

Kaluza 理论的运动定律

吴 可 郭 汉 英

(中国科学院理论物理研究所)

1982年5月12日收到

提 要

本文指出,如同在广义相对论中粒子运动方程是场方程的推论一样,在引力场与电磁场的 Kaluza 统一理论中,粒子的运动方程也是场方程的一个推论,即带电粒子在引力场和电磁场中的运动方程可以从 Kaluza 统一理论中的场方程推导出来. 本文进而在 Minkowski 时空的条件下,借助 Maxwell 理论的 Kaluza 形式,得到 Maxwell 方程也包含了带电粒子运动方程的结论.

六十年前, Kaluza^[1] 提出用 5 维时空的一种 Riemann 几何来统一描述 Einstein 引力场和 Maxwell 电磁场. 随后, Klein^[2] 发展了这一思想. 一些作者^[3] 并把 Kaluza 理论推广到引力场和 Yang-Mills 规范场的情况,建立了高维几何的统一表述. 近年来,高维时空的 Kaluza 型表述在超引力理论中起着重要作用,再一次引起了人们的兴趣^[4].

在号差为 (1, 4) 的 5 维 Riemann 时空中引入 Kaluza 度量

$$\begin{aligned} dX^2 &= g_{jk} dx^j dx^k - L^{*2} (dx^5 + A_k dx^k)^2 \\ &= G_{\hat{j}\hat{k}} d\hat{x}^{\hat{j}} d\hat{x}^{\hat{k}} \quad j, k = 0, 1, 2, 3, \quad \hat{j} = (j, 5), \end{aligned} \quad (1)$$

其中 g_{jk} 是 4 维时空度量, A_k 为电磁势, L^* 是 Plank 长度, g_{jk} 与 A_k 都只与 4 维时空点 x 的坐标 x^k 有关,而不依赖于 $x^5 = \theta \in [0, 2\pi]$. 相应于 Kaluza 度量 $G_{\hat{j}\hat{k}}$ 的 Riemann 标量曲率 $\hat{R}$ 给出 Einstein 引力场与 Maxwell 电磁场的统一作用量¹⁾

$$\hat{R} = R - \frac{L^{*2}}{4} F_{jk} F^{jk}, \quad F_{jk} = a_j A_k - a_k A_j, \quad (2)$$

其中 R 为 4 维时空的 Riemann 标量曲率, F_{jk} 是电磁场强.

同时, Kaluza 时空中的测地线给出^[5]

$$\frac{d^2 x^j}{ds^2} + \Gamma_{kl}^j \frac{dx^k}{ds} \frac{dx^l}{ds} = c' g^{jk} F_{kl} \frac{dx^l}{ds}, \quad (3)$$

$$L^{*2} \left(\frac{dx^5}{ds} + A_k \frac{dx^k}{ds} \right) = c' (\text{常数}), \quad (4)$$

其中 ds 为 4 维时空的线元. 显然,只要假定 c' 是带电粒子的荷质比,方程 (3) 与 (4) 就分别是带电粒子在引力场和电磁场中的运动方程,即 Lorentz 方程^[6]和荷质比守恒方程.

我们知道,在广义相对论中,自由粒子沿测地线运动的结论是包括在 Einstein 引力场

1) 我们采用 $c = \hbar = 1$ 的单位,时空号差为 $(+, -, -, -, -)$,

$R_{jkl}^i = \partial_l \Gamma_{jk}^i - \partial_k \Gamma_{jl}^i - \Gamma_{jk}^m \Gamma_{ml}^i + \Gamma_{jl}^m \Gamma_{mk}^i$, $R_{ji} = R_{\hat{j}\hat{i}}$.

方程之中的,或者说这个结论是引力场方程的可积条件. 这是 Einstein 等人的运动理论的精髓^[7-9]. 通常认为,运动理论是广义相对论所特有的^[9].

既然 Kaluza 理论很像高维时空中的广义相对论,人们自然会问:对于 Kaluza 理论,能不能也像广义相对论一样,从场方程中导出粒子的运动方程呢?显然,这是值得深入讨论的.

Dirac 曾经在广义相对论中,从 Einstein 方程和 Maxwell 方程导出了带电粒子在引力场和电磁场中的 Lorentz 方程^[10]. 但这仅仅是把 Einstein 的运动理论推广到包括电磁场和带电粒子的情况,并不是 Kaluza 理论的运动理论.

容易想到把 Einstein 运动理论直接推广到 5 维 Riemann 时空,从 5 维 Einstein 方程和粒子的 5 维物质张量的守恒定律导出 5 维测地线方程,从而建立 Kaluza 理论的运动定律. 但是,5 维 Einstein 方程并不等价于 4 维广义相对论的 Einstein 方程和 Maxwell 方程,粒子的 5 维物质张量也不等价于 4 维时空中粒子的能量动量张量和电流矢量. 这是因为,在 Kaluza 度量中, G_{55} 恒等于 $-L^2$, 并不是独立的场变数,直接由 Kaluza 作用量 (2) 式对 Kaluza 度量 (1) 式变分得到的 5 维 Einstein 方程事实上多了一个相应于 G_{55} 的方程,相应地,粒子 5 维物质张量的 ($t = 5, j = 5$) 的分量也不是粒子所固有的,因此,这种直接推广对于 Kaluza 理论并不适用.

本文指出,要建立 Kaluza 理论的运动定律,必须自始至终保持 Kaluza 度量的条件. 换言之, Kaluza 理论的变分原理事实上是条件极值问题. 我们采用拉氏乘子法引入 Kaluza 度量的条件,通过变分原理得到与 Einstein 方程和 Maxwell 方程等价的 14 个 Kaluza 方程,进而利用 5 维的 Bianchi 恒等式,从 Kaluza 方程中导出粒子沿 5 维测地线运动的结论. 从而建立了 Kaluza 理论的运动理论.

对于 4 维时空退化为平直的情形, Kaluza 理论就还原为 Maxwell 理论. 只要注意到此时不仅 G_{55} 不是场变数,而且 $G_{ij} = g_{ij} = \eta_{ij} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ 也不是场变数,引入相应的拉氏乘子,仍可把问题化为对 Kaluza 度量变分的条件极值问题,从而也可以得到 Kaluza 场方程(此时即 Maxwell 方程)包括带电粒子在电磁场中的运动方程的结论.

下面,我们首先运用拉氏乘子法,通过变分原理导出 Kaluza 场方程,然后导出粒子的运动定律;最后,在 4 维时空退化为平直的情形下,给出 Maxwell 理论的运动定律.

