

集中质量音叉式引力波天线与 Vela 星引力辐射探测的探讨

徐步新¹⁾ 秦荣先²⁾

(中国科学院物理研究所)

1981 年 8 月 17 日收到

提 要

本文提出并计算了一种接收 Vela 星引力辐射的集中质量音叉式机械谐振型低频天线。指出, 由于 Vela 星引力波信号的连续性和单色性, 可以采用信号积累方法提高接收灵敏度。最后给出了灵敏度可以达到目前理论估计的 Vela 星引力辐射强度的天线参数。此种天线也适用于其他低频引力波探测。

一、引 言

脉冲星的发现为我们提供了一种较有希望的连续型引力波源。平川浩正等^[1,2]近年来开展了对连续引力波的探测, 发展了方形天线, 对 Crab 星的引力辐射进行了一系列探测研究, 并取得了一定进展。

Mark Zimmermann 等^[3,4]对 Crab 星和 Vela 星的引力辐射进行了对比研究。Vela 星的引力辐射频率比 Crab 星的低, 但其到达地球表面的能流密度大。本文讨论了一种可用于探测 Vela 星引力辐射信号的低频机械谐振型天线, 并且指出, 利用信号连续性的特点, 采用适当办法累积信号, 将可以建造灵敏度能达到目前理论预言的^[3,4] Vela 星引力辐射强度的引力波接收天线。并且此型天线的设计也可用于针对其它低频引力波源。

二、集中质量音叉式引力波天线

Mark Zimmermann 给出 Vela 星的引力辐射频率为 22.4Hz, 其到达地面的能流密度约为 $4 \times 10^{-10} \text{erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ 。如果用韦伯型天线探测 Vela 星的引力波, 要求铝棒长度为 $l = 111.6\text{m}$, 显然这是不可能实现的。

1971 年 Douglass 等^[5]曾提到引力波天线可以制成哑铃形、音叉形或其他形状。

本文提出的天线易于获得更低的本征频率, 图 1 为其结构示意图。上部为一矩形截面的用低温下高 Q 材料制成的曲梁, 下部为两个质量各为 m 的高密度材料制成的圆柱体,

1), 2) 现在中国科学院高能物理研究所。

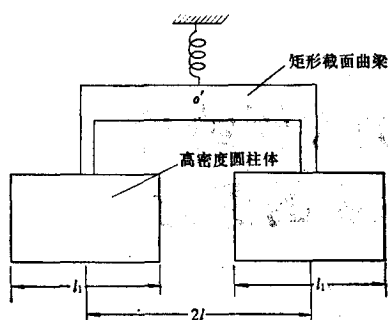
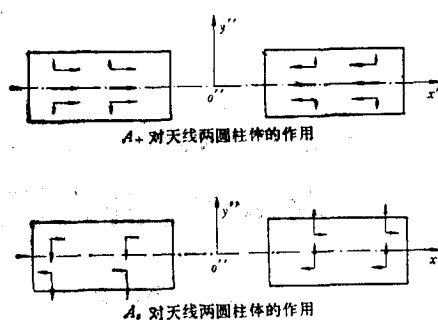


图1 集中质量音叉式引力波天线结构示意图

图2 引力波两极化方向对两圆柱体的作用示意图
引力波沿 z'' 方向传播， o'' 为两圆柱体的质心

在梁的中点 o' 处将其悬挂在隔振装置上。

1. 一般分析

上部曲梁的作用是使下部两圆柱体之间组成一个弹簧，可以预想曲梁部分应具有比下部圆柱体小得多的质量。假定曲梁的质量可以忽略，即把曲梁看成是无质量的弹簧，以系统的质心 o'' 为原点，选取固有坐标系，如图2所示，如有从 z'' 方向入射的引力波，则引力波对天线的作用表现为使天线各部分相对于质心 o'' 经受到一个附加的加速度，亦即一个附加的力，其表达式为^[6]

$$\frac{d^2 x''}{dt^2} = \frac{1}{2} (\ddot{A}_+ x'' + \ddot{A}_x y''), \quad (1)$$

$$\frac{d^2 y''}{dt^2} = \frac{1}{2} (-\ddot{A}_+ y'' + \ddot{A}_x x''), \quad (2)$$

