

谐振型 Josephson 隧道结与外加 微波的磁耦合 (I)

崔广霖 孟小凡 邵 凯

(北京大学物理系)

1982 年 1 月 19 日收到

提 要

谐振型 Josephson 隧道结在建立 Josephson 电压基准的工作中受到广泛的应用。本文从受迫振动的模型出发,运用磁耦合的边条件,对波导中的结作了处理,得到了和实验相符的结果。在实验中我们对波导系统的短路装置作了适当改进,减少了微波漏损并改善了短路条件。低温实验的结果表明这种改进是有效的。

一、引 言

谐振型 Josephson 隧道结通常是指其长度可和所用的微波波长相比较的超导隧道结。由于它的结电容比较大,所以对于电流中的起伏有较强的抵抗能力。因此在建立电压基准的初期工作中一般都使用这种器件,有的国家到最近还在使用^[1-3]。到目前为止对这种结的研究已经进行得相当多,有关的理论也比较成熟。目前比较常用的主要有结谐振腔的驻波模型^[4,5]和外加电路的恒流源模型^[6,7]。1978 年刘福绥等人^[8]提出了磁耦合的边界条件,认为外加微波和结的耦合主要是通过磁场起作用的。后来戴远东等人^[9]进一步运用受迫振动的模型结合磁耦合边条件对一个结长沿着微波传输方向的结作了处理,得到了令人满意的解。接着崔广霖等人^[10]又在波导系统中做了对比实验。实验肯定,将结放在波导中磁场强的地方能得到较好的耦合。最后得到的结论是将结贴在短路面上耦合效率最高。

我们的工作上述工作的直接继续。文献[9]虽然已得出了结区电磁场的解,但是由于它假设结长沿着微波传输方向,和实际运用中将结贴在短路面上的情况不符,所以不能直接运用。为此我们改变坐标系统,重新求出结中微波场解,得到了比较满意的结果。在实验工作方面我们对原有短路装置作了改进,减少了微波漏损并改善了短路条件,使得耦合效率有所提高。

二、理 论

我们选取的坐标系统如图 1 所示。图 1 中右方坐标架为波导中的固定坐标。 x 轴沿着波导窄边。 y 轴沿着波导宽边。 z 方向代表波导中微波的传输方向。坐标原点选取在

波导横截面的中心离短路面任意距离处。在这样的坐标系里波导中传输的是 TE_{01} 波。图

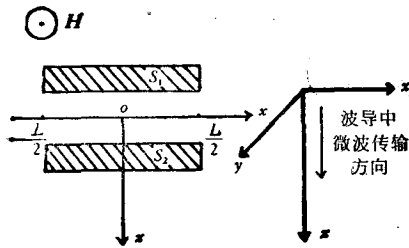


图 1

1 中左方表示结的坐标系。两个系统的 x, y, z 轴分别一一对应、平行且同向。结区坐标的原点对应于波导坐标 $(0, 0, z_0)$ 。结平面的法向在 z 方向。结长沿着 x 方向。 x 方向的原点在结长的中点。结长为 L ，所以结两端的 x 坐标分别为 $L/2$ 和 $-L/2$ 。我们仅考虑波导中横磁场对结的作用。假设它的方向沿 y 轴正向，即垂直于纸面向外。由于我们所用结的长和宽与波导尺寸相比较都很小，所以忽略它对波导中场的的影响，而近似地认为

除了结区边缘外结的存在并不改变波导中的场。在结的边缘则存在着场的严重畸变。在结区内部，由于电磁场存在的厚度非常小，所以可以认为里面传播的是 TEM 波。它的磁场也是平行于 y 轴的。而且可以忽略 y 轴和 z 轴方向的变化。于是对于结区应该有一维的 Josephson-Maxwell 方程：

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{\bar{c}^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\gamma}{\bar{c}^2} \frac{\partial}{\partial t} \right] \phi(x, t) = \frac{1}{\lambda_J^2} \sin \phi, \quad (1)$$