引入伪正交标架表示 Kaluza 度量¹⁾

$$dX^2 = \eta_{ab}\theta^a\theta^b - \theta^5\theta^5 = \eta_{\hat{a}\hat{b}}\theta^{\hat{a}}\theta^{\hat{b}}, \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} (\eta_{ab})_{a,b=0,\dots,3} &= \text{diag}(1, -1, -1, -1), \\ (\eta_{\hat{a}\hat{b}})_{\hat{a},\hat{b}=0,\dots,3,5} &= \text{diag}(1, -1, -1, -1, -1), \\ \theta^a &= \theta_i^a(x)dx^i, \quad \theta^5 = \theta_j^5 dx^j = L^*(dx^5 + A_j(x)dx^j), \\ g_{ik} &= \eta_{ab}\theta_i^a\theta_k^b, \quad G_{\hat{j}\hat{k}} = \eta_{\hat{a}\hat{b}}\theta_j^{\hat{a}}\theta_k^{\hat{b}}. \end{aligned} \quad (6)$$

显然, $\theta_k^{\hat{a}}(x)$ 也只依赖于 4 维时空 V^4 中点 x 的坐标,而与第 5 维(单位圆 S^1) 的坐标 x^5 无

1) 拉丁字母 $a, b, c, \dots$ 为标架指标, $i, j, k, \dots$ 为坐标指标;冠以“ $\hat{}$ ”表示相应的 Kaluza 指标.

关。

在 Kaluza 时空中考虑一质量为 m , 电荷为 q 的粒子。其作用量取为

$$S_p = \alpha \cdot \int_{L(\xi)} d\chi, \quad (7)$$

其中 α 是与 m, q 有关的常数, $[\alpha] = [m]$; $L(\xi)$ 是粒子的运动轨迹

$$L = L(\xi^0, \dots, \xi^3, \xi^5),$$

且

$$\begin{aligned} d\chi^2 &= \eta_{ab} \theta_j^a(\xi) \cdot \theta_k^b(\xi) \cdot d\xi^j \cdot d\xi^k \quad \xi = (\xi^0, \dots, \xi^3), \\ \theta_j^a(\xi) &= \int_{V^4} d^4x \cdot \delta(x - \xi) \cdot \theta_j^a(x). \end{aligned} \quad (8)$$

以该粒子为源的 Kaluza 系统的作用量为

$$\begin{aligned} S &= S_K + S_p, \\ S_K &= \kappa^{-1} \int_{\hat{V}} d^5\theta \cdot \hat{R} = \kappa^{-1} \int_{\hat{V}} \sqrt{G} d^5x \cdot \hat{R} \quad G = \det(G_{ik}^*), \end{aligned} \quad (9)$$

其中 κ 是引力常数, $\hat{V} = V^4 \times S^1 = V^4 \times [0, 2\pi]$.

可以由变分原理求出 Kaluza 场方程, 但如前所述, 必须保持 Kaluza 度量条件 $G_{55} = -L^{*2}$ 或 $\theta_5^5 = L^*$. 为此, 我们引入拉氏乘子项

$$S_\lambda = \kappa^{-1} \int_{\hat{V}} \sqrt{G} d^5x \cdot \lambda(x) \cdot [\theta_5^5(x) - L^*]. \quad (10)$$

这样, 求系统 Kaluza 场方程的问题就化为对于 Kaluza 标架 θ_j^i 的如下变分问题:

$$\delta(S_K + S_p + S_\lambda) = 0. \quad (11)$$

不难证明, 由此可以得到

$$\hat{R}^{i\hat{b}} - \frac{1}{2} \theta^{\hat{b}\hat{b}} \hat{R} = \frac{\alpha\kappa}{2\pi} G^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\chi \cdot \delta(x - \xi) \theta_j^b \frac{d\xi^j}{d\chi} \cdot \frac{d\xi^i}{d\chi} + \lambda(x) \eta^{\hat{b}5} \delta_5^i. \quad (12)$$

于是, 得到拉氏乘子的表达式

$$\lambda(x) = \frac{\alpha\kappa}{2\pi} G^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\chi \cdot \delta(x - \xi) \theta_j^5 \frac{d\xi^j}{d\chi} \cdot \frac{d\xi^5}{d\chi} - \left(\hat{R}^{55} - \frac{1}{2} \theta^{55} \hat{R} \right) \quad (13)$$

与 Kaluza 方程

$$\hat{R}^{ij} - \frac{1}{2} G^{ij} \hat{R} = \frac{\alpha\kappa}{2\pi} G^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\chi \cdot \delta(x - \xi) \cdot \frac{d\xi^i}{d\chi} \cdot \frac{d\xi^j}{d\chi}, \quad (14_1)$$

$$\hat{R}^{i5} - \frac{1}{2} \theta^{i5} \hat{R} = \frac{\alpha\kappa}{2\pi} G^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\chi \cdot \delta(x - \xi) \cdot \theta_j^5 \frac{d\xi^j}{d\chi} \cdot \frac{d\xi^i}{d\chi}. \quad (14_2)$$

以后我们将证明 Kaluza 方程 (14₁), (14₂) 分别就是以这个粒子为源的 Einstein 方程和 Maxwell 方程。这里, 我们首先证明 Kaluza 方程包含粒子沿测地线运动的结论。

利用 Kaluza 时空中的 Bianchi 恒等式可以证明

$$\left(\hat{R}^{i\hat{b}} - \frac{1}{2} \theta^{\hat{b}\hat{b}} \hat{R} \right)_{;i} = 0, \quad (15)$$

其中“ $;$ ”表示对 5 维度规联络的协变导数。同时利用 5 维度规联络(见附录)通过计算可得

$$(\lambda(x) \eta^{\hat{b}5} \delta_5^i)_{;i} = 0. \quad (16)$$

因此我们由 Kaluza 方程可以得到

$$\left[\int_{-\infty}^{+\infty} d\chi \cdot \delta(x - \xi) \theta_j^i \frac{d\xi^i}{d\chi} \cdot \frac{d\xi^j}{d\chi} \right]_{i,j} = 0. \quad (17)$$

由于

$$\theta_j^i \left(\frac{d\xi^i}{d\chi} \cdot \frac{d\xi^j}{d\chi} \delta(x - \xi) \right)_{i,j} = \theta_j^i \left[\delta(x - \xi)_{i,j} \frac{d\xi^i}{d\chi} \cdot \frac{d\xi^j}{d\chi} + \hat{\Gamma}_{i\hat{k}}^j \frac{d\xi^i}{d\chi} \cdot \frac{d\xi^{\hat{k}}}{d\chi} \delta(x - \xi) \right],$$

$$\delta(x - \xi)_{i,j} \frac{d\xi^i}{d\chi} \cdot \frac{d\xi^j}{d\chi} = - \frac{d}{d\chi} \left(\delta(x - \xi) \cdot \frac{d\xi^i}{d\chi} \right) + \delta(x - \xi) \frac{d^2 \xi^i}{d\chi^2},$$