$$\frac{d^2 z''}{dt^2} = 0, \quad (3)$$

其中 A_+ 、 A_x 代表沿 z'' 方向传播的引力波的两个极化方向。由以上三式可以得到圆柱体各部分所受附加力的大小和方向，标于图2中。从图2可以看到引力波在圆柱棒各部分引起的附加力是体积力，所有这些力在时间上都将以22.4Hz的频率而变化。由于两圆柱体的尺度远小于这个频率下弹性驻波半波长，故在这些力作用下圆柱棒内各个质点的运动将是一致的，亦即可以用圆柱体质心运动代表整个圆柱的运动。这一点可以严格证明，本文从略。由图2可见 A_+ 的作用将会激起天线对称于 $y''o''z''$ 平面的振动，而 A_x 的作用将会产生天线的两圆柱体剪切振动。后一种运动不易检测，而前一种运动，只要检测两圆柱体两端面间距离就可发现。这与通常韦伯天线运动的检测方法相同。因此应该这样设计天线：使其对称于 $y''o''z''$ 平面的某一本征振动模式与 A_+ 的作用力产生谐振。

当引力波从任意方向入射时，引力波对天线的作用可分解为沿圆柱轴线作用力（作用在两圆柱上的力大小相等方向相反）和一个力偶。因此以上讨论仍然有效。

2. 本征频率和主振型

由于只须求解对称于 $y''o''z''$ 平面的本征振动模式，而且圆柱体的质心运动可以近似

代表整个圆柱体的运动, 因此我们可以将天线简化成二个自由度的系统, 如图 3 所示. 选取平衡位置的圆柱体质心位置 o 为坐标原点, x, y 为确定被简化为质点 m 位置的广义坐标, 则在忽略转动动能时, 其动能为

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}^2.$$

如以平衡位置为势能零点, 则梁 $o'No$ 的弹性势能为

$$V_1 = \frac{1}{2} K_x x^2 + \frac{1}{2} K_y y^2 + K_{xy} x \cdot y - mgy,$$

式中 K_x, K_y, K_{xy} 为曲梁的相应弹性系数. 其重力位能为

$$V_2 = mgy.$$

系统的拉格朗日函数为

$$L = T - V = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}^2 - \frac{1}{2} K_x x^2 - \frac{1}{2} K_y y^2 - K_{xy} x \cdot y, \quad (4)$$

则系统自由振动的微分方程式为

$$\begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_x & K_{xy} \\ K_{xy} & K_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

设(5)式的解为

$$x = A_x \sin(\omega t + \phi), \quad y = A_y \sin(\omega t + \phi).$$

解之得

$$\omega_1^2 = \frac{(K_x + K_y) - \sqrt{(K_x - K_y)^2 + 4K_{xy}^2}}{2m}. \quad (6)$$

对应的本征矢量, 亦即主振型列阵为

$$A_I = \begin{pmatrix} \beta \\ 1 \end{pmatrix},$$

其中

$$\beta = \frac{K_x - K_y - \sqrt{(K_x - K_y)^2 + 4K_{xy}^2}}{2K_{xy}}.$$

并得

$$\omega_2^2 = \frac{K_x + K_y + \sqrt{(K_x - K_y)^2 + 4K_{xy}^2}}{2m}, \quad (7)$$

$$A_{II} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\beta} \\ 1 \end{pmatrix},$$

则振型矩阵为

$$A = \begin{pmatrix} \beta & -\frac{1}{\beta} \\ 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

利用振型矩阵 A 可以从 xy 求得系统的主坐标 X 和 Y , 即由

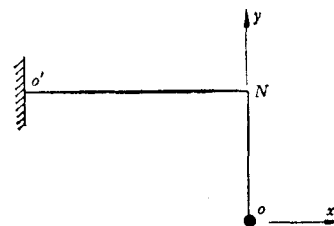


图3 天线简化模式图

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}, \quad (9)$$

可得

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \frac{\beta}{\beta^2 + 1} \begin{pmatrix} x + \frac{1}{\beta} y \\ -x + \beta y \end{pmatrix}. \quad (10)$$

可见, 由于 $K_{xy} \neq 0$, 则 x, y 不是系统的主坐标, 坐标 x, y 与主坐标 X, Y 的偏差决定于 β 值, 为了使 x, y 坐标尽可能接近于主坐标, 使与引力波激发力方向一致, 在设计天线时必须尽可能增大 β 值.