其中 $\phi(x, t)$ 是两块超导体 s_1 和 s_2 的宏观量子波函数的位相差， $\bar{c}$ 为结区的波速， γ 为损耗因子， λ_J 为结区的 Josephson 穿透深度。在 0 级近似的情况下，(1) 式右边等于 0。于是得到

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{\bar{c}^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\gamma}{\bar{c}^2} \frac{\partial}{\partial t} \right] \phi(x, t) = 0. \quad (2)$$

考虑方程 (2) 有一个振荡解，并考虑到有损耗的情况，(为了方便，我们运用复指数形式。) 则 (2) 式的解应该为

$$\Phi(x, t) = A e^{-\alpha x} e^{i(\omega t - kx)} + B e^{\alpha x} e^{i(\omega t + kx)}, \quad \phi(x, t) = \text{Re} \Phi(x, t), \quad (3)$$

其中 ω 为外加微波的角频率； k 为结区的波矢； α 代表衰减常数。为了简化，我们在这里已经略去了直流偏置电压的作用。

把 (3) 式代入方程 (2)，立刻得到如下关系：

$$k = \frac{\omega}{\bar{c}} \left[\frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\gamma^2}{\omega^2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad \alpha = \frac{\gamma}{\bar{c}} \left[2 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\gamma^2}{\omega^2}} \right) \right]^{-\frac{1}{2}}.$$

当 $\gamma \ll \omega$ 时，可得到

$$k \approx \frac{\omega}{\bar{c}}, \quad \alpha \approx \frac{\gamma}{2\bar{c}}. \quad (4)$$

下面考虑方程 (2) 的边条件。由于在实验中我们把结贴在短路面上，所以电场为零，唯一的办法就是使用磁耦合边条件。尽管对于我们使用的半波长谐振型结通常把它看成一个两端开路的半波长谐振腔，但它的两个端点并非绝对开路。所以两端磁场并不为零，并且应和外场连续。于是可以列出边条件为

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_{x=\frac{L}{2}} = \left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_{x=-\frac{L}{2}} = \frac{2eda}{\hbar c} H(z_0), \quad (5)$$

其中 $d = 2\lambda + l$ ， λ 为超导膜的穿透深度； l 为绝缘层厚度； a 是考虑到结附近场的畸变

而引入的无量纲的比例因子. 由于结宽度很小, 所以这里略去了 H 在 y 方向的变化. 而仅考虑 $y = 0$ 时的场.

设波导中的磁场为

$$\begin{aligned} H(z, t) &= H_1 e^{i(\omega t - K_g z)} + H_2 e^{i(\omega t + K_g z)} \\ &= e^{i\omega t} [(H_1 + H_2) \cos K_g z - i(H_1 - H_2) \sin K_g z], \end{aligned} \quad (6)$$

其中 H_1 为入射波磁场振幅; H_2 为反射波磁场振幅; K_g 为波导中的波矢. 对于 $z = z_0$ 点应该有

$$H(z_0, t) = e^{i\omega t} [(H_1 + H_2) \cos K_g z_0 - i(H_1 - H_2) \sin K_g z_0]. \quad (7)$$

于是边条件可写成

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_{x=\frac{L}{2}} = \left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_{x=-\frac{L}{2}} = \frac{2eda}{\hbar c} e^{i\omega t} [(H_1 + H_2) \cos K_g z_0 - i(H_1 - H_2) \sin K_g z_0]. \quad (8)$$

由此可以求出方程 (2) 的解为

$$\begin{aligned} \phi(x, t) &= \phi_{10} [\cos kx \operatorname{sh} \alpha x \sin(\omega t + \beta - \theta) + \sin kx \operatorname{ch} \alpha x \cos(\omega t + \beta - \theta)] \\ &\quad - \phi_{20} [\cos kx \operatorname{sh} \alpha x \cos(\omega t + \beta - \theta) - \sin kx \operatorname{ch} \alpha x \sin(\omega t + \beta - \theta)], \end{aligned} \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} \phi_{10} &= \frac{4eda(H_1 + H_2) \cos K_g z_0}{\hbar c \sqrt{\alpha^2 + k^2} \sqrt{2 \operatorname{ch} \alpha L + 2 \cos kL}}, \quad \phi_{20} = \frac{4eda(H_1 - H_2) \sin K_g z_0}{\hbar c \sqrt{\alpha^2 + k^2} \sqrt{2 \operatorname{ch} \alpha L + 2 \cos kL}}, \\ \tan \beta &= \frac{\alpha}{k}, \quad \tan \theta = \operatorname{th} \frac{\alpha L}{2} \tan \frac{kL}{2}. \end{aligned} \quad (10)$$