由 (17) 式即可导出 Kaluza 时空中的测地线方程

$$\frac{d^2 \xi^i}{d\chi^2} + \hat{\Gamma}_{i\hat{k}}^j \frac{d\xi^i}{d\chi} \cdot \frac{d\xi^{\hat{k}}}{d\chi} = 0. \quad (18)$$

由于 $\{\xi^i\}$ 是粒子在 Kaluza 时空中的坐标, 这样就证明了 Kaluza 场方程 (14) (或 (12)) 是包括粒子沿 Kaluza 测地线运动的这一结论的.

利用附录中给出的 $\hat{\Gamma}_{i\hat{k}}^j$, 不难证明 (18) 式给出一守恒方程和 4 个运动方程

$$\frac{d}{d\chi} \left(\frac{d\xi^5}{d\chi} + A_k \frac{d\xi^k}{d\chi} \right) = 0, \quad (19_1)$$

$$\frac{d^2 \xi^i}{d\chi^2} + \Gamma_{i\hat{k}}^j \frac{d\xi^i}{d\chi} \cdot \frac{d\xi^{\hat{k}}}{d\chi} + L^{*2} \left(\frac{d\xi^5}{d\chi} + A_k \frac{d\xi^k}{d\chi} \right) \cdot F_i^j \frac{d\xi^j}{d\chi} = 0. \quad (19_2)$$

令

$$L^{*2} \left(\frac{d\xi^5}{d\chi} + A_k \frac{d\xi^k}{d\chi} \right) = \beta = (\text{常数}), \quad (20)$$

于是有

$$\frac{d\chi}{ds} = L^* (L^{*2} + \beta^2)^{1/2}. \quad (21)$$

取 β 满足荷质比条件

$$C' = \frac{q}{m} = -L^* \beta (L^{*2} + \beta^2)^{-1/2}, \quad (22)$$

则方程 (19₁) 与 (19₂) 就分别化为粒子的荷质比守恒方程 (4) 和 Lorentz 方程 (3).

同时, 利用附录中给出的 $\hat{\Gamma}_{i\hat{k}}^j$, 不难证明 Kaluza 方程 (14₁) 与 (14₂) 分别给出

$$R^{ii} - \frac{1}{2} g^{ij} R = \frac{\kappa}{2} \left(F^{ik} F_k^i + \frac{1}{4} g^{ij} F_{kl} F^{kl} \right) + \frac{\kappa m}{\sqrt{-g}} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - \xi) \cdot \frac{d\xi^i}{ds} \cdot \frac{d\xi^j}{ds} ds, \quad (23_1)$$

$$F^{ij}; j = \frac{q}{\sqrt{-g}} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - \xi) \frac{d\xi^i}{ds} ds. \quad (23_2)$$

这就是以带电粒子为源的 Einstein 方程和 Maxwell 方程, 这里, 我们已取 α 为

$$\alpha = \frac{2\pi \sqrt{L^{*2} - c'^2}}{L^*} m. \quad (24)$$

最后, 我们借助 Maxwell 理论的 Kaluza 形式来考察 Maxwell 理论的运动定律.

此时, V^4 即 Minkowski 时空, 因而 Kaluza 度量 (1) 式和 Kaluza 作用量 (2) 式分别退化为

$$dX^2 = \eta_{ik} dx^i dx^k - L^{*2} (dx^5 + A_k dx^k)^2 = G_{ik}^0 dx^i dx^k, \quad (25)$$

$$\hat{R} = -\frac{L^{*2}}{4} F_{ik} F^{ik}. \quad (26)$$

因而在 Maxwell 理论的 Kaluza 形式中, $G^{ik} = \eta^{ik}$ 与 $G_{55} = -L^{*2}$ 一样, 都不是动力学变量. 我们在变分原理中引入新的拉氏乘子项来保证这一点

$$S_A = \kappa^{-1} \int_{\mathcal{P}} \sqrt{G} d^5x \Lambda^{ik} (G_{ik} - G_{ik}^0). \quad (27)$$

同时, Kaluza 作用量和粒子作用量不变. 这样, 对 G_{ik} 变分便得到

$$\hat{R}^{ik} - \frac{1}{2} G_{ik}^0 \hat{R} = \frac{\alpha \cdot \kappa}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\chi \cdot \delta(x - \xi) \frac{d\xi^i}{d\chi} \cdot \frac{d\xi^k}{d\chi} + \Lambda^{ik}, \quad (28)$$

其中

$$\Lambda^{ik} = \lambda^{ik}, \quad \Lambda^{5j} = -A_k \Lambda^{kj}, \quad \Lambda^{55} = \lambda^{55} - A_i A_j \lambda^{ij}. \quad (29)$$

最终得

$$\lambda^{55} = \frac{3}{8} F^{ij} F_{ij} - \kappa m \int_{-\infty}^{+\infty} ds \delta(x - \xi) \left(\frac{d\xi^5}{ds} + A_k \frac{d\xi^k}{ds} \right)^2, \quad (30)$$

$$\lambda^{ij} = \frac{\kappa}{2} (F^{ki} F_{kj} - \frac{1}{4} \eta^{ij} F^{kl} F_{kl}) - m\kappa \int_{-\infty}^{+\infty} ds \delta(x - \xi) \frac{d\xi^i}{ds} \frac{d\xi^j}{ds}, \quad (31)$$

$$F^{ij}, j = q \int_{-\infty}^{+\infty} ds \delta(x - \xi) \frac{d\xi^i}{ds}. \quad (32)$$

利用 5 维的 Bianchi 恒等式, 以及 Λ_j^i 的表达式, 同样可以得到与 (17) 式相应的方程, 并进而导出 5 维测地线方程. 由于 Kaluza 方程 (28) 或 (32) 即 Maxwell 方程, 因而得到 Maxwell 理论的 Kaluza 形式亦包括粒子的 Lorentz 方程的结论.

本文的方法同样可以用来讨论度量为

$$dX^2 = g_{ij} dx^i dx^j - h(x) (dx^5 + A_k dx^k)^2 \quad (33)$$

的五维空间中运动问题, 并可推广到更一般的情况, 这些内容留待后文叙述.

