

研究简报

强近共振激光脉冲驱动下二能级系统中 试探脉冲的瞬态反应

傅 盘 铭

(中国科学院物理研究所)

1981 年 10 月 21 日收到

提 要

我们用缀饰模型研究强近共振激光脉冲驱动下二能级系统与弱试探脉冲的相互作用。当试探脉冲的频率 ω_2 调到共振频率 $\omega_2 = \omega_1 \pm \langle \Omega_1 \rangle$ 时, 试探脉冲呈现吸收或放大效应。还得到非线性混频效应的瞬态过程。共振增强存在于此非线性混频过程中。

一、引 言

二能级系统在强激光作用下的性质是近年来人们感兴趣的问题^[1-4]。Mollow^[3] 及 Haroche 等^[4] 研究了在稳态下, 强光驱动的二能级系统的吸收光谱。他们发现对试探光而言, 有可能产生受激发射。此结果被 Wu 等^[5] 在钠原子系统中证实。本文研究在强近共振激光脉冲驱动下, 二能级系统对不同频率的试探激光脉冲的作用。首先, 我们将系统转换到由二能级系统与强激光所组成的缀饰态 (Dressed State) 上, 然后用一阶微扰, 求出试探脉冲与缀饰原子作用后感生的极化。利用此方法, 除了可以得到强激光脉冲驱动下二能级系统对试探脉冲的作用外, 还可以求得强激光脉冲与试探脉冲的瞬态非线性混频效应。

二、理 论

考虑一个二能级系统, 其基态 $|1\rangle$ 及激发态 $|2\rangle$ 的能量分别为 $\hbar\Omega_1$ 及 $\hbar\Omega_2$ 。此系统与频率为 ω_1 的强近共振激光驱动脉冲及频率为 ω_2 的弱试探脉冲作用。外加光场为

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathcal{E}[\varepsilon_1(z, t) \cos \varphi_1(z, t) + \varepsilon_2(z, t) \cos \varphi_2(z, t)]. \quad (1)$$

这里 $\varphi_i(z, t) = \omega_i t - k_i z - \phi_i(z, t)$ 。 $\varepsilon_i(z, t)$ 及 $\phi_i(z, t)$ 均为缓变实函数。

此系统的哈密顿算符为

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + V_1 + V_2. \quad (2)$$

这里, $\mathcal{H}_0$ 为二能级系统的哈密顿算符, V_1 及 V_2 为二能级系统与 $\mathbf{E}_1$ 及 $\mathbf{E}_2$ 的偶极相互作用, 即

$$\mathcal{H}_0 = \hbar \begin{pmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_2 \end{pmatrix},$$

$$V_i = -\frac{\mu}{2} \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon_i e^{i\varphi_i} \\ \varepsilon_i e^{-i\varphi_i} & 0 \end{pmatrix} + \text{c.c.} \quad i = 1, 2. \quad (3)$$

这里 $\mu = \langle 1 | \mathbf{p} \cdot \hat{\mathbf{x}} | 2 \rangle = \langle 2 | \mathbf{p} \cdot \hat{\mathbf{x}} | 1 \rangle$. 系统的密度矩阵 $\rho(t)$ 满足

$$\partial \rho / \partial t = -\frac{i}{\hbar} [\mathcal{H}, \rho]. \quad (4)$$

这里我们假设激光的脉宽远小于系统的弛豫时间, 因此, 弛豫项可以省略.