3. 天线对引力波的响应

让我们先求出天线对沿 z'' 方向传播的引力波的响应. 如图 2 中所示, 这时天线的一个圆柱体在 x 方向将受到激发力为

$$F_x = \int_{l-\frac{l_1}{2}}^{l+\frac{l_1}{2}} \frac{1}{2} \ddot{A}_+ x \rho S dx = \frac{1}{2} m \ddot{A}_+ l,$$

式中 ρ 是圆柱体密度, S 为圆柱体横截面积.

如前所述, Vela 星引力辐射具有连续性、单色性. 因此可设 $A_+ = a_+ \exp(-i\omega t)$, 于是可求得

$$F_x = -\frac{1}{2} m l \omega^2 a_+ e^{-i\omega t}. \quad (11)$$

在 x, y 坐标系内, 系统强迫振动微分方程为

$$\begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_x & K_{xy} \\ K_{xy} & K_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} m l \omega^2 a_+ e^{-i\omega t} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

其中矩阵 c 代表系统的阻尼特性. 利用原坐标 x, y 和主坐标 X, Y 的变换矩阵 (8) 式可得到主坐标系内强迫振动方程

$$\begin{aligned} A^T \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \end{pmatrix} + A^T \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{pmatrix} + A^T \begin{pmatrix} K_x & K_{xy} \\ K_{xy} & K_y \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} \\ = A^T \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} m l \omega^2 a_+ e^{-i\omega t} \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (13)$$

假定系统对各个主振动的阻尼是独立的, 因此可以假定在 X, Y 坐标下, 阻尼矩阵是对角的, 亦即有

$$A^T \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} A = \begin{pmatrix} (\beta^2 + 1)m/\tau_1 & 0 \\ 0 & \left(\frac{1}{\beta^2} + 1\right)m/\tau_2 \end{pmatrix},$$

其中 τ_1, τ_2 分别为系统两个主振动的衰减时间. 于是主坐标下的强迫振动微分方程 (13) 变为

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/\tau_1 & 0 \\ 0 & 1/\tau_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_1^2 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-\beta}{2(\beta^2+1)} l\omega^2 a_+ e^{-i\omega t} \\ \frac{\beta}{2(\beta^2+1)} l\omega^2 a_+ e^{-i\omega t} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

这两个微分方程是独立的, 可解得

$$X = \frac{\frac{\beta}{2(\beta^2+1)} l\omega^2 a_+ e^{-i\omega t}}{\omega^2 - \omega_1^2 + i\omega/\tau_1}, \quad (15)$$

$$Y = \frac{\frac{-\beta}{2(\beta^2+1)} l\omega^2 a_+ e^{-i\omega t}}{\omega^2 - \omega_2^2 + i\omega/\tau_2}. \quad (16)$$

经变换可得

$$\begin{aligned} x &= \beta X - \frac{1}{\beta} Y, \\ y &= X + Y. \end{aligned} \quad (17)$$

由上式可见, 当 ω 接近 ω_1 时, 第二项可略. 这时 x 和 y 的振幅比为 β ; 而当 ω 接近于 ω_2 时, 第一项可略, 这时 x 和 y 的振幅比为 $-1/\beta$, 但这时 y 方向共振振幅差不多要比与 ω_1 共振时的 x 向振幅小 β 倍. 这是由于激励力是在 x 方向作用的缘故. 因此必须使 ω_1 频率与入射引力波产生谐振. 在此情况下,

$$x \doteq \frac{\beta^2}{\beta^2+1} \cdot \frac{l\omega_1^2 a_+ e^{-i\omega_1 t}}{2i\omega_1/\tau_1}. \quad (18)$$

由此我们可求得天线在 x 方向的振动能量

$$E = \left(\frac{\beta^2}{\beta^2+1} \right)^2 \frac{m l^2 \omega_1^4 a_+^2 \tau_1^2}{4}. \quad (19)$$

