

碰撞对低频模受激散射的影响

应 润 杰¹⁾

(北京大学物理系)

1981年2月16日收到

提 要

从包括能量方程的 Braginskii 方程出发,讨论了低频模对电磁波的受激散射问题. 求得了阈值和增长率. 除了多一个热模散射之外,发现布里渊散射也与过去的理论结果不同.

碰撞对等离子体低频运动的影响有时候是十分重要的. 例如在激光等离子体相互作用实验中,由于高密度的原因,碰撞频率是很高的. 对于 CO_2 激光,电子温度 T_e 的范围是几十 eV^[1] 至几百 eV^[2], 对于 $T_e = 30\text{eV}$, $\nu_{ei}/\omega_a \simeq 0.53 \cdot 10^3$, 对于 $T_e = 1\text{keV}$, $\nu_{ei}/\omega_a = 5$. ω_a 为离子声波频率,波数 k 用入射电磁波真空波数近似. 如果考虑到电磁波波数随电子密度的升高而变小,那么 ω_a 还要小. 再有在电离层加热实验中,由于入射电磁波的波长很长,激发的离子声波频率也很低. 对于雷达频率 $\omega_0 = 4 \cdot 10^7 \text{sec}^{-1}$, $T_e = 0.2 \text{eV}$, 算得 $\nu_{ei}/\omega_a \simeq 3$.

关于大振幅相干电磁波引起的参量不稳定性工作在文献[3]中有详尽的评述. 工作的出发点或者用无碰撞的符拉索夫方程,或者用只包括连续方程和动量方程的流体力学方程组,能量方程简单地用等温近似或绝热近似代替. 碰撞的影响只是在动量方程中唯象地引入一个不自洽的摩擦项. 并且没有考虑到碰撞引起的能量输运对参量激发的影响. 我们知道在参量激发的线性理论中模的阻尼因子和耦合系数有特别重要的地位,它们直接决定了不稳定性的阈值和增长率,而碰撞是模阻尼和耦合(通过焦耳耗散)的一个重要机构,因此用包括能量方程的完全的流体力学描述来研究参量激发是很有意义的.

讨论能量耗散对参量激发影响的工作并不多见. Berger 等人^[4]曾讨论了磁化等离子体中沿磁场方向扩散而产生的热模引起的散射. 稍后, Balescu 等人^[5]对考虑了碰撞的双流体方程组以及动力论方程作了系统的线性分析,解决了碰撞对简正模阻尼的影响问题. 在参量激发方面,他们讨论了等离子体波和剪切模的参量激发.

本文讨论的是低频模受激散射,描述电子低频运动的流体力学方程组我们采用的是 Braginskii 形式^[6]:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot (n_e \mathbf{v}_e) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_e}{\partial t} + \mathbf{v}_e \cdot \nabla \mathbf{v}_e + \frac{\nabla P_e}{m_e n_e} = -\frac{e}{m_e} \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}_e \times \mathbf{B}}{c} \right), \quad (2)$$

1) 现在中国科学院电子学研究所工作。

$$\frac{\partial w_e}{\partial t} + [(w_e + P_e)v_e] + \nabla \cdot J_e - Q_e = -en_e E \cdot v_e. \quad (3)$$

方程中的 m_e , n_e , v_e , T_e 分别是电子的质量、密度、速度和温度。压力和内能采用理想气体形式, 所以 $P_e = n_e k_B T_e$, 总能量密度 $w_e = \frac{1}{2} m_e n_e v_e^2 + \frac{3}{2} n_e k_B T_e$. 方程中各输运项的定义是热流 $J_e = -\lambda_e \nabla T_e$, 热输运 $Q_e = -r(T_e - T_i)$. λ_e 是电子热传导系数, r 是热输运系数. 摩擦力 $R_e = -R_i = -\zeta(v_e - v_i)$ 由于其零级项为高频, 故不予考虑, 一级项虽是低频, 但对低频运动电中性近似很好, $\delta v_e \sim \delta v_i$, 所以在 (2) 式及下面的离子方程中均没有考虑摩擦力. 此外, 为简单起见, 我们已假设粘性与压力相比较可以略去, 热力也不予考虑, 若考虑这些因素, 讨论可同样进行.