首先, 做下面的么正转换:

$$\sigma(z, t) = e^{iS(z, t)} \rho(z, t) e^{-iS(z, t)}. \quad (5)$$

矩阵 $S(z, t)$ 定义如下:

$$S(z, t) = \begin{pmatrix} Q_1 t & 0 \\ 0 & Q_2 t + \varphi_1(z, t) \end{pmatrix}.$$

可以证明, $\sigma(z, t)$ 满足下方程:

$$\partial \sigma / \partial t = -\frac{i}{\hbar} [\mathcal{H}^E, \sigma]. \quad (6)$$

在采用旋转波近似的情况下, $\mathcal{H}^E = \mathcal{H}_0^E + V^E$. 这里,

$$\mathcal{H}_0^E = \hbar \begin{pmatrix} 0 & -\kappa \varepsilon_1 / 2 \\ -\kappa \varepsilon_1 / 2 & \Delta \end{pmatrix},$$

$$V^E = \hbar \begin{pmatrix} 0 & \frac{-\kappa \varepsilon_2}{2} e^{-i\delta\varphi} \\ \frac{-\kappa \varepsilon_2}{2} e^{i\delta\varphi} & 0 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Δ, κ 及 $\delta\varphi$ 分别为 $\Delta(z, t) = (Q_2 - Q_1) - \omega_1 + \frac{\partial \phi_1(z, t)}{\partial t}$; $\kappa \equiv \mu/\hbar$; $\delta\varphi \equiv \varphi_1 - \varphi_2$.

再做一次么正转换, 使得 $\mathcal{H}_0^E$ 转换为对角矩阵,

$$\sigma^D = U \sigma U^{-1}. \quad (8)$$

这里

$$U = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -\sin \frac{\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

而 θ 是通过下式定义的:

$$\sin \theta = \frac{-\kappa \varepsilon_1}{\Delta \left[1 + \left(\frac{\kappa \varepsilon_1}{\Delta} \right)^2 \right]^{1/2}}, \quad \cos \theta = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{\kappa \varepsilon_1}{\Delta} \right)^2 \right]^{1/2}}.$$

我们得到 σ^D 满足

$$\partial \sigma^D / \partial t = -\frac{i}{\hbar} [\mathcal{H}^D, \sigma^D] - [K, \sigma^D] \dot{\theta}. \quad (10)$$

矩阵 K 为

$$K \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ -1/2 & 0 \end{pmatrix}.$$

而 $\mathcal{H}^D = \mathcal{H}_0^D + V^D$, 其中 $\mathcal{H}_0^D$ 及 V^D 分别为

$$\mathcal{H}_0^D = \hbar \begin{pmatrix} \frac{\Delta}{2} - \frac{\Delta}{2} \left[1 + \left(\frac{\kappa \varepsilon_1}{\Delta} \right)^2 \right]^{1/2} & 0 \\ 0 & \frac{\Delta}{2} + \frac{\Delta}{2} \left[1 + \left(\frac{\kappa \varepsilon_1}{\Delta} \right)^2 \right]^{1/2} \end{pmatrix},$$

$$V^D = \hbar \begin{pmatrix} \frac{\kappa \varepsilon_2}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} (e^{i\delta\varphi} + e^{-i\delta\varphi}) & \frac{\kappa \varepsilon_2}{2} \left(\sin^2 \frac{\theta}{2} e^{i\delta\varphi} - \cos^2 \frac{\theta}{2} e^{-i\delta\varphi} \right) \\ \frac{\kappa \varepsilon_2}{2} \left(\sin^2 \frac{\theta}{2} e^{-i\delta\varphi} - \cos^2 \frac{\theta}{2} e^{i\delta\varphi} \right) & -\frac{\kappa \varepsilon_2}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} (e^{i\delta\varphi} + e^{-i\delta\varphi}) \end{pmatrix}. \quad (11)$$

因为 U 变换使得 $\mathcal{H}_0^D$ 对角化, 而 $\mathcal{H}_0^D$ 是包括原子及强驱动场 ε_1 与原子相互作用的总的哈密顿算符, 因此, 其本征值为原子与 ε_1 场耦合后的总体能量. 换句话说, 么正转换相当于把二能级系统转换到由原子及强激光驱动场 ε_1 组成的缀饰态^[6]上.

