第30卷 第7期　　物 理 学 报　　Vol. 30, No. 7
1981年7月　　ACTA PHYSICA SINICA　　July, 1981

半导体中光的相干传播理论(I)

甘子钊　　杨国桢
(北京大学物理系) (中国科学院物理研究所)

1980年12月29日收到

提　　要

本文是半导体中光的相干传播理论的第一部分. 在不考虑电子-电子间的相互作用时,我们得到了相干光作用下描述半导体带间跃迁矩阵元满足的布洛赫方程. 半导体的带间跃迁形式上可类比于一个非均匀展宽的二能级系统能级间的跃迁; 但是在强光的作用下会有一种特殊的多光子过程发生.

一、引　　言

当一束强的相干光入射到能发生共振跃迁的半导体时，半导体内会发生下面几种过程: (1) 由于和相干光波的相互作用,产生和复合电子空穴对. (2) 产生的电子、空穴之间的相互作用. (3) 产生的电子、空穴和晶格振动或其它晶格的非完整性的相互作用. (4) 产生的电子空穴对通过自发辐射,或者通过其它复合过程的复合. 如果相干光波足够强,第一种过程的速率与其它几种过程的速率相当或者比它们大,这时光波与半导体的激发态之间的相干性就变得很重要,会导致一系列特殊的相干传播现象发生. 在原子-分子气体中,或者在晶体场中的离子能级上,这类相干传播现象是人们熟知的. 在半导体的带间跃迁和激子跃迁中的自感透明现象和吸收饱和现象也有过报道[1-4]. 这些都是相干传播现象的反映. 有些作者对这类问题做过了一定的理论分析[5-9]. 本文及以后两篇文章的目的是发展一个理论用以统一地分析这类相干传播现象.

本文是相干传播理论的第一部分. 在本文中,我们将仅仅限于在单电子能带理论的基础上讨论这些问题，而不考虑电子-电子间的相互作用. 乍一看来,这系统似乎完全等价于一个通常的非均匀展宽的二能级系统[5]. 然而，强的光场不仅会引起电子在能带之间的跃迁,而且也要引起电子在导带中以及空穴在价带中的运动; 因此，简单地把它等效于一个非均匀展宽的二能级系统是不适宜的. 我们采用了所谓"空间平移近似"处理此问题. 也就是用电子和空穴在光场作用下带内运动的近似稳态波函数作为带间跃迁的基; 通过这种变换,可以证明这样的系统形式上与一个非均匀展宽的二能级系统类似,但是这时会有一些特殊的高阶的多光子过程发生.

在相干传播理论的第二部分中[10],我们考虑了电子-电子间的相互作用. 从半导体的激发态与光波的相干性的角度看,电子-电子间的相互作用可以分作两类: 一类是不改变产生的电子空穴对的总动量的;另一类是要改变电子空穴对的总动量的. 事实上,前者就是电子和它"自己的"空穴的相互作用,也就是通常所说的形成激子的作用. 后者则是产

生的电子、空穴之间的碰撞，它将破坏过程的相干性. 在考虑相干传播现象时，当然，首先应当考虑前者，即考虑光激发的是"激子"，然后再把电子、空穴间的碰撞作为"激子"的弛豫过程来考虑. 强的相干光波可以产生相当高浓度的"激子"，于是构成"激子"的粒子(电子和空穴)的费密性必须加以考虑. 这和通常处理弱激发时，把激子当作玻色子的处理方法[11]应有所不同. 我们引入了激子的相干态来处理光波激发"激子"的过程，得到了一组非线性方程. 用这组方程可以对在光场下激子吸收的饱和和激子线在强场下的位移等现象提供自然的解释. 在一定近似下，分立的激子线的相干激发，可以用一组布洛赫方程来描述，它形式上类似于通常描写在光场作用下二能级系统的布洛赫方程. 因此，讨论激子线的近共振相干激发时，可以搬用二能级系统近共振相干激发的概念和处理方法，这时等效的二能级"原子"的浓度是由激子态波函数的特性决定的.

在相干传播理论的第三部分中[20]，将讨论光脉冲的相干传播现象. 考虑到电磁波在这个系统中的传播，以及考虑到系统的激发态的传播，我们得到了描述传播过程的麦克斯韦-布洛赫方程. 在一定的近似下，这组方程可以表达为可用反散射方法求解的标准形式，从而得到了描述相干光脉冲传播中形成自感透明脉冲的理论形式.