对于离子我们假设是冷的, 因此不考虑能量方程, 离子流体力学方程组为

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i v_i) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \cdot \nabla v_i = \frac{e}{m_i} E, \quad (5)$$

其中 m_i , n_i , v_i 分别为离子的质量、密度和速度. 离子的电荷绝对值与电子相同. 由于离子只有低频运动, 故洛伦兹力已略去.

泊松方程为

$$\nabla \cdot E = 4\pi e(n_i - n_e). \quad (6)$$

散射电磁波满足波动方程

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) E_s = -\frac{4\pi e}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (n_e v_e), \quad (7)$$

其中由于 $v_i \ll v_e$, 所以略去了离子对电流的贡献. 对于入射电磁波, 我们认为其振幅是个常数.

将方程组线性化, 线性量的定义是

$$n_e = n_0 + \delta n_e, \quad n_i = n_0 + \delta n_i,$$

$$v_e = v_0 + \delta v_e + \delta v_s, \quad v_i = \delta v_i,$$

$$E = E_0 + \delta E + \delta E_s,$$

$$w_e = \frac{3}{2} n_0 k_B T_{e0} + \frac{1}{2} m_e n_0 v_0^2 + \frac{1}{2} m_e \delta n_e v_0^2 + \delta w_e,$$

$$\delta w_e = m_e n_0 v_0 \cdot \delta v_s + \frac{3}{2} k_B \delta n_e T_{e0} + \frac{3}{2} k_B n_0 \delta T_e, \quad (8)$$

其中 E_0 , δE_s , v_0 , δv_s 为高频量. E_0 和 δE_s 分别表示入射电磁波和散射电磁波

$$E_0(x, t) = E_0 e_y e^{i(k_0 x - \omega t)} + \text{c. c.}, \quad (9)$$

$$\delta E_s(r, t) = \delta E_s e_s e^{i(k_s \cdot r - \omega_s t)}. \quad (10)$$

对于高频运动碰撞的影响是小的, 可作绝热近似不考虑能量方程, 注意到电磁波是横波而压力在纵方向, 则不难写出

$$v_0 = -\frac{e}{m_e} \left(-i\omega_0 + \frac{\zeta}{m_e n_0} \right)^{-1} E_0. \quad (11)$$

$$\delta \mathbf{v}_i = -\frac{e}{m_e} \left(-i\omega_i + \frac{\zeta}{m_e n_0} \right)^{-1} \delta \mathbf{E}_i \quad (12)$$

(8) 式中 $\delta n_e, \delta n_i, \delta \mathbf{v}_e, \delta \mathbf{v}_i, \delta \mathbf{E}, \delta \omega_e$ 都是低频量, 并且是纵波, 所以它们有以下形式:

$$\delta \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \delta A e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \cdot \frac{\mathbf{k}}{k} \quad (13)$$

由于散射电磁波是横波, 从泊松方程知它所引起的高频密度扰动 δn_i 为零. 此外, 由于我们不考虑离子的高频运动, 所以 $\mathbf{v}_i$ 的零级为零. 这些量在 (8) 式中都不出现.

一般说来受激散射问题是一个包括入射电磁波, 静电波及两个边带的四波相互作用过程. 为了简单起见, 只考虑相应于向后散射的斯托克斯分量, 假设反斯托克斯分量受到抑制^[3]. 于是问题简化为三波相互作用, 它们满足共振条件:

$$\omega_i = \omega - \omega_0, \quad \mathbf{k}_i = \mathbf{k} - \mathbf{k}_0 \quad (14)$$

引入无量纲量: $\delta n_e = n_0 v_e, k = \frac{\omega_e}{c_e} K, \omega = \omega_e Q, \delta v_e = c_e x_e, \delta v_i = c_e x_i, v_0 = c_e x_0,$
 $c = c_e C, \delta v_i = c_e \mu^{1/2} x_i, \delta \omega_e = n_0 k_B T_{e0} \theta_e, \lambda_e = \frac{3 n_0 k_B c_e^2}{2 \omega_e} \bar{\lambda}_e, \zeta = n_0 m_e \omega_e \bar{\zeta}, \gamma = \frac{3}{2} n_0 k_B \omega_e \bar{\gamma},$
 $\delta E = \frac{\omega_e c_e m_e}{e} \phi.$ 其中 $c_e^2 = \frac{k_B T_{e0}}{m_e}, \omega_e = \left(\frac{4 \pi n_0 e^2}{m_e} \right)^{1/2}, \mu = \frac{m_e}{m_i}.$ 此外, 我们对时间和空间变量也作无量纲化 $t = i \omega_e, \mathbf{r} = \mathbf{r} \frac{\omega_e}{c_e}$ 只是为了简单起见, 变换后仍用原来符号写出.