假设缓变函数 $\varepsilon_1(z, t)$ 满足绝热条件^[7], 即 $|(d\varepsilon_1/dt)/\varepsilon_1| \ll |\Delta|$, 则(10)式中, $[K, \sigma^D]\theta$ 项可省略, 得到

$$\partial \sigma^D / \partial t = -\frac{i}{\hbar} [\mathcal{H}_0^D, \sigma^D] - \frac{i}{\hbar} [V^D, \sigma^D]. \quad (12)$$

这里 $\mathcal{H}_0^D$ 为对角矩阵, V^D 为由弱试探脉冲产生的微扰. 假设在加入脉冲之前, 原子处于基态. 如果我们只计算到一阶微扰, 则

$$\sigma^D(z, t) \cong \begin{pmatrix} 1 & \sigma_{12}^{D(1)}(z, t) \\ [\sigma_{12}^{D(1)}(z, t)]^* & 0 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

这里

$$\sigma_{12}^{D(1)}(z, t) = \left(e^{i \int_{-\infty}^t d\tau Q_{21}^D(z, \tau)} \right) \int_{-\infty}^t dt' \frac{i \kappa \varepsilon_2(z, t')}{2} \\ \times \left\{ \sin^2 \frac{\theta(z, t')}{2} \exp \left[i(\delta\varphi(z, t') - \int_{-\infty}^{t'} Q_{21}^D(z, \tau) d\tau) \right] \right. \\ \left. - \cos^2 \frac{\theta(z, t')}{2} \exp \left[-i(\delta\varphi(z, t') + \int_{-\infty}^{t'} Q_{21}^D(z, \tau) d\tau) \right] \right\}. \quad (14)$$

这里 $Q_{21}^D(z, t) \equiv [(\mathcal{H}_0^D)_{22} - (\mathcal{H}_0^D)_{11}]/\hbar = \Delta \left[1 + \left(\frac{\kappa \varepsilon_1}{\Delta} \right)^2 \right]^{1/2}$.

实验室坐标的密度矩阵为

$$\rho(z, t) = e^{-iS} U^{-1} \sigma^D(z, t) U e^{iS}. \quad (15)$$

得到 ρ 的对角元为

$$\rho_{11} = \cos^2 \frac{\theta}{2} + \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} (\sigma_{12}^{D(1)} + \text{c.c.}),$$

$$\rho_{22} = \sin^2 \frac{\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} (\sigma_{12}^{D(1)} + \text{c.c.}). \quad (16)$$

而其非对角元 ρ_{21} 可分解为不同的载波频率

$$\rho_{21}(z, t) = \rho_{21}(z, t; \omega_1) + \rho_{21}(z, t; \omega_2) + \rho_{21}(z, t; 2\omega_1 - \omega_2).$$

这里

$$\rho_{21}(z, t; \omega_1) = -\sin \frac{\theta(z, t)}{2} \cos \frac{\theta(z, t)}{2} e^{-i\varphi_1(z, t)}, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \rho_{21}(z, t; \omega_2) = & -\frac{i\kappa}{2} e^{-i\varphi_2(z, t)} \left\{ -\cos^2 \frac{\theta(z, t)}{2} \int_0^\infty d\tau \varepsilon_2(z, t - \tau) \right. \\ & \times \cos^2 \frac{\theta(z, t - \tau)}{2} \exp \left[-i \int_{t-\tau}^t d\tau' \left(\frac{\partial \delta \varphi(z, \tau')}{\partial \tau'} + Q_{21}^p(z, \tau') \right) \right] \\ & + \sin^2 \frac{\theta(z, t)}{2} \int_0^\infty d\tau \varepsilon_2(z, t - \tau) \sin^2 \frac{\theta(z, t - \tau)}{2} \\ & \times \exp \left[-i \int_{t-\tau}^t d\tau' \left(\frac{\partial \delta \varphi(z, \tau')}{\partial \tau'} - Q_{21}^p(z, \tau') \right) \right] \Big\}, \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_{21}(z, t; 2\omega_1 - \omega_2) = & \frac{-i\kappa}{2} e^{-i[2\varphi_1(z, t) - \varphi_2(z, t)]} \\ & \times \left\{ \cos^2 \frac{\theta(z, t)}{2} \int_0^\infty d\tau \varepsilon_2(z, t - \tau) \sin^2 \frac{\theta(z, t - \tau)}{2} \right. \\ & \times \exp \left[i \int_{t-\tau}^t d\tau' \left(\frac{\partial \delta \varphi(z, \tau')}{\partial \tau'} - Q_{21}^p(z, \tau') \right) \right] \\ & - \sin^2 \frac{\theta(z, t)}{2} \int_0^\infty d\tau \varepsilon_2(z, t - \tau) \cos^2 \frac{\theta(z, t - \tau)}{2} \\ & \times \exp \left[i \int_{t-\tau}^t d\tau' \left(\frac{\partial \delta \varphi(z, \tau')}{\partial \tau'} + Q_{21}^p(z, \tau') \right) \right] \Big\}. \quad (19) \end{aligned}$$