考虑到 $\alpha L \ll 1$, (9) 式中含有 $\operatorname{sh} \alpha x$ 的项可以略去. 并令 $\operatorname{ch} \alpha x = 1$. 于是得到

$$\begin{aligned} \phi(x, t) &\doteq \phi_{10} \sin kx \cos(\omega t + \beta - \theta) + \phi_{20} \sin kx \sin(\omega t + \beta - \theta) \\ &= \frac{4eda \sqrt{H_1^2 + H_2^2 + 2H_1 H_2 \cos 2K_g z_0}}{\hbar c \sqrt{k^2 + \alpha^2} \sqrt{2 \operatorname{ch} \alpha L + 2 \cos kL}} \sin kx \sin(\omega t + \beta - \theta + \phi), \end{aligned} \quad (11)$$

其中

$$\tan \phi = \frac{H_1 + H_2}{H_1 - H_2} \operatorname{ctg} K_g z_0. \quad (12)$$

由这个解我们可以得出如下结论:

1) 关于最佳耦合位置 当结放在波导中磁场最强的位置时, $K_g z_0 = n\pi$, 其中 n 为任意整数. 这时 (11) 式中分子上的根号就变成 $H_1 + H_2$, 达到极大. 因此耦合最好.

这个由磁耦合边条件得出来的结论, 是和实验结果相符的. 同时从恒流源模型来看也是完全合理的. 因为结的尺寸和波导横截面的尺寸相比是非常小的, 所以可以把照到结上的微波的波阻抗近似看作真空中的波阻抗, 即大约 377Ω . 而结的特性阻抗一般只有 $10^{-2}\Omega$ ^[11]. 所以完全可以把微波源等效为一个恒流源. 也就是说结区的场是直接依赖于外加的微波电流的. 而在波导中微波电流是和微波磁场对应的. 磁场强的地方微波电流也强. 所以把结放在磁场最强处能得到最好的耦合.

2) 结中电压和外加微波功率的关系 如果把 $\sqrt{H_1^2 + H_2^2 + 2H_1 H_2 \cos 2K_g z_0}$ 看作 $\phi(x, t)$ 的相对幅值, 则由 (11) 式可以看出, 当结在波导中 z 方向处于任意位置时, 它的大小在 $H_1 + H_2$ 和 $|H_1 - H_2|$ 之间变化. 这个变化和外场本身随 z 的变化是一致的. 这就意味着结电压的平方应正比于波导中微波的功率. 这一点也早就为各种理论和实验所

证实.

3) 谐振条件 当 $kL = \pi$ 时, (11) 式分母上 $\sqrt{2 \cos kL + 2 \alpha L}$ 就变成 $2 \operatorname{sh}(\alpha L/2)$. 这时 $|\phi|$ 出现极大, 产生谐振. 这个条件和我们事先假设的半波长谐振结是完全一致的.

4) 结正常态电阻 R_n 对耦合的影响 我们仅考虑谐振时的情形. 由于 $\alpha L \ll 1$, 所以 $2 \operatorname{sh} \frac{\alpha L}{2} \approx \alpha L$. 再考虑到 $\alpha \ll k$, 这时就得到

$$|\phi| \approx \frac{4eda \sqrt{H_1^2 + H_2^2 + 2H_1H_2 \cos 2Kg z_0}}{hck\alpha L}, \quad (13)$$

其中 $\alpha = r/2\bar{c} = \omega_0/2\bar{c}Q$. 这里 ω_0 为结的谐振频率, Q 为结的品质因素. 根据 Perdeson 等^[12]和 Broom 等^[13]的分析, 在 x 波段, 对于我们常用的结, Q 基本上应等于由准粒子电流的损耗所对应的 Q_{qp} . 而且 $Q_{qp} \approx \omega_0 C R_n$, 其中 C 为结电容. 所以 $|\phi|$ 就应正比于 R_n . 这就意味着结电压应和 R_n 成正比. 这与 Koyanagi 等^[14]的实验结果是一致的.