为了理论形式的简明，在以下的讨论中我们只对一个简单的抛物型的两能带模型进行分析.

二、载流子和电磁波的相互作用

我们先在单电子自洽场近似下讨论电磁波和半导体的相互作用. 电子的薛定谔方程为

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=\left[\frac{1}{2m}\left(\boldsymbol{p}+\frac{e}{c}\boldsymbol{A}\right)^2+V\right]\psi, \tag{1}$$

式中 V 是晶格的自洽场，$\boldsymbol{A}$ 是电磁波的矢量势. 假设入射波是一个平面电磁波

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}_0\sin(\omega t-\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}+\varphi), \tag{2}$$

并且认为它与晶体的自洽场相比还是弱得多，于是可以用电子在晶体自洽场中的布洛赫波作为基来处理这个问题. 如上所述，为了形式上的简明，我们只考虑一个简单的两能带模型，

$$E_c(\boldsymbol{k})=\frac{E_g}{2}+\frac{\hbar^2}{2m_e}\boldsymbol{k}^2,$$

$$E_v(\boldsymbol{k})=-\frac{E_g}{2}+\frac{\hbar^2}{2m_h}\boldsymbol{k}^2; \tag{3}$$

c, v 是导带和价带的标号，m_e 和 m_h 是电子和空穴的有效质量，E_g 为能隙大小. 如果略去电磁波的空间变化，在偶极近似下，用二次量子化的形式可把 (1) 式表达为

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=(H_0+H_1+H_2)\psi. \tag{4}$$

在 (4) 式中，H_0 为

$$H_0=\sum_{\boldsymbol{k}}\left[E_c(\boldsymbol{k})a^+_{c\boldsymbol{k}}a_{c\boldsymbol{k}}+E_v(\boldsymbol{k})(a^+_{v\boldsymbol{k}}a_{v\boldsymbol{k}}-1)\right], \tag{5}$$

$a_{c\boldsymbol{k}}$, $a_{c\boldsymbol{k}}^{+}$, $a_{v\boldsymbol{k}}$, $a_{v\boldsymbol{k}}^{+}$ 是导带电子和价带电子的消灭和产生算符. 改变一下记号,引入电子的消灭和产生算符

$$a_{\boldsymbol{k}} = a_{c\boldsymbol{k}}, \quad a_{\boldsymbol{k}}^{+} = a_{c\boldsymbol{k}}^{+},$$

以及空穴的消灭和产生算符

$$b_{\boldsymbol{k}} = a_{v\boldsymbol{k}}^{+}, \quad b_{-\boldsymbol{k}}^{+} = a_{v\boldsymbol{k}}.$$

H_0 就可改写为

$$H_0 = \sum_{\boldsymbol{k}} [E_c(\boldsymbol{k}) a_{\boldsymbol{k}}^{+} a_{\boldsymbol{k}} - E_v(\boldsymbol{k}) b_{-\boldsymbol{k}}^{+} b_{-\boldsymbol{k}}]. \tag{6}$$

(4) 式中, H_1 是电磁波的带间作用

$$H_1 = \sum_{\boldsymbol{k}} \frac{e}{mc} \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{P}_{cv}(\boldsymbol{k}) (a_{\boldsymbol{k}}^{+} b_{-\boldsymbol{k}}^{+} + b_{-\boldsymbol{k}} a_{\boldsymbol{k}}), \tag{7}$$

$\boldsymbol{P}_{cv}(\boldsymbol{k})$ 是算符 $\boldsymbol{P}$ 的带间矩阵元. 为了以后计算的方便,可以适当选择布洛赫函数的位相,使得 $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{P}_{cv}(\boldsymbol{k})$ 是一个实数. (7) 式中的两项分别代表产生和复合电子空穴对.

(4) 式中的 H_2 是电磁波带内作用项

$$H_2 = \sum_{\boldsymbol{k}} \left[\frac{e}{c} \boldsymbol{A} \cdot \frac{1}{\hbar} \nabla_{\boldsymbol{k}} E_c(\boldsymbol{k})\, a_{\boldsymbol{k}}^{+} a_{\boldsymbol{k}} - \frac{e}{c} \boldsymbol{A} \cdot \frac{1}{\hbar} \nabla_{\boldsymbol{k}} E_v(\boldsymbol{k})\, b_{-\boldsymbol{k}}^{+} b_{-\boldsymbol{k}} \right]. \tag{8}$$

注意到在略去 $\boldsymbol{A}$ 的空间变化以及偶极近似下, (1) 式中 $\boldsymbol{A}^2$ 项是可以用一个对所有电子态共同的相角因子消去的,因此在 (4) 式中没有引入 $\boldsymbol{A}^2$ 项.