附 录

Kaluza 联络 $\hat{\Gamma}_{jk}^i$ 与 $\hat{R}_{jk}$ 张量的非零分量为

$$\hat{\Gamma}_{jk}^i = \Gamma_{jk}^i - \frac{1}{2} L^{*2} g^{il} (A_j F_{kl} + A_k F_{jl}),$$

$$\hat{\Gamma}_{jk}^5 = -A_l \Gamma_{jk}^l + \frac{1}{2} L^{*2} A^l (A_j F_{kl} + A_k F_{jl}) + \frac{1}{2} (\partial_k A_j + \partial_j A_k),$$

$$\hat{\Gamma}_{5k}^i = \frac{1}{2} L^{*2} A^i F_{kl},$$

$$\hat{\Gamma}_{5k}^5 = \frac{1}{2} F_k^i \cdot L^{*2},$$

$$\hat{R}_{jk} = R_{jk} - \frac{1}{4} L^{*4} A_i A_k F^{il} F_{jl} - \frac{1}{2} L^{*2} (A_j F_{kl}^l + A_k F_{jl}^l) - \frac{1}{2} L^{*2} F_j^l F_{lk},$$

$$\hat{R}_{5k} = -\frac{1}{4} L^{*4} A_k F^{il} F_{il} - \frac{1}{2} L^{*2} F_{kl}^l,$$

$$\hat{R}_{55} = -\frac{1}{4} L^{*4} F^{jk} F_{jk}.$$

参 考 文 献

- [1] Th. Kaluza, S. B. Preuss, *Akad. Wiss*, K1 (1921), 966.
- [2] O. Klein, *Z. Phys.*, **37** (1926), 895.
- [3] 例如见 B. DeWitt, in *Relativity, Groups and Topology*, ed. by C. DeWitt and B. DeWitt, (1964), Blackie and Son Ltd.
- [4] 例如见 E. Witten, Search for a realistic Kaluza-Klein theory, Preprint, (1981).
- [5] 例如见 W. Pauli, *Theory of Relativity*, (1958), Pergaman Press.
- [6] 例如见 S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology*, (1972), John Wiley.
- [7] A. Eiustein, L. Infeld and B. Hoffmann, *Ann. Math.*, **39** (1938), 65.
- [8] V. Fock, *The Theory of Space Time and Gravitation*, (1959), *Pergaman Press*.
- [9] L. Infeld and J. Plebanski, *Motion and Relativity*, (1960), Warszawa.
- [10] P. A. M. Dirac, *General Theory of Relativity*, (1975), John Wiley.

THE PROBLEM OF MOTION IN THE KALUZA THEORY

Wu Ke Guo Han-ying

(Institute of Theoretical Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

It is shown that the statement about the equations of motion for a charged massive particle would be a consequence of the field equations in the Kaluza unified theory of gravitation and electromagnetism, i.e. the equations of motion for the particle could be deduced from the Kaluza field equations, just as in Einstein's theory of general relativity, the equations of motion for a massive particle would be a consequence of the Einstein equations. Furthermore, the Lorentz equations for a particle moving in the Maxwell electromagnetic field in Minkowskian space-time could also be obtained from the Maxwell equations by using the Kaluza formalism of Maxwell theory.

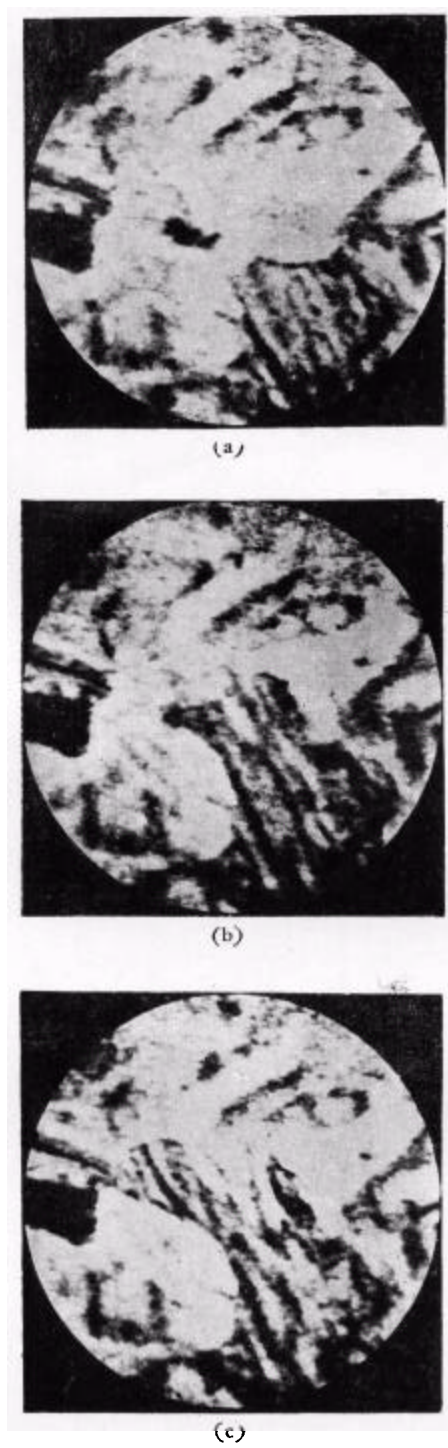


图2 $\gamma \rightarrow \beta$ 相变,条纹组织的生长, 40,000 $\times$,录像翻拍.

