

低杂波在托卡马克中的波导耦合特性

马中芳 李大丰 陈 激

(中国科学院等离子体物理研究所)

1981年5月22日收到

提 要

本文研究了托卡马克中隔板附近的密度陡变对低杂波波导发射和耦合的影响,发现在密度快变区存在大的波反射,严重影响了波导的耦合效率,反射的波在密度快变区和真空壁之间造成驻波场,改变了功率和能流的谱分布,使它们对等离子体边界性质变得十分敏感。此外,密度的快变还可能放宽可近性条件。

一、引 言

在核聚变研究中,低杂波加热已成为大型托卡马克辅助加热可能的重要手段之一。Brambilla 关于调相波导组的自治场理论^[1],获得初步实验验证后,许多托卡马克装置都用他的理论来设计低杂波加热的波导系统。但是, Brambilla 的波导理论所用的等离子体边界条件与托卡马克的真实边界条件有较大的出入。通常的托卡马克边界附近都有隔板,在隔板的阴影部分,等离子体密度很低,而隔板附近往往存在一个密度的快变区域。这样的等离子体边界条件将会对低杂波的耦合和传播有较大的影响。

Brambilla^[1] 在处理等离子体区域时假定,传播的波通过截止点后可以无反射地一直传播到等离子体中心,即使发生反射,由于射线轨迹的弯曲,反射波也不会影响波导的耦合效率,所以他在假定等离子体边界有一定的密度梯度后,在边界截止点附近解低密度近似的波动方程,对得到的解作大宗量展开,与用低密度近似的 WKB 解连接,假定没有反射波,从而得到等离子体边界的波阻抗。

Brambilla 的理论假定的边界密度梯度是受一定限制的。梯度太陡 (10^{12}cm^{-4} 以上)低密度近似的波动方程将非常局限于边界,与用低密度近似的 WKB 解相接是不合理的。梯度太缓 (10^{11}cm^{-4} 以下),由于一般的托卡马克装置中心密度总在 10^{13}cm^{-3} 以上,虽然等离子体边界处可以有低的密度梯度,但在隔板附近总会有密度的快变,入射波在这快变区内会发生波的反射。由于托卡马克的隔板一般离壁很近,隔板外低密度区的射线轨迹不会有大的弯曲,因此隔板附近的反射会影响波导的耦合效率,更会影响到低杂波与等离子体的耦合特性。

因此,我们假定了一个与真实托卡马克更为接近的等离子体边界模型,考虑了边界附近隔板处等离子体密度的快变,计算了它对波导耦合的影响。发现在绝大多数参数下,它严重影响了波导的耦合效率,增加了波导的反射系数,在密度快变区内,波经受了较大的

反射, 反射的波除一部分返回波导, 影响波导的耦合效率外, 其余部分在密度快变区和真空壁之间被反射和吸收, 造成驻波场. 这可能是引起表面加热的原因之一. 长波时, 在密度快变区透射的能流中, 还有一部分属于快波, 因此能够到达等离子体中心发生低混杂共振或线性模转换的功率是有限的. 在高密度运行的 Alcator 型托卡马克中, 密度快变将更陡, 因而上述问题都将更严重. 此外, 密度快变区的反射也会改变功率和能流的谱分布, 在短波段出现第二个峰并使它们对等离子体边界性质变得十分敏感, 但是适当选择波导的尺寸可以在一定程度上控制能流的谱分布. 最后, 密度的快变还可能通过隧道效应放宽可近性条件, 使本来属于不可近谱范围的波仍然进到了等离子体中心.

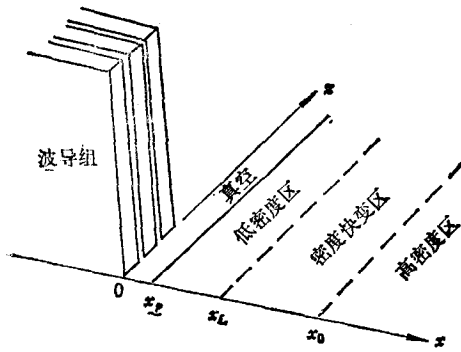


图1 波导耦合的模型

通过隧道效应放宽可近性条件, 使本来属于不可近谱范围的波仍然进到了等离子体中心.