三、讨 论

设外加电场为 $\varepsilon(z, t) \cos[\kappa z - \omega t + \phi(z, t)]$. 如果把密度矩阵的非对角元写成 $\rho_{21}(z, t) = \frac{1}{2} [u(z, t) + iv(z, t)] \exp[-i(\omega t - \kappa z - \phi(z, t))]$, 则原子的极化为

$$\begin{aligned} P(z, t) = & N\mu \{ u(z, t) \cos[\kappa z - \omega t + \phi(z, t)] \\ & - v(z, t) \sin[\kappa z - \omega t + \phi(z, t)] \}, \quad (20) \end{aligned}$$

N 为原子的密度. u 为与外加电场同相的极化分量, 对应于极化的色散部份. 而 v 为与外加电场异相的极化分量, 对应于极化的吸收部份. 对均匀增宽的介质, 约化麦克斯韦方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = & -2\pi\kappa N\mu v, \\ \varepsilon \left[\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right] = & 2\pi\kappa N\mu u. \quad (21) \end{aligned}$$

首先考虑频率为 ω_1 的极化. 由 (17) 式, 得到 $u(z, t; \omega_1) = -\sin \theta = \kappa \varepsilon / \Delta \times \left[1 + \left(\frac{\kappa \varepsilon}{\Delta} \right)^2 \right]^{1/2}$; $v(z, t; \omega_1) = 0$. 此即绝热跟随近似解^[8].

其次, 考虑频率为 ω_2 的极化. 由 (18) 式, 我们可以很容易求出 $u(z, t; \omega_2)$ 及 $v(z, t;$

ω_2). 以下, 为了便于对 u 及 v 作定性的分析, 我们假设 $\varepsilon_1(z, t)$ 接近于方波. 即脉冲的前沿及后沿满足绝热近似条件, 而其他部份为一常数 $\langle \varepsilon_1 \rangle$. 这样, 在脉冲加入的时间内 $\int_{t-\tau}^t d\tau' Q_{21}^D(z, \tau') \simeq \langle Q_{21}^D \rangle \tau$. 这里 $\langle Q_{21}^D \rangle = \Delta [1 + (\kappa \langle \varepsilon_1 \rangle / \Delta)^2]^{1/2}$. 其次, $\partial \varphi_i / \partial t$ 为 $E_i(z, t)$ 的瞬时频率. 如果我们忽略瞬时频率与场的载波频率的差别, 则 $\int_{t-\tau}^t d\tau' \frac{\partial \delta \varphi}{\partial \tau'} = \delta \omega \tau$. 这里 $\delta \omega = \omega_1 - \omega_2$. 我们假设试探脉冲 $\varepsilon_2(z, t)$ 只有在驱动脉冲 $\varepsilon_1(z, t)$ 存在时不为零, 在此情况下,