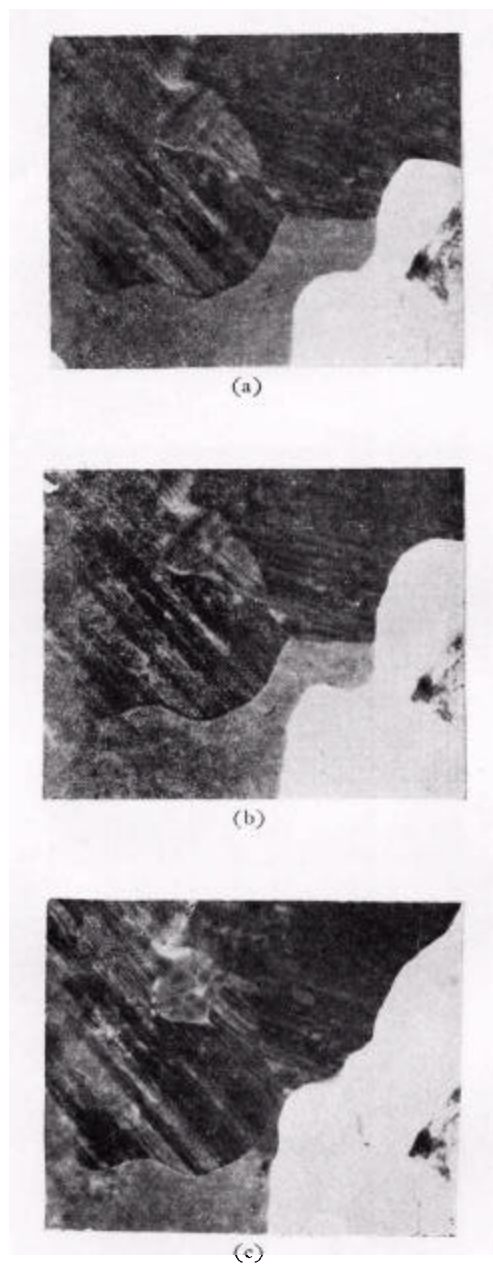


图3 空洞(白区)扩展早期, 510°C, 15,000×

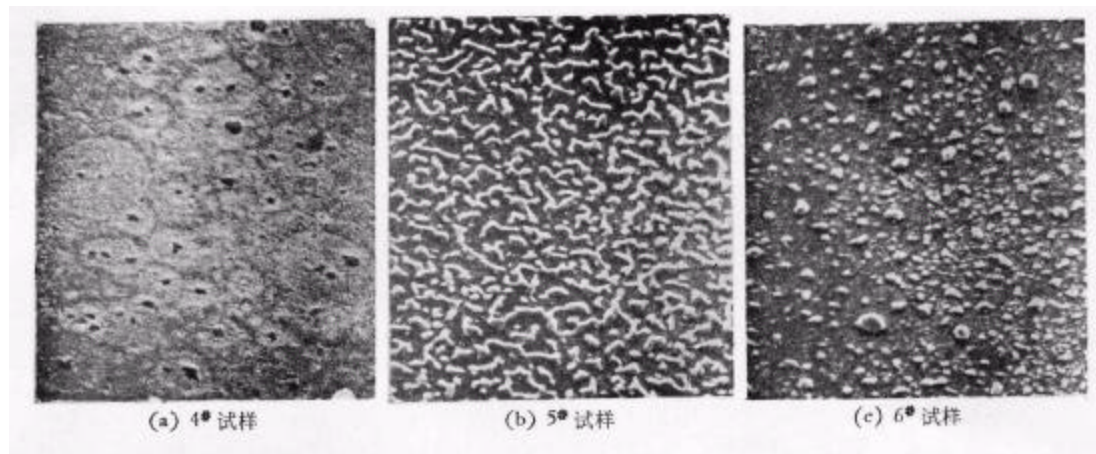


图 4 450°C 合金 15 分钟 900×

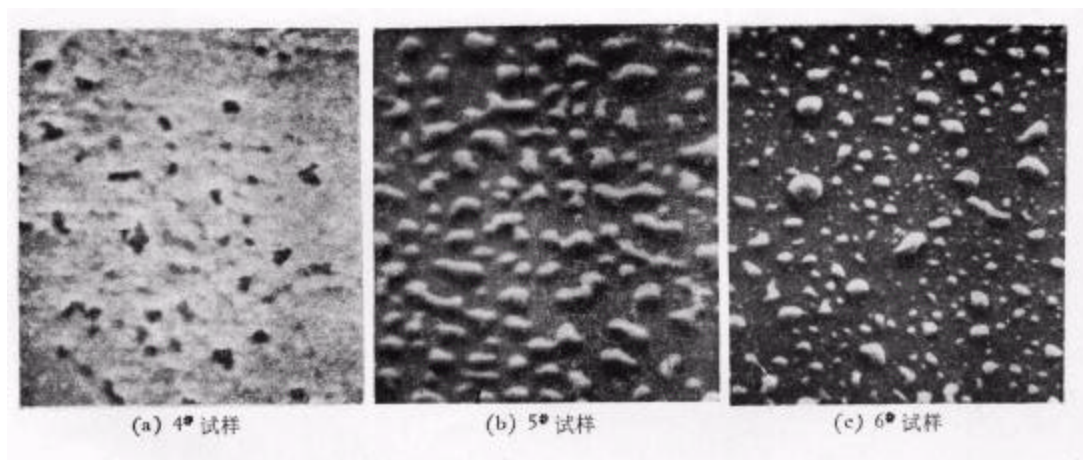


图 5 510°C 合金 15 分钟 1300×

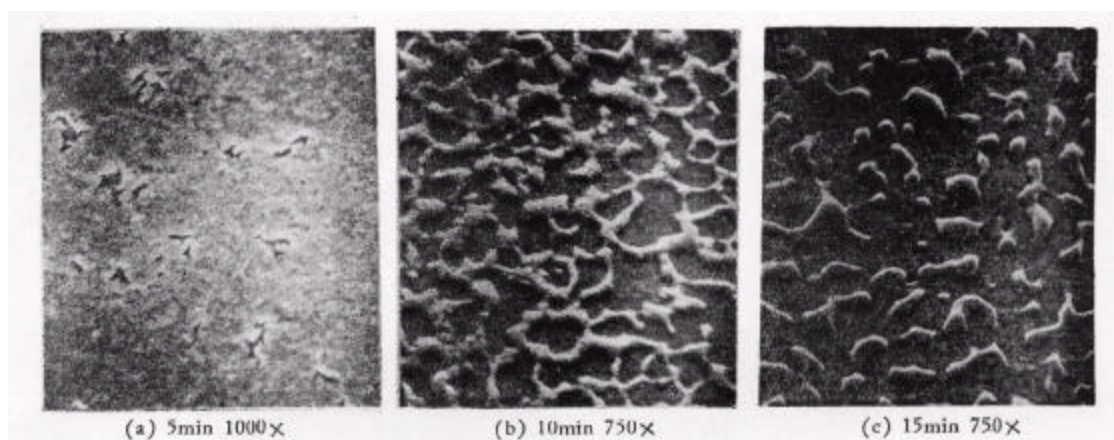