(4)式中的哈密顿量包含有带间与带内项,现在引入下列正则变换消去带内项:

$$S = \prod_{\boldsymbol{k}} S_{\boldsymbol{k}},$$

$$\begin{aligned} S_{\boldsymbol{k}} = \exp\Big\{ & -\frac{i}{\hbar} \int^{t} \left[\frac{e}{c} \boldsymbol{A}(t') \cdot \frac{1}{\hbar} \nabla_{\boldsymbol{k}} E_c(\boldsymbol{k}) \right] dt' a_{\boldsymbol{k}}^{+} a_{\boldsymbol{k}} \\ & + \frac{i}{\hbar} \int^{t} \left[\frac{e}{c} \boldsymbol{A}(t') \cdot \frac{1}{\hbar} \nabla_{\boldsymbol{k}} E_v(\boldsymbol{k}) \right] dt' b_{-\boldsymbol{k}}^{+} b_{-\boldsymbol{k}} \Big\}. \end{aligned} \tag{9}$$

于是 (4) 式变成

$$i\hbar \frac{\partial \psi_s}{\partial t} = H_S \psi_S, \tag{10}$$

其中

$$\psi_S = S^{-1} \psi$$

和

$$\begin{aligned} H_S = & \sum_{\boldsymbol{k}} [E_c(\boldsymbol{k}) a_{\boldsymbol{k}}^{+} a_{\boldsymbol{k}} - E_v(\boldsymbol{k}) b_{-\boldsymbol{k}}^{+} b_{-\boldsymbol{k}}] \\ & + \sum_{\boldsymbol{k}} \frac{e}{mc} \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{P}_{cv}(\boldsymbol{k}) \{ \exp[i(\theta_{\boldsymbol{k}} + \varphi_{-\boldsymbol{k}})] a_{\boldsymbol{k}}^{+} b_{-\boldsymbol{k}}^{+} \\ & + \exp[-i(\theta_{\boldsymbol{k}} + \varphi_{-\boldsymbol{k}})] b_{-\boldsymbol{k}} a_{\boldsymbol{k}} \}. \end{aligned} \tag{11}$$

(11) 式中的 $\theta_{\boldsymbol{k}}$ 和 $\varphi_{\boldsymbol{k}}$ 分别为

$$\theta_{\boldsymbol{k}} = \frac{1}{\hbar} \int^{t} \frac{e}{c} \boldsymbol{A}(t') \cdot \frac{1}{\hbar} \nabla_{\boldsymbol{k}} E_c(\boldsymbol{k}) dt',$$

$$\varphi_{-k} = \frac{1}{\hbar}\int^t \frac{e}{c}\boldsymbol{A}(t')\cdot\left[-\frac{1}{\hbar}\nabla_{\boldsymbol{k}}E_v(\boldsymbol{k})\right]dt'. \tag{12}$$

为书写方便起见，下文中略去波函数 ϕ_S 的下标 S.

正则变换(9)式的物理意义是很清楚的. 对电子来说，它相当于把原来的基 $e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}u_{c\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r})$ 换成新的基

$$\exp\left[i\boldsymbol{k}\cdot\left(\boldsymbol{r}+\frac{e}{m_0c}\int^t\boldsymbol{A}(t')dt'\right)\right]u_{c\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r});$$

如果略去 $\boldsymbol{A}$ 的空间变化，这正是在电场的作用下电子在导带内运动的近似的稳态波函数. 空穴情况也与此类似. 所以，变换 S 可以叫做"空间平移近似"[12].