5) 与文献 [9] 所得结果相比较 与文献 [9] 的结果比较, $|\phi|$ 中不再含有 $\cos(K_g L/2)$ 的因子. 因此耦合效果不受频率 f 的影响 (在保证谐振条件的情况下). 这是符合实验结果的. 而且文献 [9] 的结果中由于含有 $\cos(K_g L/2)$ 因子, 因此其 $|\phi|$ 的最大值总要比我们所得的 $|\phi|$ 的最大值小. 而这点也和我们把结贴在短路面上得到最好的耦合效果是一致的.

三、短路装置的改进

我们原来所用的短路装置是一个普通的矩形的铜塞. 直接塞入矩形波导的终端, 形成一个短路面. 实验时用培爱夫胶将结粘在短路面上. 波导一侧窄壁上开五个直径 1mm 的小孔, 直流引线从这五个孔中穿出 (见图 2). 由于小孔和引线的存在, 所以微波漏损比较严重. 同时由于短路塞和波导接触不容易太好, 结果短路也不够理想. 改进后的短路装置见图 3. 这种短路装置把短路塞和一段 5mm 长的波导窄壁做成一体. 窄壁上再延长一段作为支架, 用它卡在波导终端的窄壁上. 直流引线穿孔改成一段 0.2 mm 宽的电火花割缝. 割缝在波导窄壁上. 方向平行于短路面, 长 1.2mm, 距短路面 4mm. 五根直径 0.1mm 的高强度漆包线就排在这段缝里. 我们可以把窄缝和导线近似等效成一个穿心电容器. 外导体内径 $R_2 = 2 \times 10^{-4} \text{m}$, 内导体外径 $R_1 = 1 \times 10^{-4} \text{m}$. 根据电容公式应该有

$$C = l/2 \times 9 \times 10^9 \times \ln \frac{R_2}{R_1}. \quad (14)$$

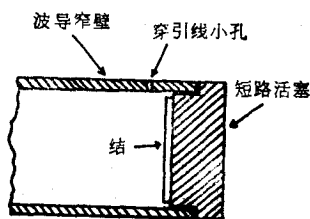


图 2

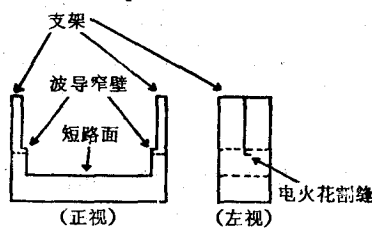


图 3

其中 l 应该是波导窄壁的厚度, $l = 3 \times 10^{-3} \text{m}$. 假设 $f = 9 \times 10^9 \text{Hz}$, 则相应的阻抗约为 74Ω . 这个阻抗数值虽然比较大, 但和真空中的波阻抗 (377Ω) 相比还是比较小的, 所以可以起一定的滤波作用. 而与此可以相比较的是原有的短路装置上直径 1mm 的孔内穿两根直径 0.1mm 的线, 它对应的穿心电容的阻抗约 200Ω . 每次在实验前按装时, 为了使波导宽边和短路装置有较好的接触, 同时也为了减少从波导宽边与短路面的接缝中漏损的微波. 总要在两面波导宽边上各固定一块表面光洁的铜板. 这样组成的短路装置, 除了具有较好的短路条件和微波漏损较少外, 还具有易于装配的优点.