由 (1) 至 (3) 式利用 (8) 至 (13) 式得低频电子线性流体力学方程组为

$$\begin{pmatrix} -Q & K & 0 \\ 0 & -Q & \frac{2}{3} K \\ \frac{3i}{2} (\bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma}) & \frac{5}{2} K & -[Q + i(\bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma})] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_e \\ x_e \\ \theta_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ i\phi - \frac{1}{3} K x_0 x_i \cos \theta \\ -[Q + i(\bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma}) + 2i\bar{\zeta}] x_0 x_i \cos \theta \end{pmatrix} \quad (15)$$

其中 $\cos \theta = \mathbf{e}_y \cdot \mathbf{e}_i$. 显然当向后散射 $\theta = 0$ 时耦合最强.

由 (4) 和 (5) 式得离子线性流体力学方程组

$$\begin{pmatrix} -Q & \mu^{1/2} K \\ 0 & Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_i \\ x_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ i\mu^{1/2} \phi \end{pmatrix} \quad (16)$$

泊松方程线性化后为

$$iK\phi = v_i - v_e \quad (17)$$

散射电磁波的线性波动方程为

$$[K^2 C^2 - Q_i^2 \epsilon(Q_i)] x_i = -v_e x_0 \cos \theta, \quad (18)$$

其中介电常数 $\epsilon(Q_i) = 1 - \frac{1}{Q_i^2} + \frac{i\bar{\zeta}}{Q_i^3}.$

由 $[K^2 C^2 - Q_i^2 \epsilon(Q_i)] = 0$ 不难解得电磁波的两个简正模

$$Q_{1,2} = \pm Q_T + i\Gamma_T,$$

其中脚标 1, 2 分别相应于 + 和 -, $\Gamma_T = \xi/2Q_T^2$, $Q_T^2 = 1 + C^2K^2$.

由 (15) 和 (16) 式分别解出电子密度扰动 v_e 和离子密度扰动 v_i , 代入泊松方程, 使得低频模的非线性色散关系为

$$i\epsilon_L\phi = \frac{1}{D} Kx_0x_i \cos\theta \left[Q + i(\bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma}) + \frac{4}{3} i\xi \right], \quad (19)$$

其中 $\epsilon_L = 1 - \frac{\mu}{Q^2} + \frac{1}{D} [Q + i(\bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma})]$, D 是 (15) 式的系数行列式.

仿照 Balescu^[4] 的方法可以由无外场时的线性色散关系 $\epsilon_L = 0$ 求得三个低频简正模. 注意 $K^2 \ll 1$, 准到最低级便得

$$Q^2 D \epsilon_L \simeq Q^3 + iQ^2(\bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma}) - \frac{5}{3} \mu K^2 Q - i(\bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma}) \mu K^2 = 0. \quad (20)$$

解这个三次方程三个根就相应于三个低频模. 为了得到容易处理的结果我们处理两个极限情形. 当 $(\mu K^2)^{1/2} \gg \bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma}$ 时, 这相当于热传导作用较小的情形, 将解对 $\bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma}$ 展开, 准到一级便得

$$Q_{1,2} = \pm Q_a - i\Gamma_1 = \pm \left(\frac{5}{3} \mu K^2 \right)^{1/2} - \frac{i}{5} (\bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma}), \quad (21)$$

$$Q_3 = -i\Gamma_3 = -i \frac{4}{5} (\bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma}). \quad (22)$$

当 $(\mu K^2)^{1/2} \ll (\bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma})$ 时, 这相当于热传导作用较强情形, 将解对 $(\mu K^2)^{1/2}$ 展开准到二级得

$$Q_{1,2} = \pm Q_a - i\Gamma_1 = \pm (\mu K^2)^{1/2} - i \frac{\mu K^2}{3(\bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma})}, \quad (23)$$

$$Q_3 = -i\Gamma_3 = -i(\bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma}) + \frac{2}{3} i \frac{\mu K^2}{\bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma}}. \quad (24)$$

$Q_{1,2}$ 称为离子声波, Q_3 称为热模. (21) 和 (22) 式与 Balescu^[4] 的结果基本一致. (23) 和 (24) 式的结果是新的. 由于考虑了碰撞引起的能量输运除了多一个热模之外, 离子声波的阻尼因子现在与热传导和相对热流有关.