二、物理模型和计算方案

我们采用图1的两维平板模型, 均匀的稳态磁场沿 z 轴, 等离子体密度变化沿 x 方向, y 方向认为是均匀无限的.

在波导、真空和等离子体低密度区采用与 Brambilla 类似的做法^[1], 只要知道了入射波在等离子体边界的电场反射系数 $y(k_{||})$, 便可利用波导口的电磁场连续条件, 解下列线性方程组:

$$\begin{cases} \sum_{p=1}^N \sum_{n=0}^{\infty} K_{mn}(q, p)(\alpha_{np} + \beta_{np}) + (\alpha_{mq} + \beta_{mq}) = 2\alpha_{mq}, \\ K_{mn}(q, p) = \frac{4\pi k_m}{b} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_{||} \frac{F_{mq}^*(k_{||}) F_{np}(k_{||})}{k_{\perp}} \cdot \frac{1 + y(k_{||})}{1 - y(k_{||})}, \\ k_m|_{m=0} = \frac{1}{2} k_0 \\ F_{np}(k_{||}) = -i \frac{k_{||}}{2\pi} \frac{1 - (-1)^n e^{-ik_{||}b}}{k_{||}^2 - (n\pi/b)^2} e^{-ik_{||}x_p}, \end{cases} \quad (1)$$

其中 $x_p = b + d$, b, d 是波导宽度和两个波导之间的间距. $k_0 = \omega/c$ 是真空中波数, $k_{||}$ 是沿 z 方向的波数.

$$k_m = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2}; \quad k_{\perp} = \sqrt{k_0^2 - k_{||}^2}.$$

根号内的值为负数时, k_m 和 $k_{\perp}$ 都取正虚根.

$\sum_{p=1}^N$ 是对 N 个波导求和, $\sum_{n=0}^{\infty}$ 是对所有的波导本征模求和, 一般我们取四个以上的模式就够了. α_{np} 和 β_{np} 分别为第 p 个波导中第 n 个模式的人射波和反射波的复振幅. 假定入

射波只有零次模, 则 $\alpha_{0p} = e^{i\phi_p}$, ϕ_p 是第 p 个波导的位相. 由以上方程组解得 β_{np} , 从而求得波导的反射系数 R

$$R = \sum_{p=1}^N |\beta_{0p}|^2 / \sum_{p=1}^N |\alpha_{0p}|^2. \quad (2)$$

利用波导口电场连接条件

$$\sigma(k_{||})(1 - \gamma(k_{||})) = \sum_{p=1}^N \sum_{n=0}^{\infty} (\alpha_{np} + \beta_{np}) F_{np}(k_{||}), \quad (3)$$

可求得波导口的发射功率谱分布 $|\sigma(k_{||})|^2$ 和相应的沿 x 方向的能流谱分布

$$\bar{S}_x(k_{||}) = \frac{c}{2} |\sigma(k_{||})|^2 \frac{k_0}{|k_{\perp}|} \operatorname{Im} \gamma(k_{||}) \quad (k_{||} > k_0). \quad (4)$$

Im 表示虚部. 入射波在等离子体边界的电场反射系数 $\gamma(k_{||})$ 可由等离子体边界的波阻抗 $z(k_{||})$ 所确定

$$\begin{aligned} \gamma(k_{||}) &= \frac{1 - z(k_{||})}{1 + z(k_{||})} e^{2ik_{\perp}x_p}, \\ z(k_{||}) &= \frac{k_0}{k_{\perp}} \frac{E_z}{B_y} \Big|_{x=x_p}. \end{aligned} \quad (5)$$

我们把等离子体区分成三个部分, $x_p < x < x_L$ 是隔板的阴影部分, 具有以 ∇n_e 为梯度的线性密度分布, $x > x_L$ 处有一个密度的快变区, 约有 $2-3\text{cm}^2$, $x > x_0$ 的等离子体中心则是较平缓的高密度分布(见图 2).

对于低密度区中的慢波, 可以解通常的低密度近似的波动方程

$$\frac{d^2 E_z}{dx^2} + k_{\perp}^2 q^2 \xi E_z = 0, \quad (6)$$

其中

$$q^2 = \frac{\nabla n_e}{n_e}, \quad \xi = (x - x_c),$$

而 n_c 和 x_c 分别为截止点(局部电子等离子体频率等于波频率的点)的密度和坐标.