四、低温实验的结果

低温实验是在液氮温度下进行的 (4.2K). 我们所用的是交叉形的 $\text{Pb-PbO}_x\text{-Pb}$ 结. 尺寸约为 $0.9 \times 0.3\text{mm}^2$. 所用的基片为 1.5mm 厚的普通钙玻璃. 分两次蒸镀铅膜, 膜厚约为 $1000 \text{\AA}$ 左右. 蒸完第一层铅膜后, 通入氧气进行热氧化. 氧化层厚度约为几十埃. 微波线路, 偏置和测量线路等基本和 Finnegan 等^[1]所用的相似. 在低温实验中我们先把输入微波功率衰减到零, 在示波器上观察结的直流 $I-V$ 特性. 并测量其临界电流 I_c . 然后调整输入微波功率, 使 $I-V$ 特性曲线显示出台阶结构. 台阶的高度 (电流) 将随着台阶所处的电压位置以第一类贝塞耳函数的平方关系变化^[1]. 下一步是固定微波功率, 并微调频率利用台阶高度中局部极大值的位置变化找准谐振频率 f . 然后逐步加大微波功率, 使最大台阶所处的电压位置尽量地高. 最后测量这个电压 V_n 和相应的台阶高度 ΔI_n . 实验后再利用功率计对入射微波功率 P_{in} 进行定标. 典型的实验结果见表 1.

表 1

编 号	$V_n(\text{mV})$	$\Delta I_n(\mu\text{A})$	$P_{in}(\text{mW})$	$f(\text{GHz})$
8104-PB1-1	5.84	300	120	9.193
8104-PB1-4	4.08	200	55	9.280
8105-PB1-4	4.50	200	130	9.225
8108-PB1-4	5.30	300	70	9.060

另外发现有一些结有很好的耦合性能, 但由于其他因素的影响, 当微波功率加到一定大小时, 特性曲线会出现不稳或跳跃. 例如 8105-PB1-1 号结, 当 P_{in} 仅为 $10-20\mu\text{W}$ 时, 便出现低标号台阶. 当 P_{in} 达到 7mW 时, 最大台阶电压就已达到 2.9mV , 高度 $200\mu\text{A}$. 但当 V_n 大于 4mV 就出现跳跃了.

从以上实验结果可以看出, 运用这种改进后的装置一般都可以获得 4mV 以上的最大台阶. 而用原先的装置一般能得到 2mV 左右的最大台阶, 只是偶然获得 4mV 左右的台阶. 所以耦合比以前好. 这就说明减少微波漏损和改善短路条件是进一步提高耦合效率的有效方法, 从而也间接地支持了磁耦合的观点.

五、室温下对两种短路装置的微波漏损和短路条件的比较测量

为了进一步验证这种改进后的短路装置是否真有微波漏损小、短路条件比较理想的

优点,我们在室温下对两种短路装置进行了粗略的定性的相对比较测量.其中1号样品是原来的短路装置,2号样品是上述改进后的短路装置.实验时两种样品都装上了结并穿上引线,以模拟低温实验时的情形.

1. 微波漏损测量

测量时固定微波源的频率和输出功率.用一个精密可变衰减器调节照到样品上的微波功率.从样品上的小孔和引线上漏损的微波功率由接收器接收后,经检波晶体输入到锁定放大器.测完一个样品以后,保持整个系统不变,换上另一个样品.然后调节可变衰减器使锁定放大器的指示恢复到和第一次一样.这样做实际上就是使两种短路装置的人

射功率不同而漏损微波功率相同.当然是入射功率越大说明漏损越小.测量结果见表2.从表2中可以看出,2号样品,即改进后的短路装置微波漏损比较小一些.

表 2

样品号码	1 号	2 号
衰减器刻度 (dB)	-35	-20

2. 短路条件测量

这是通过直接测驻波比的方法进行的.实验中固定微波源频率和输出功率,在待测样品前插入一条波导驻波测量线.测出每个样品的驻波比 ρ .驻波比越高,则短路条件越好.实验结果见表3.