三、带内-带间多光子跃迁

(11)式中的因式 $\exp[i(\theta_{\boldsymbol{k}}+\varphi_{-\boldsymbol{k}})]$ 及 $\exp[-i(\theta_{\boldsymbol{k}}+\varphi_{-\boldsymbol{k}})]$ 的具体表达式为

$$\exp[i(\theta_{\boldsymbol{k}}+\varphi_{-\boldsymbol{k}})] = \exp\left[-i\frac{e}{\omega c}\boldsymbol{A}_0\cdot\left(\frac{1}{m_e}+\frac{1}{m_h}\right)\boldsymbol{k}\cos(\omega t+\theta)\right],$$

$$\exp[-i(\theta_{\boldsymbol{k}}+\varphi_{-\boldsymbol{k}})] = \exp\left[i\frac{e}{\omega c}\boldsymbol{A}_0\cdot\left(\frac{1}{m_e}+\frac{1}{m_h}\right)\boldsymbol{k}\cos(\omega t+\theta)\right], \tag{13}$$

其中

$$\theta = \varphi - \boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}.$$

展开(13)式，得到

$$\exp[-i(\theta_{\boldsymbol{k}}+\varphi_{-\boldsymbol{k}})] = \{\exp[i(\theta_{\boldsymbol{k}}+\varphi_{-\boldsymbol{k}})]\}^* = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_m(\eta)e^{im(\omega t+\theta)}, \tag{14}$$

在(14)式中，

$$\eta = \frac{e}{\omega c}\boldsymbol{A}_0\cdot\left(\frac{1}{m_e}+\frac{1}{m_h}\right)\boldsymbol{k},$$

J_m 是 m 阶的贝塞耳函数. 这样一来，由(10)式所反映的带间跃迁和(4)式中带间跃迁项不同，前者包含有光场频率 ω 的各阶谐波. 显然，这时只要 $E_c(\boldsymbol{k})-E_v(\boldsymbol{k})\approx n\hbar\omega$，$n$ 是任意整数，都可能以较大几率发生量子跃迁. 这种多光子跃迁是由于带内作用对带间作用的影响引起的，因此它是与通常带间高阶多光子跃迁不同的另一种类型的多光子跃迁. 在有些文献中曾经提到过这种类型的带间多光子跃迁[13—16]. 当然，假如我们进一步考虑到半导体能带结构的复杂性，这种类型的带内-带间高阶跃迁的具体表达式不会像(14)式所表示的那样简单的. 然而定性地说，(14)式的描述是正确的.

四、带间跃迁的布洛赫方程

在本节中，我们用(10)式来讨论相干光波和系统的相互作用. 假如系统的波函数可以写作

$$\phi = \prod_{\boldsymbol{k}}(\alpha_{\boldsymbol{k}}(t)+\beta_{\boldsymbol{k}}(t)a^{+}_{\boldsymbol{k}}b^{+}_{-\boldsymbol{k}})\Psi_0, \tag{15}$$

式中 Ψ_0 是系统的基态，即价带完全填满和导带完全空的状态．显然，$|\beta_{\boldsymbol{k}}|^2$ 表示在导带波矢为 $\boldsymbol{k}$ 的状态上找到电子和在价带波矢为 $-\boldsymbol{k}$ 的状态上找到空穴的几率．或者说，算符 $a_{\boldsymbol{k}}^{+}a_{\boldsymbol{k}}$ 或 $b_{-\boldsymbol{k}}^{+}b_{-\boldsymbol{k}}$ 的期望值是 $|\beta_{\boldsymbol{k}}|^2$．同样，算符 $b_{-\boldsymbol{k}}a_{\boldsymbol{k}}$ 的期望值是 $\alpha_{\boldsymbol{k}}^{*}\beta_{\boldsymbol{k}}$，$a_{\boldsymbol{k}}^{+}b_{-\boldsymbol{k}}^{+}$ 的期望值是 $\alpha_{\boldsymbol{k}}\beta_{\boldsymbol{k}}^{*}$.

把 (15) 式代入 (10) 式，可以得到关于 $\alpha_{\boldsymbol{k}}$ 和 $\beta_{\boldsymbol{k}}$ 满足的方程

$$
\begin{aligned}
i\hbar\frac{d\alpha_{\boldsymbol{k}}}{dt} &= \frac{e}{mc}[\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{P}_{cv}(\boldsymbol{k})]\cdot\exp[-i(\theta_{\boldsymbol{k}}+\varphi_{-\boldsymbol{k}})]\cdot\beta_{\boldsymbol{k}},\\
i\hbar\frac{d\beta_{\boldsymbol{k}}}{dt} &= [E_c(\boldsymbol{k})-E_v(\boldsymbol{k})]\beta_{\boldsymbol{k}}+\frac{e}{mc}[\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{P}_{cv}(\boldsymbol{k})]\\
&\quad\cdot\exp[i(\theta_{\boldsymbol{k}}+\varphi_{-\boldsymbol{k}})]\cdot\alpha_{\boldsymbol{k}}.
\end{aligned}
\tag{16}
$$