当入射电磁波存在时, 由于 (18) 和 (19) 两式右端非线性驱动项的存在, 简正模的振幅会产生一个非线性的时空变化, 从而有可能激发各种不稳定性. 我们将只具体讨论 $(\mu K^2)^{1/2} \gg \bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma}$ 时的布里渊散射, 至于 $(\mu K^2)^{1/2} \ll \bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma}$ 的情形和热模散射讨论是类似的, 我们将只给出结果. 对于离子声波 $Q_{1,2}$, 注意到 $Q_a \gg \Gamma_1$ 容易求得振幅传播方程

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \Gamma_1 + \mathbf{v}_{g1,2} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right) \phi_{1,2} = \frac{-KQ_{1,2}^2 x_0 x_i \cos\theta \left[Q_{1,2} + i(\bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma}) + \frac{4}{3} i\xi \right]}{(Q_{1,2} - Q_3)(Q_{1,2} - Q_{2,1})}. \quad (25)$$

在 $(\mu K^2)^{1/2} \gg \bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma}$ 时有 $\mathbf{v}_{g1,2} = \pm \left(\frac{5}{3} \mu \right)^{1/2} \frac{\mathbf{K}}{K}$, $\Gamma_1 = \frac{1}{5} (\bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma})$, $(Q_{1,2} - Q_3) \times (Q_{1,2} - Q_{2,1}) \simeq \frac{10}{3} \mu K^2$. 对于散射电磁波的斯托克斯分量, 由 (18) 式利用泊松方程和 (16)

式消去 v_e 后便得其振幅传播方程为

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \Gamma_T + \mathbf{v}_{gT} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\right) x_s = -\frac{K}{2Q_T} \phi \cos \theta x_0 \left(\frac{\mu}{Q^2} - 1\right), \quad (26)$$

其中 $\mathbf{v}_{gT} = -C^2(\mathbf{K} - \mathbf{K}_0)/Q_T$.

解布里渊散射问题就是求 (25) 和 (26) 耦合方程组的均匀振幅的时间增长解. 我们假设三波的波矢匹配, 但频率有一个小的失配, 令散射电磁波的失配因子是 δ , 于是现在的频率共振条件是 $Q_s + \delta = Q_1 - Q_0$. 此时散射电磁波可改写为

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{E}_s(\mathbf{r}, t) &= (\delta E_s \mathbf{e}_s e^{i\delta t}) e^{i[\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r} - (Q_s + \delta)t]} \\ &\equiv \delta E_{s\delta} \mathbf{e}_s e^{i[\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r} - (Q_s + \delta)t]}. \end{aligned}$$

于是振幅传播方程变为

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + i\delta + \Gamma_T\right) \lambda_{s\delta} = -\frac{K}{2Q_T} \phi_1 \cos \theta x_0 \left(\frac{\mu}{Q_1^2} - 1\right). \quad (27)$$

将 (27) 式和去掉空间微商项后的 (25) 式作拉氏变换, 略去初值, 最后消去 $\phi_1(p)$, p 是变换参数, 得

$$\begin{aligned} (ip + i\Gamma_1)(ip - \delta + i\Gamma_T) &= \frac{-K^2 \mu x_0^2 \cos^2 \theta \left[Q_1 + i(\bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma}) + \frac{4}{3} i\bar{\xi} \right]}{2Q_T(Q_1 - Q_3)(Q_1 - Q_2)} \\ &\equiv -\mathcal{K}. \end{aligned} \quad (28)$$