4. 天线的方向特性

上节中求解引力波对天线作用时, 假定引力波沿 z'' 方向传播, 并假定天线圆柱轴线与引力波某一极化方向一致. 为了求出天线方向特性, 首先假设引力波仍沿着与天线圆柱轴线垂直的方向传播, 但天线圆柱体对引力波极化方向任意取向的情形. 如图 4 所示, 先看 A_+ 对图中阴影部分的作用, 由 (1), (2), (3) 式可知

$$\begin{aligned} df_x &= \frac{1}{2} \ddot{A}_+ x'' \frac{\rho S}{\cos \varphi} dx'', \\ df_y &= -\frac{1}{2} \ddot{A}_+ y'' \frac{\rho S}{\cos \varphi} dx'' = -\frac{1}{2} \ddot{A}_+ x'' \frac{\rho S \tan \varphi}{\cos \varphi} dx'', \end{aligned}$$

式中 ρ 为圆柱体密度; S 为横截面积. 设沿圆柱体轴线方向的作用力为 $F_{\parallel}$; 垂直于轴线方向的作用力为 $F_{\perp}$, 则有

$$dF_{\parallel}^+ = \cos \varphi df_x + \sin \varphi df_y,$$

$$F_{\parallel}^+ = \frac{1}{2} \ddot{A}_+ ml \cos 2\varphi.$$

同样可求得

$$F_{\perp}^+ = \frac{1}{2} \ddot{A}_+ ml \sin 2\varphi.$$

A_x 对天线的作用可以通过 A_+ 旋转 $\pi/4$ 而得到

$$F_{\parallel}^x = \frac{1}{2} \ddot{A}_x ml \cos 2(\varphi - \pi/4) = \frac{1}{2} \ddot{A}_x ml \sin 2\varphi,$$

$$F_{\perp}^x = \frac{1}{2} \ddot{A}_x ml \sin 2(\varphi - \pi/4) = -\frac{1}{2} \ddot{A}_x ml \cos 2\varphi.$$

从此可求得引力波对天线的总作用力为

$$F_{\parallel} = \frac{1}{2} \ddot{A}_+ ml \cos 2\varphi + \frac{1}{2} \ddot{A}_x ml \sin 2\varphi, \quad (20)$$

$$F_{\perp} = \frac{1}{2} \ddot{A}_+ ml \sin 2\varphi - \frac{1}{2} \ddot{A}_x ml \cos 2\varphi. \quad (21)$$

由(21)式可知,作用在两圆柱体上垂直于轴线的力组成一个力偶.

当引力波传播方向与两圆柱体轴线方向的夹角不等于 90° 时,如图5所示. 因为天线在 z'' 方向的尺度远小于引力波波长,可以认为在垂直于引力波传播方向的天线的各个截面上同一时刻,场是一样的. 这时天线在 $o''x''y''$ 平面上投影长度为 $l \sin \theta$, 由于引力波的横波特性,可知,引力波对天线作用力的方向仍与 $x''o''y''$ 平面平行,因此沿天线圆

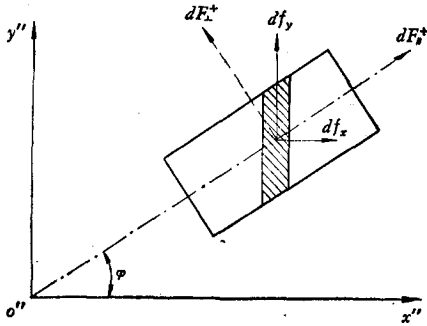


图4 天线在 $x''o''y''$ 平面内任意取向示意图
引力波沿 z'' 方向传播

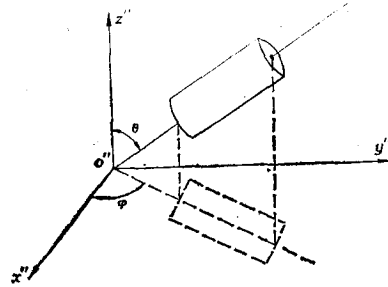


图5 天线在三度空间中任意取向示意图

柱体轴线方向的作用力将再增加一个 $\sin \theta$ 因子. 这样, 由(20)式可以得到任意方向入射的引力波对天线轴线方向的作用力为

$$F_{\parallel} = -\frac{1}{2} ml \omega^2 \sin^2 \theta (a_+ \cos 2\varphi + a_x \sin 2\varphi) e^{-i\omega t}. \quad (22)$$