引入下列记号：

$$
\omega_{\boldsymbol{k}}=\frac{1}{\hbar}[E_c(\boldsymbol{k})-E_v(\boldsymbol{k})],
$$

$$
\Omega_{\boldsymbol{k}}=\frac{e}{2mc\hbar}[\boldsymbol{A}_0\cdot\boldsymbol{P}_{cv}(\boldsymbol{k})]
$$

以及

$$
\tilde{\alpha}_{\boldsymbol{k}}=\alpha_{\boldsymbol{k}},\quad \tilde{\beta}_{\boldsymbol{k}}=\beta_{\boldsymbol{k}}e^{i\omega t}.
$$

于是 (16) 式可以表达为

$$
\begin{aligned}
\frac{d\tilde{\alpha}_{\boldsymbol{k}}}{dt} &= -\Omega_{\boldsymbol{k}}\{\exp[i(\omega-\omega_{\boldsymbol{k}})t+i\theta-i(\theta_{\boldsymbol{k}}+\varphi_{-\boldsymbol{k}})]\\
&\quad-\exp[-i(\omega+\omega_{\boldsymbol{k}})t-i\theta-i(\theta_{\boldsymbol{k}}+\varphi_{-\boldsymbol{k}})]\}\tilde{\beta}_{\boldsymbol{k}},\\
\frac{d\tilde{\beta}_{\boldsymbol{k}}}{dt} &= -\Omega_{\boldsymbol{k}}\{\exp[i(\omega+\omega_{\boldsymbol{k}})t+i\theta+i(\theta_{\boldsymbol{k}}+\varphi_{-\boldsymbol{k}})]\\
&\quad-\exp[-i(\omega-\omega_{\boldsymbol{k}})t-i\theta+i(\theta_{\boldsymbol{k}}+\varphi_{-\boldsymbol{k}})]\}\tilde{\alpha}_{\boldsymbol{k}}.
\end{aligned}
\tag{17}
$$

利用展开式 (14)，(17) 式的右方就成为一系列谐波项的和，例如

$$
\begin{aligned}
\frac{d\tilde{\alpha}_{\boldsymbol{k}}}{dt} &= -\Omega_{\boldsymbol{k}}\sum_{m=-\infty}^{\infty}i^mJ_m(\eta)\{\exp[i((m+1)\omega-\omega_{\boldsymbol{k}})t+i(m+1)\theta]\\
&\quad-\exp[i((m-1)\omega+\omega_{\boldsymbol{k}})t+i(m-1)\theta]\}\beta_{\boldsymbol{k}};
\end{aligned}
$$

假如在各频率分量中某一项的频率接近于零：

$$
(m+1)\omega-\omega_{\boldsymbol{k}}\approx 0,
$$

那么，显然 (17) 式中以这项的贡献为最大．类似于磁共振问题中的旋波近似[17]，可以略去其它项的作用，只保留这一项．从物理上说，这种做法就是只考虑近共振的相干激发．引入记号

$$
\Delta\omega_{\boldsymbol{k}}=(m+1)\omega-\omega_{\boldsymbol{k}},
$$

$$
G_m=i^mJ_m(\eta),
$$

(17) 式可以近似写作

$$
\begin{aligned}
\frac{d\tilde{\alpha}_{\boldsymbol{k}}}{dt} &= -\Omega_{\boldsymbol{k}}(G_m-G_{m+2})\exp\{i[\Delta\omega_{\boldsymbol{k}}t+(m+1)\theta]\}\tilde{\beta}_{\boldsymbol{k}},\\
\frac{d\tilde{\beta}_{\boldsymbol{k}}}{dt} &= \Omega_{\boldsymbol{k}}(G_m^{*}-G_{m+2}^{*})\exp\{-i[\Delta\omega_{\boldsymbol{k}}t+(m+1)\theta]\}\tilde{\alpha}_{\boldsymbol{k}}.
\end{aligned}
\tag{18}
$$

(18) 式所描写的是在相干光波的作用下吸收 $(m+1)$ 个光子产生电子空穴对以及受激发射 $(m+1)$ 个光子复合电子空穴对的过程. 如上所述，它是近共振的,很类似一个二能级系统近共振相干激发的方程. 我们引入适当的记号,把 (18) 式变为一个自旋在外场下的运动方程的形式,即所谓布洛赫方程的形式.

