cooper 极限情况,即各层厚度分别小于相应材料的相干长度,这时各层的能隙函数近似于常数,设分别为 Δ_1, Δ_2 . 另外,忽略超导体宏观边界的影响,认为多层膜的层数无穷.

令 z_1, z_2 分别为 S_1, S_2 层中的两点,应用(12)式于这两点,可得下面两个线性无关的方程:

$$\Delta_1 = (NV)_{1f11} \Delta_1 + (NV)_{1f12} \Delta_2, \quad (14)$$

$$\Delta_2 = \mu (NV)_{2f21} \Delta_1 + \mu (NV)_{2f22} \Delta_2, \quad (15)$$

式中 f_{ij} 由 z_1, z_2 的具体位置而定. z_1, z_2 取在每一个周期 k 内均可得到这样的两个方程,但是由体系的平移对称性,只有 z_1, z_2 间的方程才是线性无关的,不失一般性,取 z_1, z_2 在

$k=0$ 的周期内, 这样 f_{ij} 可以写为下面的形式:

$$\begin{aligned} f_{11} &= \frac{\pi k_B T}{v_f} \sum_{\omega} \sum_k \int_{kd}^{(k+\alpha)d} E_1 \left(\frac{|z_1 - z'|}{l_{\omega}} \right) dz', \\ f_{12} &= \frac{\pi k_B T}{v_f} \sum_{\omega} \sum_k \int_{(k+\alpha)d}^{(k+1)d} E_1 \left(\frac{|z_1 - z'|}{l_{\omega}} \right) dz', \\ f_{21} &= \frac{\pi k_B T}{v_f} \sum_{\omega} \sum_k \int_{kd}^{(k+\alpha)d} E_1 \left(\frac{|z_2 - z'|}{l_{\omega}} \right) dz', \\ f_{22} &= \frac{\pi k_B T}{v_f} \sum_{\omega} \sum_k \int_{(k+\alpha)d}^{(k+1)d} E_1 \left(\frac{|z_2 - z'|}{l_{\omega}} \right) dz', \\ l_{\omega} &= v_f / 2 |\omega|. \end{aligned} \quad (16)$$

方程组 (14), (15) 有非零解的条件是系数行列式为零:

$$[(VN)_{1f_{11}} - 1] \cdot [\mu(VN)_{1f_{22}} - 1] = \mu(VN)_{1f_{12}} \cdot f_{21}. \quad (17)$$

由 (17) 式即可求出 T_c 和 d , α , μ , $(VN)_1$ 的关系来。在一般的情况下只能用数值解法求解 (17) 式, 但是, 在强异质即 $\mu \rightarrow 0$ 的情况下, 可以得到一个近似的解析结果, 此时 (17) 式化为

$$f_{11} = \frac{1}{(NV)_1}. \quad (18)$$

完成对 z' 的积分后,

$$\begin{aligned} f_{11} &= (\pi k_B T) \sum_{\omega} \frac{1}{2|\omega|} \left\{ \sum_{k=-1}^{-\infty} \int_1^{\infty} \frac{dt}{t^2} \exp \left[-\frac{z_1 t}{l_{\omega}} \right] \right. \\ &\quad \times \left[\exp \left(\frac{k+\alpha}{l_{\omega}} dt \right) - \exp \left(\frac{k}{l_{\omega}} dt \right) \right] + \sum_{k=1}^{\infty} \int_1^{\infty} \frac{dt}{t^2} \exp \left[\frac{z_1 t}{l_{\omega}} \right] \\ &\quad \times \left[\exp \left(-\frac{dk}{l_{\omega}} \right) - \exp \left(-\frac{k+\alpha}{l_{\omega}} dt \right) \right] + \int_1^{\infty} \frac{dt}{t^2} \left[1 - \exp \left(-\frac{\alpha d - z_1}{l_{\omega}} t \right) \right] \left. \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

在积分号下对 k 求和

$$\begin{aligned} f_{11} &= (\pi k_B T) \sum_{\omega} \frac{1}{|\omega|} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \int_1^{\infty} \frac{dt}{t^2} \frac{1 - \exp \left(-\frac{\alpha d}{l_{\omega}} \right)}{1 - \exp \left(-\frac{dt}{l_{\omega}} \right)} \right. \\ &\quad \times \exp \left(-\frac{dt}{l_{\omega}} \right) \left[\exp \left(\frac{z_1 t}{l_{\omega}} \right) + \exp \left(\frac{\alpha d - z_1}{l_{\omega}} t \right) \right] \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \int_1^{\infty} \frac{dt}{t^2} \left[\exp \left(-\frac{z_1 t}{l_{\omega}} \right) + \exp \left(-\frac{\alpha d - z_1}{l_{\omega}} t \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (20)$$

再对 z_1 在 $[0, \alpha d]$ 内求平均

$$\begin{aligned} \langle f_{11} \rangle &= (\pi k_B T) \sum_{\omega} \frac{1}{|\omega|} \left\{ 1 - \frac{l_{\omega}}{\alpha d} \int_1^{\infty} \frac{dt}{t^3} \right. \\ &\quad \times \frac{\left[1 - \exp \left(-\frac{\alpha d}{l_{\omega}} \right) \right] \left[1 - \exp \left(-\frac{1-\alpha}{l_{\omega}} dt \right) \right]}{1 - \exp \left(-\frac{dt}{l_{\omega}} \right)} \left. \right\}. \end{aligned} \quad (21)$$

下面先来分析几种极限情况.