当天线与引力波产生谐振时,类似于(18)式,可以求得天线运动为

$$x = \frac{\beta^2}{\beta^2 + 1} \cdot \frac{l \omega_1^2 \sin^2 \theta (a_+ \cos 2\varphi + a_x \sin 2\varphi) e^{-i\omega_1 t}}{2i\omega_1/\tau_1}. \quad (23)$$

这也就是天线的方向特性.

除 $F_{\parallel}$ 外, 也还有垂直于圆柱体轴线的作用力, 该力仍组成力偶, 但这时力偶方向可能既不垂直于天线轴线, 也不一定沿着 z'' 轴方向.

三、连续引力波信号的检测

前边推得的(19)式表示天线从引力波的一个极化方向所可能获得的最大能量. 这个能量是单色的. 因此能谱密度可以表示为 δ 函数,

$$e(\omega) = \frac{\beta^4}{(\beta^2 + 1)^2} \cdot \frac{ml^2\omega_1^4 a^2 + \tau_1^2}{4} \delta(\omega - \omega_1).$$

天线在其轴线方向运动相当于一个谐振子, 其布朗热运动能量应为 $KT^{[7]}$. 设天线机械品质因数为 $Q = \omega_1\tau_1$, 则其谐振特性曲线带宽为 f/Q . 而布朗运动能量 KT 的频率分布应与天线谐振特性曲线相一致, 因此能谱曲线的中心高度为 $2KTQ/\pi f^{[8]}$. 可见 Q 值越高, 布朗运动能谱曲线越尖锐; 谐振频率越低, 中心高度越高. 并且在低频连续引力波探测中, 天线的布朗热噪声要比传感器的噪声大得多^[1,8].

Vela 星的引力波信号不同于爆发型引力波信号, 它在时间上具有连续性和稳定性. 这种特性是天线布朗运动热噪声所不具备的. 尽管天线热噪声是窄带的, 有尖锐的频谱特性, 而且中心高度恰落在信号频率上. 但是它的相位和幅值仍是随机的^[9]. 我们可以利用信号和噪声间的这种不同特性把信号从噪声中提取出来.

天线运动通过低噪声换能器后, 其输出可表示为

$$f(t) = S(t) + N(t),$$

其中 $S(t)$ 代表信号; $N(t)$ 代表噪声. 而后使 $f(t)$ 通过模数转换装置, 并准确地以 Vela 星引力辐射周期的 $1/n$ 间隔对 $f(t)$ 采样, 要求 $n \geq 2$, 例如取 $n = 8$, 则采样间隔时间 $\Delta t = 0.00557\text{sec}$. 之后, 把采样数据组成一个 m 行 n 列的矩阵 K . 这个矩阵可以表示为两个矩阵之和, 即 $K = K_s + K_N$, 将矩阵 K 的每列元素分别相加起来. 由于信号 $S_{ij}(t)$ 的前后依附性和特别选取的采样时间间隔, 相加结果使矩阵 K_s 的结果越来越大, 即信号得到积累. 而矩阵 K_N 的元素 $N_{ij}(t)$ 是随机变量, 其分布为正态分布^[9], 数学期待值为 0, 因此其相加结果将越来越小, 当 $m \rightarrow \infty$ 时, $K \rightarrow K_s$.

但是我们不可能也不必要进行无穷相加, 由于 $N_{ij}(t)$ 是随机变量, 因此这种累积信号方法的可靠性可用错误接收概率来衡量. 错误接收概率 P 与积累次数 m 的关系为^[10]

$$P_{\text{错误接收概率}} = 1 - H\left(\frac{\sqrt{m}}{2} \cdot \frac{a}{\sqrt{W_n}}\right),$$

其中 H 为拉普拉斯函数; a 为信号有效值; W_n 为噪声功率.