引入记号

$$m_{\boldsymbol{k},x} = \frac{1}{2}(\tilde{\alpha}_{\boldsymbol{k}}\tilde{\beta}_{\boldsymbol{k}}^* + \tilde{\alpha}_{\boldsymbol{k}}^*\tilde{\beta}_{\boldsymbol{k}}),$$

$$m_{\boldsymbol{k},y} = \frac{i}{2}(\tilde{\alpha}_{\boldsymbol{k}}\tilde{\beta}_{\boldsymbol{k}}^* - \tilde{\alpha}_{\boldsymbol{k}}^*\tilde{\beta}_{\boldsymbol{k}}),$$

$$m_{\boldsymbol{k},z} = \frac{1}{2}(|\tilde{\beta}_{\boldsymbol{k}}|^2 - |\tilde{\alpha}_{\boldsymbol{k}}|^2) \tag{19a}$$

以及

$$\mu_{\boldsymbol{k}} = \Omega_{\boldsymbol{k}}|G_m - G_{m+2}|,$$

$$\phi = -(m+1)\theta - \Delta, \tag{19b}$$

其中 Δ 是 $(G_m - G_{m+2})$ 的幅角.

利用 (19) 式, (18) 式就可以表达为一个自旋在旋转磁场下进动的方程

$$d\boldsymbol{m}_{\boldsymbol{k}}/dt = \boldsymbol{m}_{\boldsymbol{k}} \times \boldsymbol{h}_{\boldsymbol{k}}. \tag{20}$$

(20) 式中 $\boldsymbol{m}_{\boldsymbol{k}} = (m_{\boldsymbol{k},x}, m_{\boldsymbol{k},y}, m_{\boldsymbol{k},z})$; $\boldsymbol{h}_{\boldsymbol{k}}$ 的三个分量为

$$h_{\boldsymbol{k},x} = 2\mu_{\boldsymbol{k}}\sin(\Delta\omega_{\boldsymbol{k}}t - \phi),$$

$$h_{\boldsymbol{k},y} = 2\mu_{\boldsymbol{k}}\cos(\Delta\omega_{\boldsymbol{k}}t - \phi),$$

$$h_{\boldsymbol{k},z} = 0. \tag{21}$$

如果入射光波的振幅 A_0 和位相 θ 不随时间改变，取圆频率为 $\Delta\omega_{\boldsymbol{k}}$ 的旋转坐标系, (20)式就变为在恒定磁场下自旋的进动方程. 进动频率为

$$\omega_R = [(\Delta\omega_{\boldsymbol{k}})^2 + 4\mu_{\boldsymbol{k}}^2]^{1/2}, \tag{22}$$

ω_R 就是熟知的拉比进动频率[17,18]. 它表示相干光场作用下电子在带间来回跃迁的频率. 对一般的半导体来说，当光强在 10 兆瓦・厘米$^{-2}$ 至 100 兆瓦・厘米$^{-2}$ 时, $2\mu_{\boldsymbol{k}} \approx 10^{12}$—$10^{13}$ 秒$^{-1}$. 所以，如果一束足够强的相干光脉冲入射到半导体时，可能产生引言中所讲的情况,即第一种过程的速率大于其它过程的速率的情况. 这时,相干传播现象就会变得非常明显. 某些瞬态现象(如自感透明、光子回波等)亦可能被观察到. 即使入射光不很强,但系统的弛豫时间比较长以及入射光频率很靠近带间跃迁的吸收边时，仍会有一系列相干激发和传播现象表现出来. 在相干传播理论的第三部分我们将详细讨论这些问题.