表 3

样 品 编 号	ρ	$ \Gamma_0 $	$P_{\text{loss}}/P_{\text{in}}$
1 号	7.6	0.77	0.41
2 号	≥ 32	≥ 0.94	≤ 0.12

表3中 $|\Gamma_0|$ 为由 ρ 值算出的反射系数绝对值. $P_{\text{loss}}/P_{\text{in}}$ 是由此算出的损耗功率和入射功率之比.它应该等于 $1-|\Gamma_0|^2$.这里我们把短路装置等效看成一个理想波导带一个有耗终端. $|\Gamma_0|^2$ 代表了反射的功率, $1-|\Gamma_0|^2$ 则代表了吸收的功率.对于2号样品,由于驻波比过高,所以无法测准,表3中使用了不等号.由上述实验结果可以看出,2号样品,即改进后的短路装置短路条件要理想得多.

当然,由于我们实验条件较差,关于两种短路装置的比较测量结果都只是定性的.但作为相对比较还是有意义的.

六、结 论

综合以上所述,我们可以得出如下结论:

1. 我们从受迫振动模型出发,根据磁耦合的观点,对贴在波导短路面上的半波长谐振结作了处理.所得到的解与实验结果是一致的.

2. 对波导终端的短路装置所作的改进能够减少微波漏损并改善短路条件.从而进一步提高了贴在短路面上的结和微波之间的耦合效率.而这又间接地支持了磁耦合的观点.目前这种短路装置已成了有关单位在 Josephson 电压基准工作中的实用方案.

清华大学方家光同志、中国科学院电子学研究所曹效能同志曾参加过有益的讨论并提供帮助.在此表示感谢.

参 考 文 献

- [1] T. F. Finnegan *et al.*, *Phys. Rev. B*, **4**(1971), 1487.
- [2] V. Kose, *IEEE Trans.*, **IM25**(1976), 483.
- [3] A. Hartland *et al.*, *IEEE Trans.*, **IM27**(1978), 470.
- [4] H. O. Kywuk, *ЖТФ*, **37**(1967), 162.
- [5] R. E. Eck *et al.*, *Phys. Rev. Letters*, **13**(1964), 15.
- [6] W. C. Stewart, *Appl. Phys. Letters*, **12**(1968), 277.
- [7] D. E. McCumber, *J. Appl. Phys.*, **39**(1968), 3113.
- [8] 刘福绥等, 物理学报, **27**(1978), 353.
- [9] Dai Yuan-dong *et al.*, The Coupling between Josephson Junction and Applied Microwave, (XV international congress of refrigeration paper A1/2—14).
- [10] Cui Guang-ji *et al.*, Experimental Results of the Magnetic Coupling, SQUID'80, p. 763 (Editors H. D. Hahlbohm, H. Lübbig).
- [11] D. N. Langenberg *et al.*, *Proceedings of IEEE*, **54**(1966), 560.
- [12] N. F. Pedersen *et al.*, *Phys. Rev. B (Solid state)*, **6**(1972), 4151.
- [13] R. F. Broom *et al.*, *Phys. Rev. B* **16**(1977), 3100.
- [14] M. Koyanagi *et al.*, In AIP Conference Proceedings No. 44 "Future Trends in Superconductive Electronics" (1978), pp. 187—191. (Editors B. S. Deaver *et al.*, University of Virginia, Charlottesville).
- [15] P. Somevuo *et al.*, *J. Appl. Phys.*, **46**(1975), 1415.

MAGNETIC COUPLING BETWEEN THE RESONANT JOSEPHSON TUNNEL JUNCTION AND THE APPLIED MICROWAVE (I)

CUI GUANG-JI MENG XIAO-FAN SHAO KAI

(Department of Physics, Peking University)

ABSTRACT

The resonant Josephson tunnel junction is used generally in the Josephson voltage-standard works. This paper starting from the forced vibration model, taking account of the magnetic coupling boundary condition, treats a junction in the waveguide system, and result which agrees with those of the experiments is obtained. In the experiment we improved the short circuit unit of the waveguide system, thus the microwave leakage was reduced and the short circuit condition has been improved. The result of our experiment at low temperature shows that the improving is effective.