图6 5# 试样快速升温 510°C

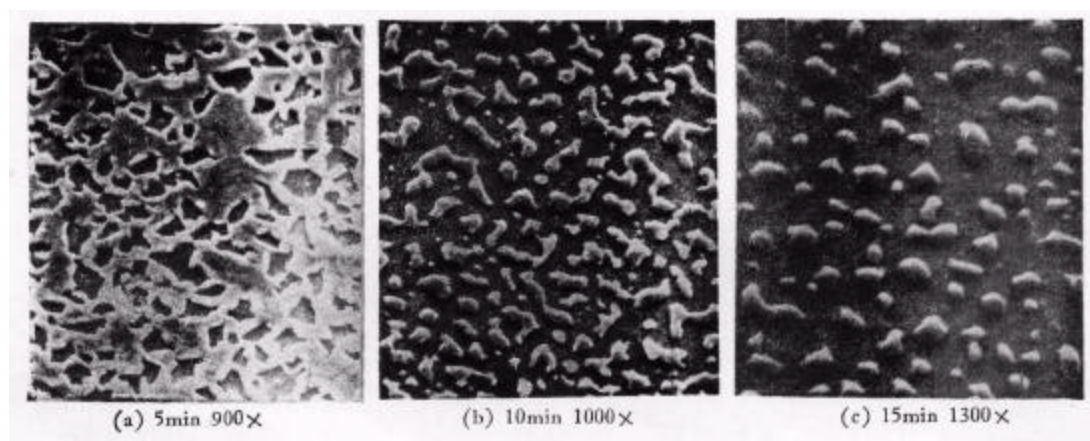


图7 5# 试样较慢升温 510°C

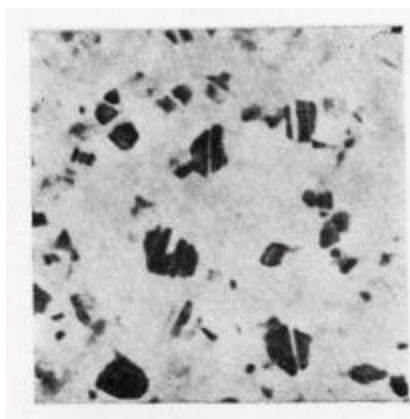
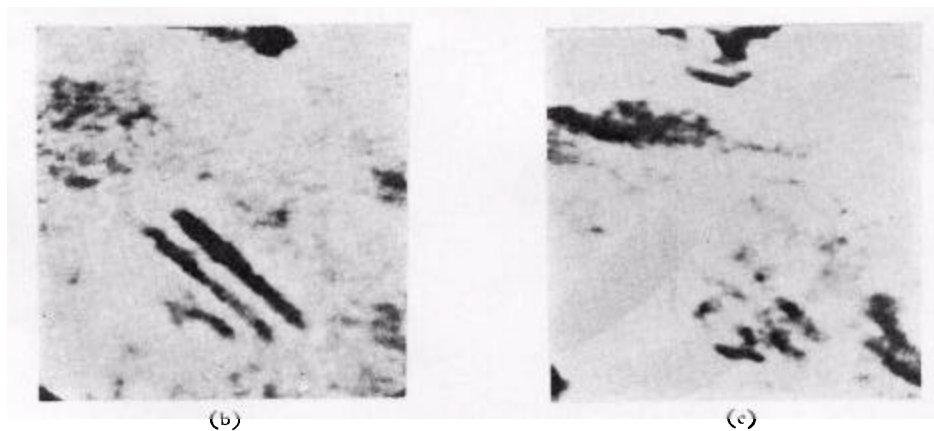


图1 Cu-Ti 合金膜(500 埃) 650°C 晶粒照片 50,000×



(a)



(b)

(c)