如果规定 $P \leq 0.1$; $a/\sqrt{W_n} = 1/100$, 可求得 $n \geq 26912$, 其所需积累时间 $t \approx 1205\text{sec}$, 即约为 20min.

如果规定 $P \leq 0.01$; $a/\sqrt{W_n} = 1/100$, 可求得 $n \geq 66248$, 则所需积累时间 $t = 2958\text{sec}$, 约 50min.

可见, 所需积累时间并不太长, 在此时间间隔内, 因地球在太阳系中运行而引起的多普勒效应而导致引力波的频率变化 ($< 0.026\text{Hz/每年}^{[6]}$) 以及 Vela 星的旋转频率降低 (周

期增长率为 $125.25 \times 10^{-15} [11]$ 都可以不予考虑。

如果我们直接利用对 Vela 星进行光学或无线电观察的周期信号控制采样时间间隔, 就不存在采样间隔控制精度问题。在不能利用光学或无线电观察信号, 或者如 Mark Zimmermann^[4] 1979 年所指出的, 在把脉冲星看作自转和进动着的刚体模型中, 引力辐射频率将不是准确地等于电磁辐射频率的两倍, 这时, 只要我们能够预先计算出或者用其它办法确定出星体的自转周期在观测时期内的数值, 则由于脉冲星自转周期的高稳定性, 我们也可以直接控制采样时间间隔的精度来保证采样符合预定要求。采样时间精度可以这样规定: 使对 n 个引力波周期采样产生的总积累误差不超过引力波周期的 $1/8$, 不难求出符合此要求的时间精度为 $\Delta t \leq 0.25 \times 10^{-7} \text{sec}$, 此精度是不难达到的。

四、探测 Vela 星引力波的音叉天线参数及灵敏度

根据上边对天线运动和信号检测两方面的分析, 我们可以给出探测 Vela 星引力波的一些音叉天线的重要参数及灵敏度。(19)式表示天线吸收引力波的最大能量。

当 $\omega_1 = 140.8$, $\beta = 20$, 并取

$$\frac{a}{\sqrt{W_n}} = \frac{V_s}{V_n} = \left(\frac{E_s}{KT} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{100} \text{ 时,}$$

则可给出下表所列一些天线的主要参数及灵敏度, 其中 Q 值是引用东京大学对 5056 铝合金所给出的值。

$M = 2m$ (kg)	l (cm)	T (K)	Q	$h \equiv a_+$
20	30	300	5×10^5	1.4×10^{-20}
20	30	4.2	4×10^7	2×10^{-23}
200	50	4.2	4×10^7	5.6×10^{-24}
200	50	3×10^{-3}	2×10^8	3×10^{-26}

如果不采用信号积累方法, 以通常的 $(E_s/E_B) = 1$ 规定信噪比, 当取 $M = 200 \text{kg}$; $l = 50 \text{cm}$; $T = 3 \times 10^{-3} \text{K}$ 时, 天线灵敏度只能达到 3×10^{-24} 。由此可看出信号积累方法的优越性。

在确定了 m 和 l 之后, 应该通过曲梁的合理设计来保证天线的各项机械参数, 其中特别是谐振频率、机械品质因数 Q 和 β 值。下边我们就 $M = 200 \text{kg}$; $l = 50 \text{cm}$ 条件来估算曲梁尺度。天线的 Q 值主要取决于曲梁的材料和形状。关于形状与 Q 值的关系有待进一步探讨, 这里从略。东京大学的实验结果指出铝合金 5056 在低温下具有高 Q 特性, 以下估算曲梁尺寸时就以它的参数为依据。材料选定以后, 应通过曲梁几何尺寸的设计来保证达到预期的特征频率和 β 值。已知和拟选参数为: 1981 年 Vela 星周期为 $0.0892567 \text{sec} [11]$; 自转频率为 11.2036Hz ; 则引力波的频率为 22.4073Hz ; $\omega = 2\pi f = 140.789$; 因此天线的特征频率 $\omega_1 = 140.789$; 让我们选取另一特征频率为 $\omega_2 = 4.5\omega_1$; 并选取 $\beta = 20$, 将上述参数代入 (6), (7) 两式可求得 $K_x = 2119 \text{kg/cm}$; $K_y = 40860 \text{kg/cm}$; $K_{xy} = -1941 \text{kg/cm}$ 。以这些数据为出发点, 经过适当计算可得到图 6 所示的大概尺寸。这里天线圆柱选用的是高密度钨棒。全梁约重 26kg 。