在推导耦合系数时已利用 $\mu \gg Q_1^2$. 因子 $\frac{4}{3} i\bar{\xi}$ 相应于焦耳耗散耦合的贡献, 而因子 $Q_1 + i(\bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma})$ 相应于通常的有质动力耦合. 若不考虑焦耳耗散耦合, 并令 $\bar{\lambda}_e = \bar{\gamma} = 0$ (或者近似认为 $Q_1 - Q_3 \simeq Q_1 + i(\bar{\lambda}_e K^2 + \bar{\gamma})$), 那么 (28) 式描述的就是通常文献中所述的布里渊散射. 它是通过有质动力耦合引起的. 由 (28) 式知焦耳耗散耦合比有质动力耦合强得多的条件是 $\frac{\bar{\xi}}{\bar{\lambda}_e K^2} = \frac{1}{2k_m^2 l_m^2} = \frac{\mu v_{ei}^2}{e \omega_a^2} \gg 1$, $\frac{\bar{\xi}}{(\mu K^2)^{1/2}} = \frac{1}{\mu^{1/2} k l_m} = \frac{\nu_{ei}}{\omega_a} \gg 1$. 流体力学处理的条件是 $\omega \ll \nu_{ei}$, $k \ll l_m^{-1}$. 以上 l_m 是电子平均自由程. 所以一般说来在流体力学描述中是以焦耳耗散耦合为主的. 焦耳耗散激发离子声波的物理机制可能是由于焦耳耗散引起电子温度的一个低频变化, 由于压力的作用, 使电子沿 $\mathbf{k}$ 方向作低频运动, 再通过静电势拉离子运动形成离子声波. 解 (28) 式取增长解得

$$\text{频移} \quad \Delta\omega = \frac{\delta}{2} + \frac{\text{sgn} \sin \varphi_1}{2\sqrt{2}} [\rho_1 + \delta^2 - (\Gamma_T - \Gamma_1)^2 + 4\text{Re } \mathcal{K}]^{1/2}, \quad (29)$$

$$\text{增率} \quad \gamma = \frac{\Gamma_T + \Gamma_1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} \{\rho_1 - [\delta^2 - (\Gamma_T - \Gamma_1)^2 - 4\text{Re } \mathcal{K}]\}^{1/2}, \quad (30)$$

其中

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \{[\delta^2 - (\Gamma_T - \Gamma_1)^2 - 4\text{Re } \mathcal{K}]^2 + [2\delta(\Gamma_T - \Gamma_1) + 4\text{Im } \mathcal{K}]^2\}^{1/2}, \\ \sin \varphi_1 &= -[2\delta(\Gamma_T - \Gamma_1) + 4\text{Im } \mathcal{K}]/\rho_1. \end{aligned}$$

由 $\frac{d\gamma}{d\delta} = 0$ 可求得极大增率发生在 $\delta = (\Gamma_T - \Gamma_1) \left[-\frac{\text{Re } \mathcal{K}}{\text{Im } \mathcal{K}} \pm \sqrt{1 + \left(\frac{\text{Re } \mathcal{K}}{\text{Im } \mathcal{K}}\right)^2} \right]$ 处, 其中 $\text{Im } \mathcal{K} \neq 0$. 若 $\text{Im } \mathcal{K} = 0$, 则在 $\delta = 0$ 处. 若耦合是以有质动力为主的, 即令 (28)

式中 $\xi = 0$, 并近似认为 $(Q_1 - Q_3) \simeq Q_1 + i(\bar{\lambda}_c K^2 + \bar{\gamma})$, 则得

$$\operatorname{Re} \mathcal{K} = \frac{K^2 \mu x_0^2 \cos^2 \theta}{4 Q_T Q_a} = \mathcal{K}_{\text{Thp}}, \quad \operatorname{Im} \mathcal{K} = 0,$$

所以极大增率发生在 $\delta = 0$ 处, 此时 $\Delta\omega = 0$, 极大增率为

$$\gamma_{\max} = -\frac{\Gamma_T + \Gamma_1}{2} + \frac{1}{2} [(\Gamma_T - \Gamma_1)^2 + 4 \mathcal{K}_{\text{Thp}}]^{1/2}. \quad (31)$$

令 $\gamma_{\max} = 0$ 可以求得阈值 $\mathcal{K}_{\text{Thp}} = \Gamma_T \Gamma_1$, 化成有量纲的形式为

$$v_0^2 = \frac{4(\Gamma_T \omega_c)(\Gamma_1 \omega_c) \omega_T \omega_a}{k^2 \omega_{pi}^2 \cos^2 \theta} = v_{0p}^2. \quad (32)$$