五、弛 豫 时 间

如果定义

$$m_{\boldsymbol{k},x} = \frac{1}{2}(\langle a_{\boldsymbol{k}}^+ b_{-\boldsymbol{k}}^+\rangle e^{-i\omega_{\boldsymbol{k}}t} + \langle b_{-\boldsymbol{k}}a_{\boldsymbol{k}}\rangle e^{i\omega_{\boldsymbol{k}}t}),$$

$$m_{\boldsymbol{k},y} = \frac{i}{2}(\langle a_{\boldsymbol{k}}^+ b_{-\boldsymbol{k}}^+\rangle e^{-i\omega_{\boldsymbol{k}}t} - \langle b_{-\boldsymbol{k}}a_{\boldsymbol{k}}\rangle e^{i\omega_{\boldsymbol{k}}t}),$$

$$m_{k,z}=\frac{1}{2}\left(\langle a_k^+a_k\rangle+\langle b_{-k}^+b_{-k}\rangle-1\right). \tag{23}$$

这里符号〈……〉是求算符的期望值. 方程(20)可以从哈密顿量为(11)式时，算符 $a_k^+a_k$, $b_{-k}^+b_{-k}$, $a_k^+b_{-k}^+$ 和 $b_{-k}a_k$ 的运动方程直接导出，而不需要用到波函数(15)式的具体形式.

现在，我们来考虑除相干光波与半导体相互作用产生和复合电子空穴对以外，还存在着如同引言中提到的其它一些过程. 也就是说，在哈密顿量中除去(11)式中有的项外，还有其它一些相互作用，包括电子、空穴与晶格振动的相互作用，电子空穴与各种晶格非完整性的相互作用，电子、空穴间的相互碰撞、自发辐射以及其它一些复合过程等等. 这时，算符 $a_k^+a_k$ 等的运动方程当然会有十分复杂的形式. 但是如果注意到这些过程(除去在另一篇文章中将要专门讨论的电子和它"自己的"空穴的相互作用外)都是一些随机的、非相干的过程，对于系统的相干激发来说，它们起着弛豫过程的作用. 所以，可把(23)式中求期望值的符号〈……〉理解为对统计系综的平均，在关于弛豫过程的统计性质的一些很一般的假定下，这些弛豫过程可以近似地用弛豫时间来描述. 在唯象地引入弛豫时间以后，把(20)式改写为

$$\frac{d\boldsymbol{m}_k}{dt}=\boldsymbol{m}_k\times\boldsymbol{h}_k-\hat{R}_k(\boldsymbol{m}_k-\boldsymbol{m}_{0k}). \tag{24}$$

这里 $\boldsymbol{m}_{0k}$ 是热平衡下 $\boldsymbol{m}_k$ 的值

$$\boldsymbol{m}_{0k}=\begin{pmatrix}0\\0\\-1/2\end{pmatrix}; \tag{25}$$

$\hat{R}_k$ 是所谓的弛豫时间矩阵，

$$\hat{R}_k=\begin{pmatrix}\frac{1}{\tau_{T,k}} & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{\tau_{T,k}} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{\tau_{l,k}}\end{pmatrix}. \tag{26}$$

$\tau_{T,k}$ 叫做横向弛豫时间，$\tau_{l,k}$ 叫做纵向弛豫时间.

下面简略地阐明弛豫时间的物理意义，更具体的讨论将在另文中进行.

显然，不需要作任何特别的变动，就可以在前面的分析中引入光波的波矢. 具体地说，在哈密顿量(11)式中把 $a_k^+b_{-k}^+$ 和 $b_{-k}a_k$ 改作 $a_{k+q}^+b_{-k}^+$ 和 $b_{-k}a_{k+q}$; 把波函数(15)式改为

$$\Psi=\prod_k\left(\alpha_k+\beta_k a_{k+q}^+b_{-k}^+\right)\Psi_0; \tag{27}$$

把(16)式中的 ω_k 改为

$$\omega_k=\frac{1}{\hbar}\left[E_c(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{q})-E_v(\boldsymbol{k})\right]; \tag{28}$$

并对(20)至(23)各式作相应的变动. 作了上述变动以后，前面的讨论仍然都是成立的.