$$\begin{aligned} u(z, t; \omega_2) &= \kappa \cos^2 \frac{\theta(z, t)}{2} \int_0^\infty d\tau \varepsilon_2(z, t - \tau) \cos^2 \frac{\theta(z, t - \tau)}{2} \\ &\quad \times \sin(\delta \omega + \langle Q_{21}^D \rangle) \tau \\ &\quad - \kappa \sin^2 \frac{\theta(z, t)}{2} \int_0^\infty d\tau \varepsilon_2(z, t - \tau) \sin^2 \frac{\theta(z, t - \tau)}{2} \\ &\quad \times \sin(\delta \omega - \langle Q_{21}^D \rangle) \tau, \\ v(z, t; \omega_2) &= \kappa \cos^2 \frac{\theta(z, t)}{2} \int_0^\infty d\tau \varepsilon_2(z, t - \tau) \cos^2 \frac{\theta(z, t - \tau)}{2} \\ &\quad \times \cos(\delta \omega + \langle Q_{21}^D \rangle) \tau \\ &\quad - \kappa \sin^2 \frac{\theta(z, t)}{2} \int_0^\infty d\tau \varepsilon_2(z, t - \tau) \sin^2 \frac{\theta(z, t - \tau)}{2} \\ &\quad \times \cos(\delta \omega - \langle Q_{21}^D \rangle) \tau. \end{aligned} \quad (22)$$

由于 $\varepsilon_2 \cos^2 \theta / 2$ 及 $\varepsilon_2 \sin^2 \theta / 2$ 为缓变函数. 因此, 只有在 $\delta \omega \simeq \pm \langle Q_{21}^D \rangle$, 即 $\omega_2 \simeq \omega_1 \pm \langle Q_{21}^D \rangle$ 时, $u(z, t; \omega_2)$ 及 $v(z, t; \omega_2)$ 才不等于零. 换言之, u 及 v 存在共振现象. 我们集中讨论极化的吸收部份 v . 由(22)式, v 的两项符号相反. 从(21)式, 我们得知当 $\omega_2 \simeq \omega_1 + \langle Q_{21}^D \rangle$ 时, 试探脉冲通过强驱动二能级系统时, 系统对试探脉冲产生吸收效应; 反之, 当 $\omega_2 \simeq \omega_1 - \langle Q_{21}^D \rangle$ 时, 系统对试探脉冲产生放大效应. 以下, 我们解释其物理意义: 在强光作用下, 二能级系统产生交流斯塔克移位, 其共振频率为 $\omega_1 + \langle Q_{21}^D \rangle$. 吸收效应对应于此交流斯塔克移位二能级系统的共振吸收效应(见图 1 中 a). 而放大效应为一种三光子过程. 如图 1 中 b 所示, 原子从强驱动脉冲中吸收两个频率为 ω_1 的光子, 同时放出一个频率为 $\omega_1 - \langle Q_{21}^D \rangle$ 的光子, 使原子从基态跃迁到激发态. 因此, 当试探脉冲的频率为 $\omega_1 - \langle Q_{21}^D \rangle$ 时, 系统将产生受激发射, 使得试探脉冲产生放大效应. 其次, 我们讨论吸收效应与放大效应的相对强度. 由于 $|\theta| < \pi/2$, 因此, $\cos^2 \theta / 2 > \sin^2 \theta / 2$. 由(22)式, 我们得知吸收效应大于放大效应. 只有当 ε_1 强度足够大而使系统趋近于饱和, 即 $|\theta| \simeq \pi/2$ 时, 吸收效应与放大效应才接近于相等.

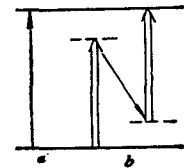


图 1

最后, 我们讨论混频项 $\rho_{21}(z, t; 2\omega_1 - \omega_2)$. 将 ρ_{21} 写成 $\rho_{21}(z, t; 2\omega_1 - \omega_2) = \tilde{\rho}_{21}(z, t; 2\omega_1 - \omega_2) \exp[-i(2\varphi_1(z, t) - \varphi_2(z, t))]$, 则系统的极化为

$$P(z, t; 2\omega_1 - \omega_2) = N \mu \tilde{\rho}_{21}(z, t; 2\omega_1 - \omega_2) e^{-i[2\varphi_1 - \varphi_2]} + \text{c.c.} \quad (23)$$