由以上分析和估算可以看到, 200kg 天线的总尺度约在 $130\text{cm} \times \phi 60\text{cm}$ 的范围内, 这在实践上是可行的. 作为第一步使天线在 4.2K 下工作其灵敏度就很接近 Vela 星引力辐射理论值的上限. 而后进一步降低温度, 或者增大 m 和 l , 将可达到理论值的中限, 从而可足够准确地对现有引力辐射理论作出判断.

上面在分析天线运动时略去了梁的质量, 算得梁重约为 26kg, 为钨棒的 13.25%, 这有可能使固有频率的计算值比实际值偏高. 但可以用瑞雷法计算梁的等效质量, 而后从圆柱体质量中减去它, 以修正此项误差. 计算结果表明, 其等效质量仅为 0.789kg. 因此上面略去梁的质量的分析是可行的.

当天线轴线东西向悬挂在实验室内时, 地球的自转将使天线对 Vela 星不断改变姿态, 可以根据天线的方向特性(23)式计算出接收强度. 每天将出现两次最佳接收状态, 每次采样 50min, 即可获得所需数据, 这是很方便的.

作者感谢邹振隆、陈嘉言、刘煜奋、刘易成、张平华和阎永廉等同志的有益讨论.

参 考 文 献

- [1] Masa-Katsu Fujimoto and H. Hirahawa, *J. Phys. Soc. Japan*, **46**(1979), 703.
- [2] H. Hirakawa and Kimito Tsubono, *Phys. Rev. D*, **17**(1978), 1919.
- [3] Mark Zimmermann, *Nature*, **271**(1978), 524.
- [4] Mark Zimmermann and Eugene Szedenits, *Phys. Rev. D*, **20**(1979), 351.
- [5] D. H. Douglass, J. A. Tyson, *Nature*, **229**(1971), 34.
- [6] C. W. Misner, K. S. Thorne, J. A. Wheeler, *Gravitation*, p. 1011.
- [7] G. W. Gibbons and S. W. Hawking, *Phys. Rev. D*, **4**(1971), 2194.
- [8] H. Hirakawa, Detection of Gravitational Radiation from Pulsars (Report at Einstein Summer School, Jan. (1979). perth, Australia).
- [9] D. E. 纽兰著, 方同等译, 随机振动与谱分析概论, 第一版, 87 页 (1980).
- [10] 蔡长年、汪润生, 信息论, 人民邮电出版社, 304 页 (1962).
- [11] C. W. 艾伦著, 杨建译, 物理量和天体物理量, 上海人民出版社, 第一版, 280 页 (1976).

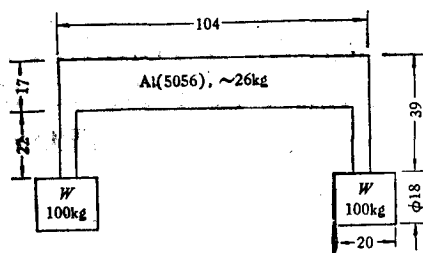


图 6 在低温条件下, 灵敏度可达到 Vela 星引力辐射理论强度的音叉式天线系统 (曲梁和两圆柱) 的尺度图

图中尺寸单位: cm

DESIGN OF A TUNING FORK ANTENNA WITH COLLECTIVE MASS FOR DETECTING GRAVITATIONAL RADIATION FROM VELA PULSAR

XU BU-XIN QIN RONG-XIAN

(Institute of Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

In this paper, we advanced and designed a mechanical resonant antenna, which is a tuning fork with collective mass, for detecting gravitational radiation from Vela pulsar. And showed that the sensitivity of antenna can be increased by the method of accumulation signal because the gravitational radiation signal from Vela pulsar is a continuous and monochromatic signal. Last, the parameters of antenna are given, the sensitivity of which can come up to gravitational radiation intensity from Vela pulsar which is estimated by the present theory.