这个公式与通常的布里渊散射公式^[3]比较起来除离子声波的阻尼因子不同外完全一致. 若耦合是以焦耳耗散为主的, 则有

$$\operatorname{Re} \mathcal{K} = 0, \quad \operatorname{Im} \mathcal{K} = \frac{K^2 \mu x_0^2 \cos^2 \theta \xi}{3 Q_T Q_a^2} = \mathcal{K}_{\text{Thj}} \quad \text{当 } (\mu K^2)^{1/2} \gg \bar{\lambda}_c K^2 + \bar{\gamma} \text{ 时};$$

$$\operatorname{Re} \mathcal{K} = \frac{2 K^2 \mu x_0^2 \cos^2 \theta \xi}{3 Q_T (\bar{\lambda}_c K^2 + \bar{\gamma}) Q_a} = \mathcal{K}'_{\text{Thj}}, \quad \operatorname{Im} \mathcal{K} = 0 \quad \text{当 } (\mu K^2)^{1/2} \ll \bar{\lambda}_c K^2 + \bar{\gamma} \text{ 时}.$$

于是可求得当 $(\mu K^2)^{1/2} \gg \bar{\lambda}_c K^2 + \bar{\gamma}$ 时极大增率发生在 $\delta = \pm(\Gamma_T - \Gamma_1)$ 处, 其值为

$$\gamma_{\max} = -\frac{\Gamma_T + \Gamma_1}{2} + \frac{1}{2} [(\Gamma_T - \Gamma_1)^2 + 2 \mathcal{K}_{\text{Thj}}]^{1/2}. \quad (33)$$

此时的频移为

$$\Delta\omega = \frac{\delta}{2} + \frac{(\operatorname{sgn} \sin \varphi_1)}{2} [(\Gamma_T - \Gamma_1)^2 + 2 \mathcal{K}_{\text{Thj}}]^{1/2}. \quad (34)$$

令 $\gamma_{\max} = 0$ 可以求得阈值 $\mathcal{K}_{\text{Thj}} = 2 \Gamma_T \Gamma_1$, 化成有量纲的量得

$$v_0^2 = \frac{3 \omega_a}{2 \nu_{ci}} v_{0p}^2. \quad (35)$$

当 $(\mu K^2)^{1/2} \ll \bar{\lambda}_c K^2 + \bar{\gamma}$ 时极大增率发生在 $\delta = 0$ 处, 频移 $\Delta\omega = 0$, 极大增率为

$$\gamma_{\max} = -\frac{\Gamma_T + \Gamma_1}{2} + \frac{1}{2} [(\Gamma_T - \Gamma_1)^2 + 4 \mathcal{K}'_{\text{Thj}}]^{1/2}. \quad (36)$$

可得阈值 $\mathcal{K}'_{\text{Thj}} = \Gamma_T \Gamma_1$, 化成有量纲的量为

$$v_0^2 = \frac{3 \omega_a^2}{4 \mu \nu_{ci}^2} v_{0p}^2 = \frac{3}{4} k^2 l_m^2 v_{0p}^2. \quad (37)$$

由 (35) 和 (37) 式我们看到焦耳耗散耦合为主的布里渊散射的阈值要比有质动力耦合为主的阈值多一个因子, 由焦耳耗散为主的条件知此时的阈值要低得多.

对于热模散射, 在焦耳耗散耦合为主时的方程为

$$(ip + i\Gamma_3)(ip - \delta + i\Gamma_T) = -\frac{2iK^2 \mu x_0^2 \xi \cos^2 \theta}{3(Q_3 - Q_1)(Q_3 - Q_2)Q_T} = -\mathcal{K}_3. \quad (38)$$

$$\operatorname{Re} \mathcal{K}_3 = 0, \quad \operatorname{Im} \mathcal{K}_3 = -2 \mathcal{K}_{\text{Thj}} \quad \text{当 } (\mu K^2)^{1/2} \gg \bar{\lambda}_c K^2 + \bar{\gamma} \text{ 时};$$

$$\operatorname{Re} \mathcal{K}_3 = 0, \quad \operatorname{Im} \mathcal{K}_3 = \frac{-(\mu K^2)^{1/2}}{\bar{\lambda}_c K^2 + \bar{\gamma}} \mathcal{K}'_{\text{Thj}} \quad \text{当 } (\mu K^2)^{1/2} \ll \bar{\lambda}_c K^2 + \bar{\gamma} \text{ 时}.$$