当 $\alpha = 1$, 即整个多层膜为 S_1 材料的均匀超导体, (21) 式中花括号内第二项为零, (21) 式变为

$$\langle f_{11} \rangle = (\pi k_B T) \sum_{\omega} \frac{1}{|\omega|}. \quad (22)$$

根据 de. Gennes 的变换^[4]:

$$(\pi k_B T) \sum_{\omega} \frac{1}{|\omega|} \rightarrow \ln \frac{1.14 \omega_D}{T_c}. \quad (23)$$

(18) 式即化为 BCS 理论的 T_c 公式

$$T_c = 1.14 \omega_D \exp \left(-\frac{1}{NV} \right), \quad (24)$$

式中 ω_D 为德拜频率.

当 $\alpha = 0$, 即整个多层膜为正常金属 S_2 , (21) 式花括号内为零, 由 (14), (15) 式, $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$, 正是预期的结果.

当各层很薄, $d \rightarrow 0$ 时, 体系接近于均匀体系, (21) 式花括号内因子 $\rightarrow \alpha$, T_c 公式变为

$$T_c = 1.14 \omega_D \exp \left(-\frac{1}{\alpha NV} \right). \quad (25)$$

这表示体系相当于一个等效耦合常数为 (αNV) 的均匀超导体.

在一般情况下, 引入一个参数 $l_{\omega 0}$, 将 (21) 式变为

$$(\pi k_B T) \sum_{\omega} \frac{1}{|\omega|} \{1 - \gamma\} = \langle f_{11} \rangle, \quad (26)$$

$$\gamma = \frac{l_{\omega 0}}{\alpha d} \int_1^{\infty} \frac{dt}{t^3} \frac{\left[1 - \exp \left(-\frac{\alpha dt}{l_{\omega 0}} \right) \right] \left[1 - \exp \left(-\frac{1 - \alpha}{l_{\omega 0}} dt \right) \right]}{1 - \exp \left(-\frac{dt}{l_{\omega 0}} \right)}, \quad (27)$$

式中 $l_{\omega 0}$ 的选择应使 (26) 式等效于 (21) 式. 这样 T_c 公式可写为

$$T_c = 1.14 \omega_D \exp \left[-\frac{1}{(NV)_1 (1 - \gamma)} \right]. \quad (28)$$

将 (28) 式与 $T_0 = 1.14 \omega_D \exp \left[-\frac{1}{(NV)_1} \right]$ 相除, 得

$$\frac{T_c}{T_0} = \exp \left[-\frac{1}{(NV)_1} \cdot \frac{\gamma}{1 - \gamma} \right]. \quad (29)$$

以铜和铌多层膜为例, 图 1 显示了 $T_c/T_0 \sim \alpha$, $x(x = d/l_{\omega 0})$ 的关系, 铌的 $(NV)_1 \approx 0.3$.

图 1 中所有的曲线在 $x \rightarrow \infty$ 时, 均趋近于 1. $\alpha = 0.2$ 对应的曲线与纵轴交于 0.04, 图中未画出.

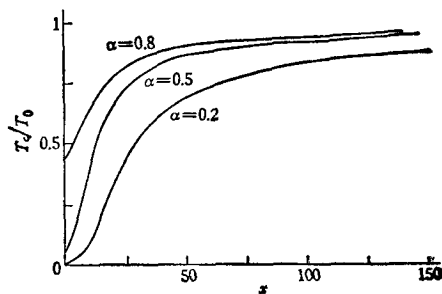


图 1

以上的计算没有考虑异质界面的特殊作用, 因此其结果和一般简单的 $S-N$ 邻近效应

基本相似,整个多层膜体系的 T_c 值在两种金属的大块材料 T_c 值之间。因此,如果在实验上发现多层膜超导体的 T_c 值出现某种异常,例如,比各组元的大块材料 T_c 都更高或更低,则将是异质界面对电子结构影响的直接证据。

参 考 文 献

- [1] I. K. Schuller, *Phys. Rev. Lett.*, 44(1980), 1597.
- [2] 尹道乐、章立源, 低温物理, 1(1979), 182.
- [3] W. Silvert, L. N. Cooper, *Phys. Rev.*, 141(1966), 336.
- [4] P. G. de Gennes, *Rev. Mod. Phys.*, 36(1964), 225.

ON THE PROXIMITY EFFECT OF SUPERCONDUCTING MULTILAYER FILMS

CAI XUE-YU YIN DAO-LE

(Department of Physics, Beijing University)

ABSTRACT

The proximity effect of superconducting multilayer films consisting of different metals is considered. Using Silvert and Cooper's method, an approximate relationship between the critical temperature of a multilayered heterogeneous film and its structure is given under the Cooper limit.