可以把波函数(27)式理解为光波在半导体中激发起的电子-空穴极化波. 更具体地说，原来在价带的波矢为 $\boldsymbol{k}$ 的电子，变成了波函数为 $\alpha_k\psi_{v,k}+\beta_k\psi_{c,k+q}$ 的状态. $\alpha_k\beta_k^*$ 和

$\alpha_k^* \beta_k$（或者说 $(m_{k,x} - i m_{k,y})\exp(i\omega_k t)$ 和 $(m_{k,x} + i m_{k,y})\exp(-i\omega_k t)$）反映着波函数的相干性，它的系综平均反映了这对电子-空穴贡献的极化．而 $|\beta_k|^2$（或者说 $m_{k,z}$）反映了导带电子(价带空穴)的几率．因此，横向弛豫时间的物理含义就是极化波的退相（dephasing）时间，纵向弛豫时间的物理含义则是电子或空穴在状态 $\boldsymbol{k}$ 上的寿命．显然，这个寿命不仅仅是复合寿命，也包括从 $\boldsymbol{k}$ 状态散射到其它态上的寿命．可以想象，$\tau_{T,k}$ 是比 $\tau_{l,k}$ 会短得多，但相差不会非常悬殊．

六、小　　结

以上证明了在不考虑电子-电子间相互作用时，半导体的带间跃迁可以用一组类似于二能级系统的布洛赫方程来描述，不同的 $\boldsymbol{k}$ 相应于这二能级系统是非均匀展宽的．我们还唯象地引入了弛豫时间．因此，在激光光谱学中，关于二能级系统和它与近共振的光波相互作用的分析讨论，在这里都能适用．然而，物理实质上两者是有明显区别的、前者会有一些特殊的高阶多光子过程发生．关于电子-电子间相互作用的影响以及光波在这个系统中传播等问题，将在光的相干传播理论的第二、三部分中发表．

本文以及光的相干传播理论的第二、三部分的工作[10]，大部分是在 1979 年 6 月至 9 月间作者们访问国际理论物理中心（ICTP，意大利）时进行的．部分内容曾在国际理论物理中心内部报告 IC/80/60 上登载．这次发表时作了修改和补充．黄昆教授对这项工作给了很多帮助，谨此致谢．

参　考　文　献

[1] Т. Л. Гварджаладзе, А. З. Грасюк, В. А. Коваленко, *ЖЭТФ*, **64** (1973), 446.
[2] Ф. Брюкнер, В. С. Внепровский, Д. Г. Кощуг, *Письма в ЖЭТФ*, **20** (1974), 10.
[3] J. Shan, R. F. Leheny, C. Lin, *Solid State Comm.*, 18(1976), 1035.
[4] H. M. Gibbs, A. C. Gossard, S. L. McCall, A. Passner, W. Wiegmann, *Solid State Comm.*, **30** (1979), 271.
[5] И. А. Полуэктов, Ю. М. Попов, *Письма в ЖЭТФ*, **9** (1969), 542,
[6] H. Haken, *Z. Physik*, **262**(1973), 119; H. Haken, A. Schenzle, *Z. Physik*, **258**(1973), 231.
[7] H. Haken, "Proceeding of International School of Physics Enrico Fermi", LXIV. p. 350, North-Hilland, Amsterdam, (1977).
[8] E. Hanamura, *J. Phys. Soc. Japan*, **37**(1974) 1545; 1553.
[9] J. Goll, H. Haken, *Phys. Rev.*, **A18**(1978), 2241.
[10] 甘子钊、杨国桢、物理学报，待发表.
[11] J. J. Hopfield, *Phys. Rev.*, **112**(1958), 1555.
[12] F. H. M. Faisal, *J. Phys.* **B6**(1973), L89; L312.
[13] Л. В. Келдыш, *ЖЭТФ*, **47** (1964), 1945.
[14] Н. И. Балкарей, Э. М. Эпштейн, *Ф.Т.Т.*, **17** (1975), 2312.
[15] В. Д. Блажин, *Ф.Т.Т.*, **17** (1975), 2325.
[16] H. D. Jones, H. R. Reiss, *Phys. Rev.*, **16**(1977), 2466.
[17] A. Abragam, "The Principle of Nuclear Magnetism", Oxford, Clarendon, (1961).
[18] M. Sargent III, M. O. Scully, W. E. Lamb, Jr, "Laser Physics", Addison-Wesley Publishing Company, (1974).

A THEORY OF COHERENT PROPAGATION OF LIGHT IN SEMICONDUCTORS (I)

GAN ZI-ZHAO

(Department of Physics, Peking University)

YANG GUO-ZHEN

(Institute of Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

This paper is the first part of a theory of the coherent propagation of light in semiconductors. When the interaction between electrons is neglected we obtain the Bloch equation describing the matrix elements of interband transitions induced by coherent light in semiconductors. The interband transitions in the system are analogous in form to those of an inhomogeneously broadened two-level system, but a particular type of multiphoton process will occur under the action of intense light.