极大增率发生在 $\delta = -(\Gamma_T - \Gamma_3)$ 处,

$$\gamma_{\max} = -\frac{\Gamma_T + \Gamma_3}{2} + \frac{1}{2} [(\Gamma_T - \Gamma_3)^2 + 2|\operatorname{Im} \mathcal{K}_3|]^{1/2}. \quad (39)$$

此时的频移为

$$\Delta\omega = \frac{\delta}{2} + \frac{1}{2} [(\Gamma_T - \Gamma_3)^2 + 2|\operatorname{Im} \mathcal{K}_3|]^{1/2}; \quad (40)$$

阈值是 $|\operatorname{Im} \mathcal{K}_3| = 2\Gamma_T\Gamma_3$, 化成有量纲的量得

$$\begin{aligned} \nu_0^2 &= 3 \frac{\omega_a^2}{\nu_{ci}} \nu_{0p}^2 && \text{当 } (\mu K^2)^{1/2} \gg \bar{\lambda}_c K^2 + \bar{\nu} \text{ 时;} \\ \nu_0^2 &= \left[\frac{\bar{\lambda}_c K^2 + \bar{\nu}}{(\mu K^2)^{1/2}} \right]^3 \frac{9\omega_a^2}{2\mu\nu_{ci}^2} \nu_{0p}^2 = 36 \left(1 + \frac{\omega_a^2}{\mu^2 \nu_{ci}^2} \right)^3 \frac{\mu^2 \nu_{ci}}{\omega_a} \nu_{0p} && \text{当 } (\mu K^2)^{1/2} \ll \bar{\lambda}_c K^2 + \bar{\nu} \text{ 时.} \end{aligned}$$

我们看到在前一种情形热模散射和布里渊散射的阈值差不多, 而在后一种情形热模散射的阈值要高得多.

我们从 Braginskii 方程出发讨论了低频模的受激散射, 发现除了多一个热模散射之外布里渊散射也和过去的理论有很大的不同. 这主要表现在阻尼因子和耦合系数两个方面, 现在的离子声波阻尼因子与热传导系数和热输运系数有关, 耦合系数中除了有质动力贡献之外还有焦耳耗散的贡献. 从数学上看包括焦耳耗散耦合后 (28) 式的右端由实数变成一个复数, 因此将本文的结果推广到非均匀等离子体及均匀等离子体中振幅的非均匀变化情形是直接的. 例如我们曾对布里渊散射计算了均匀等离子体中发生绝对不稳定性的条件, 它是 $\operatorname{Re} \mathcal{K}^{1/2} > \sqrt{\Gamma_i \Gamma_T}$, 因此焦耳耗散耦合为主时发生绝对不稳定的阈值同样要比只考虑有质动力耦合算得的结果来得低.

本工作得到赵凯华教授的关心和指导, 陈骊教授和肖佐老师阅读了本文的初稿, 并提出了不少宝贵意见, 和张承福老师及物理研究所的蔡诗东、周玉美同志作了有益的讨论, 作者对他们的热情帮助表示衷心的感谢.

参 考 文 献

- [1] E. Fabre, C. Stenz, *Phys. Rev. Lett.* **32**(1974), 823.
- [2] C. Yamanaka *et al.*, in "Laser Interaction and Related Plasma Phenomena", edited by H. J. Schwarz and H. Hora, (Plenum Press, New York 1977), Vol. 4A, p. 577.
- [3] P. K. Kaw *et al.*, in "Advances in Plasma Physics", edited by A. Simon and W. B. Thompson (Interscience, New York, 1976). Vol. 6, Part I.
- [4] R. L. Berger *et al.*, *Phys. Fluids*, **18** (1975). 207.
- [5] R. Balescu I. Pavia-Veretennicoff, *J. Plasma Phys.* **16**(1976), 119; *ibid*, **16**(1976), 129; *ibid*, **16** (1976), 427.
- [6] S. I. Braginskii, in "Review of Plasma Physics", edited by M. A. Leontovich, (Consultants Bureau, New York 1965), Vol. I, p. 214.

THE COLLISIONAL EFFECTS ON STIMULATED SCATTERING FROM LOW-FREQUENCY MODES

YIN RUN-JIE

(*Department of Physics, Peking University*)

ABSTRACT

Stimulated scattering of electromagnetic wave from low-frequency modes is discussed. The starting point is Braginskij's equations which include energy equation. The thresholds and growth rates are obtained. Beside that there is a scattering from thermal mode, we also find that the Brillouin scattering is different from the previous results.