图2 衬度迅速变化的录相照片 80,000×

(Cu-Ti, 1000 埃, 700°C) (a) — (c) 持续约 1 秒钟

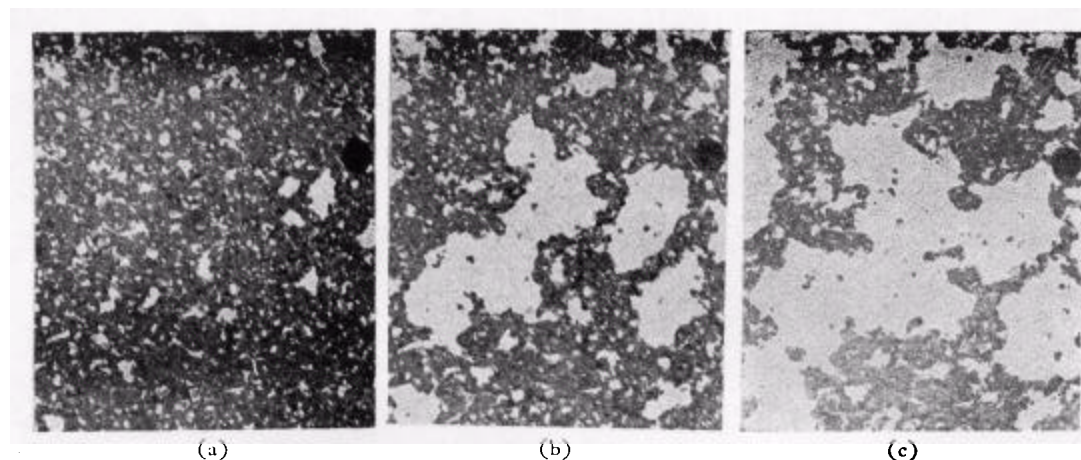


图3 空洞的扩展 $40,000\times$

(Cu-Si 3%, 1,000 埃, 650°C) 间隔一分钟拍摄

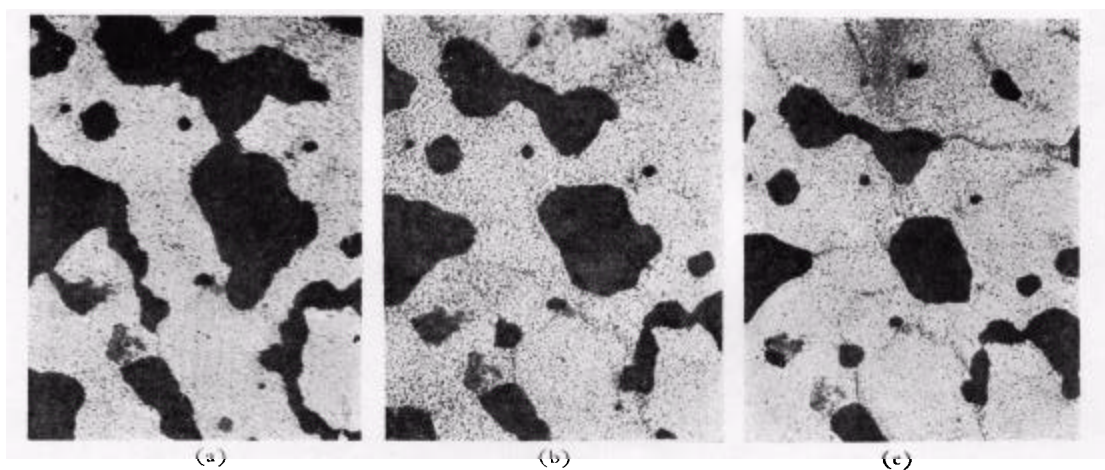


图4 小岛的分离与聚结 $6300\times$

(Cu-Sn-Ti 薄膜, 1000 埃, 850°C 下连续拍照)
(a) — (b) 间隔 2 分钟; (b) — (c) 间隔 4 分钟

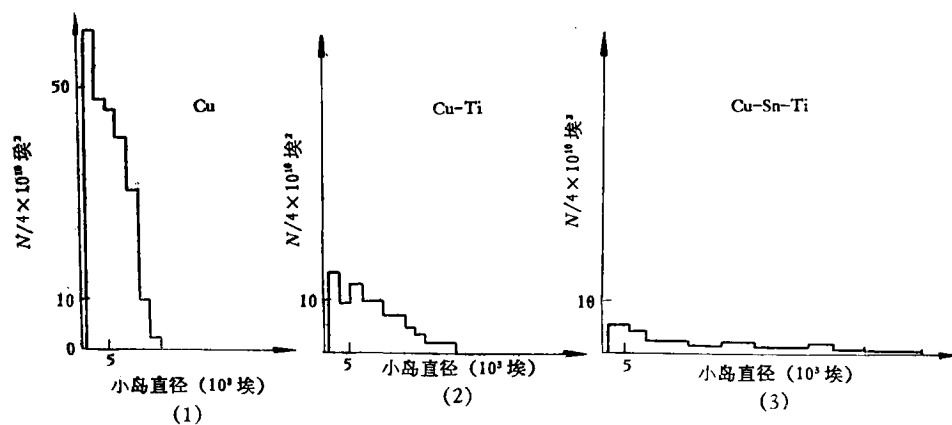
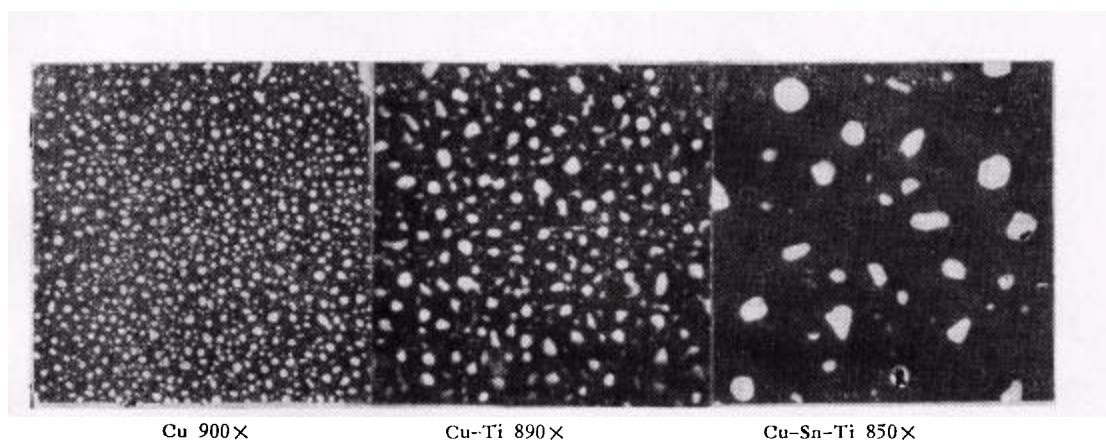


图6 不同成份的合金薄膜聚结球化的对比(石墨基底, 1000 埃, 850℃, 10 分钟)

上图为 SEM 照片; 下图为球化颗粒的粒度分布

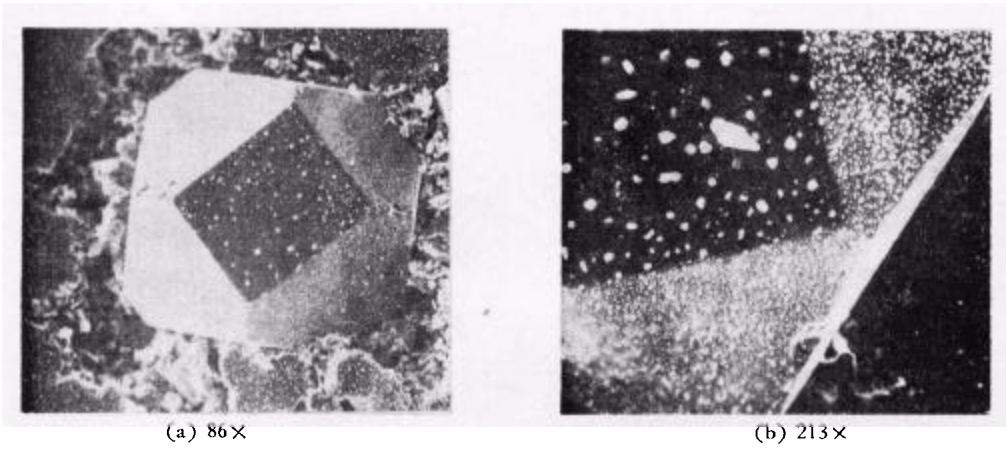


图7 薄膜在金刚石不同表面聚结球化的对比

(a) 为 Cu-Sn-Ti 500 埃；(b) 为 Cu-Sn-Ti 1000 埃，850℃，10 分钟

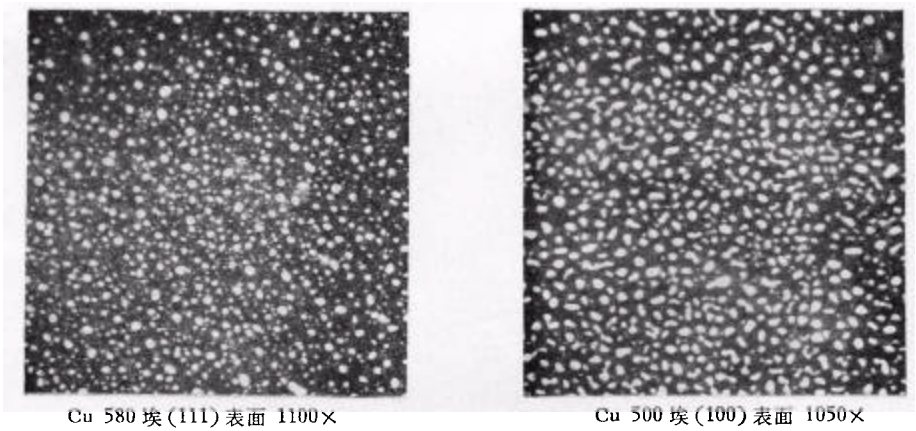


图8 薄膜在金刚石不同表面聚结球化的对比(850℃，10 分钟真空热处理)