$\tilde{\rho}_{21}(z, t; 2\omega_1 - \omega_2)$ 可由(19)式求出

$$\tilde{\rho}_{21}(z, t; 2\omega_1 - \omega_2) = -\frac{i\kappa}{2} \left\{ \cos^2 \frac{\theta(z, t)}{2} \int_0^\infty d\tau \varepsilon_2(z, t - \tau) \right.$$

$$\begin{aligned}
& \times \sin^2 \frac{\theta(z, t - \tau)}{2} \exp \left[i \int_{t-\tau}^t d\tau' \left(\frac{\partial \delta \varphi}{\partial \tau'} - \Omega_R^D(z, \tau') \right) \right] \\
& - \sin^2 \frac{\theta(z, t)}{2} \int_0^\infty d\tau \varepsilon_2(z, t - \tau) \cos^2 \frac{\theta(z, t - \tau)}{2} \\
& \times \exp \left[i \int_{t-\tau}^t d\tau' \left(\frac{\partial \delta \varphi}{\partial \tau'} + \Omega_R^D(z, \tau') \right) \right]. \quad (24)
\end{aligned}$$

频率为 $2\omega_1 - \omega_2$ 的极化是由于试探脉冲 $\varepsilon_2(z, t)$ 与驱动脉冲 $\varepsilon_1(z, t)$ 经过非线性混频而产生的。由传统的非线性光学理论, $P(z, t; 2\omega_1 - \omega_2)$ 应与 $\varepsilon_1^2 \varepsilon_2$ 成正比^[9]。在 $\theta \ll 1$ 时, 由(24)式, 我们得到 $P(z, t; 2\omega_1 - \omega_2) \propto \varepsilon_2 \theta^2 \propto \varepsilon_2 \varepsilon_1^2$ 。因此, 我们的理论在 $\theta \ll 1$ 时, 亦为一种三阶非线性现象。我们的理论, 还提供一个非线性极化随入射脉冲演化的图象。此外, 共振增强效应存在于非线性混频过程中。仿照前面的讨论, 如果 $\varepsilon_1(z, t)$ 接近于振幅为 $\langle \varepsilon_1 \rangle$ 的方波, 则当 $\omega_2 \simeq \omega_1 \pm \langle \Omega_R^D \rangle$ 时, 非线性极化 $P(z, t; 2\omega_1 - \omega_2)$ 将产生共振增强效应。

参 考 文 献

- [1] B. R. Mollow, *Phys. Rev.*, **188**(1969), 1969.
- [2] C. Cohen-Tannoudji and S. Reynaud, *J. Phys. B*, **10**(1977), 345.
- [3] B. R. Mollow, *Phys. Rev. A*, **5**(1972), 2217.
- [4] S. Haroche and F. Hartman, *Phys. Rev. A*, **6**(1972), 1280.
- [5] F. Y. Wu, S. Ezekiel, M. Ducloy and B. R. Mollow, *Phys. Rev. Lett.*, **38**(1977), 1077.
- [6] E. Courtens and A. Szoke, *Phys. Rev. A*, **15**(1977), 1588.
- [7] A. Abragam, *The Principle of Nuclear Magnetism* (Oxford U. P., Oxford, 1961).
- [8] D. Grischkowsky, *Phys. Rev. Lett.*, **24**(1972), 866.
- [9] N. Bloembergen, *Nonlinear Optics* (Benjamin, New York, 1965).

THE TRANSIENT BEHAVIOR OF PROBE LASER PULSE IN A TWO-LEVEL SYSTEM STRONGLY DRIVEN BY A NEAR-RESONANT LASER PULSE

FU PAN-MING

(Institute of Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

The interaction between a weak probe laser pulse and a two-level system strongly driven by a near-resonant laser pulse is studied by dressed model. The probe pulse exhibits absorption or amplification when its frequency ω_2 tuned to the resonance frequency $\omega_2 = \omega_1 \pm \langle \Omega_R^D \rangle$. The transient behavior of nonlinear wave-mixing effect, where the resonant enhancement exists, is also obtained.