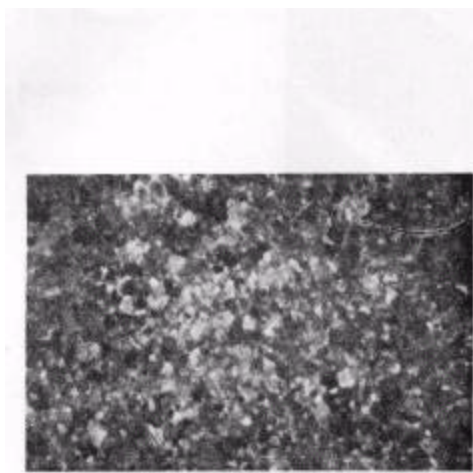


图 2 150°, 10' 样品的图象 48,000×

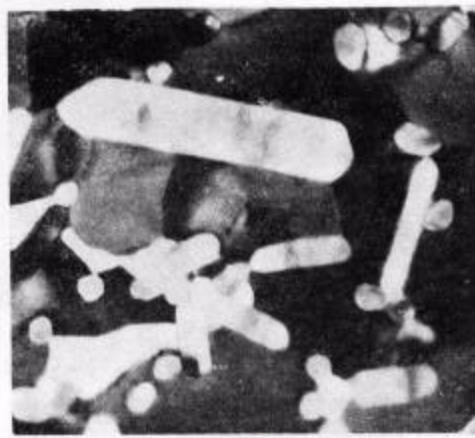


图 3 330°, 1' 样品的图象 48,000×

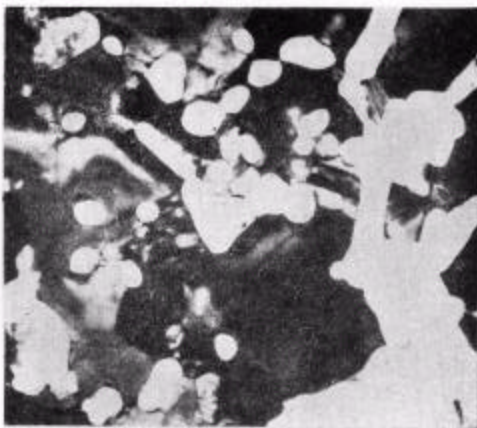


图 4 330°, 15' 样品的图象 40,000×

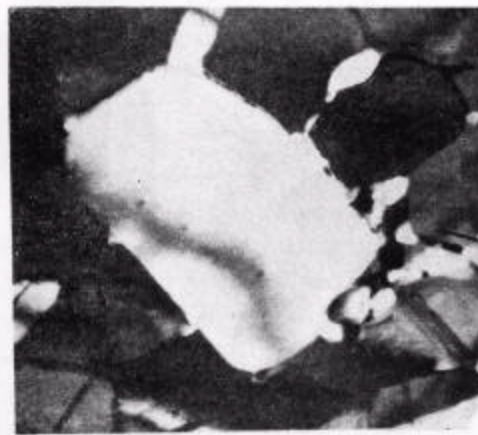


图 5 410°, 3' 样品的图象 48,000×

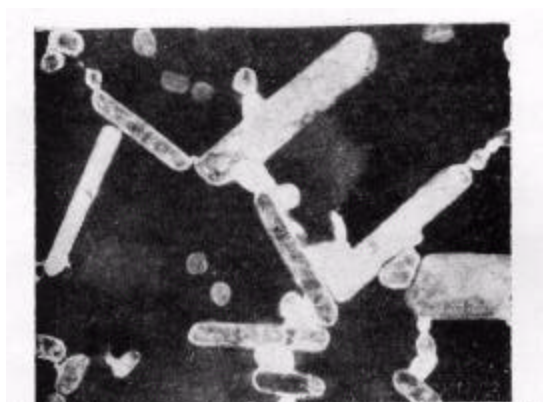


图6 350°C, 1' 经 HCl 腐蚀 5 分钟后样品的图象 40,000×

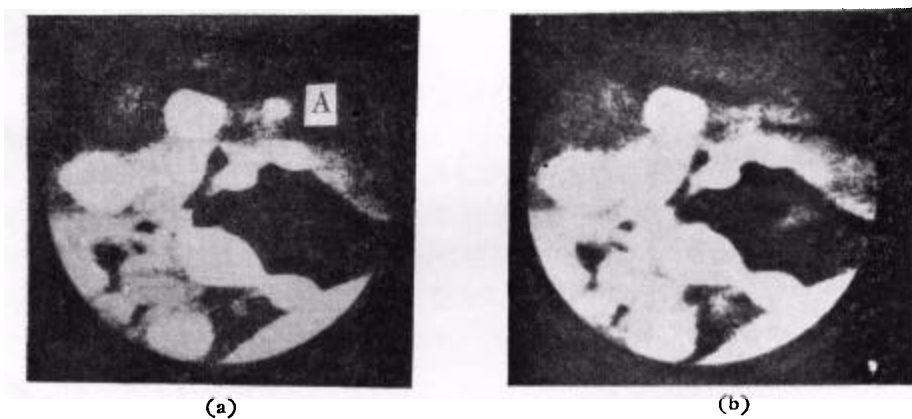


图7 NiGe 晶粒(以 A 标记)被 α 相吞并 20,000× (从录象翻拍, 间隔约 2 秒)

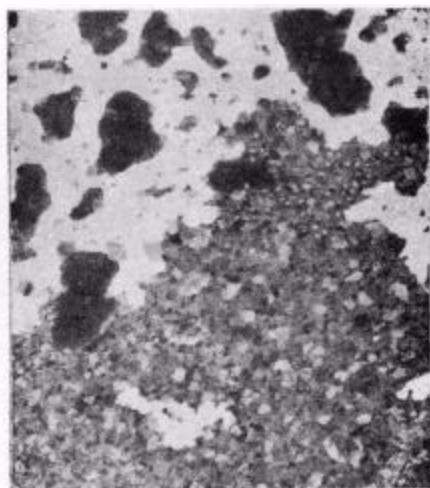


图8 Au-Ge-Ni 膜的缩聚区和未缩聚区 5,000×