$k_{||} < k_0$ 的解在截止点内是消失波, 只要取在等离子体内只有衰减波的边界条件, 便可定出边界的相对波阻抗

$$z(k_{||}) = \frac{k_0}{k_{\perp}} \frac{E_z}{B_y} \Big|_{x=x_p} = \frac{J_{\frac{1}{3}}(\zeta_p) + J_{-\frac{1}{3}}(\zeta_p)}{J_{\frac{2}{3}}(\zeta_p) - J_{-\frac{2}{3}}(\zeta_p)} \quad \zeta_p = \frac{2}{3} \frac{k_{\perp}}{q^2}. \quad (7)$$

J 为贝塞耳函数.

$k_{||} > k_0$ 的解要由等离子体内部的条件所决定, 它在等离子体边界的相对波阻抗为

$$z(k_{||}) = -i \frac{k_0}{|k_{\perp}|} \frac{E_z}{B_y} \Big|_{x=x_p} = \frac{I_{\frac{1}{3}}(\zeta_p) - \rho I_{-\frac{1}{3}}(\zeta_p)}{I_{\frac{2}{3}}(\zeta_p) - \rho I_{\frac{2}{3}}(\zeta_p)} \quad \zeta_p = \frac{2}{3} \frac{|k_{\perp}|}{q^2}. \quad (8)$$

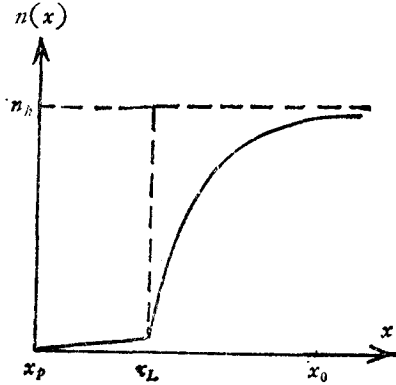


图 2 等离子体边界的密度分布

I 是虚宗量贝塞耳函数. 如果波在截止点内没有反射, 则 $\rho = -\exp(-i\frac{\pi}{3})$, 在我们的情况下, ρ 要由隔板处的边界条件来定.

假定 $x_L > x_c$, 那么 x_L 处的 E_z/B_y 值也可由 (6) 式的解写为

$$z_f = \frac{E_z}{B_y} \Big|_{x=x_L} = i \frac{|k_\perp|}{k_0} \frac{J_{\frac{1}{3}}(\zeta_L) + \rho J_{-\frac{1}{3}}(\zeta_L)}{q(x_L - x_c)^{\frac{1}{2}} (J_{-\frac{2}{3}}(\zeta_L) - \rho J_{\frac{2}{3}}(\zeta_L))}$$

$$\zeta_L = \frac{2}{3} |k_\perp| q(x_L - x_c)^{\frac{1}{2}}. \quad (9)$$

$E_y - B_x$ 偏振波是这个区域中的快波解, 由于波导中的发射波只是 TM 模, 所以快波只是由于隔板附近的反射所产生. 假定反射的快波在波导口已衰减为零, 则 x_L 处的 E_y/B_x 值为

$$z_f = \frac{E_y}{B_x} \Big|_{x=x_L} = -\frac{k_0}{k_x^f} \frac{1 - e^{2ik_x^f x_L}}{1 + e^{2ik_x^f x_L}}, \quad (10)$$

其中 k_x^f 是快波沿 x 方向的局部波数, 计算表明 z_f 的各种假定对结果影响很小.

在 $x_L < x < x_0$ 的密度快变区内必须采用全波方程

$$\frac{d^2 E_y}{dx^2} + k_0^2 \left(\frac{D^2}{n_\parallel^2 - S} - (n_\parallel^2 - S) \right) E_y + k_0 \frac{Dn_\parallel}{n_\parallel^2 - S} \frac{dE_z}{dx} = 0;$$

$$\frac{d^2 E_z}{dx^2} - k_0^2 \frac{P(n_\parallel^2 - S)}{S} E_z + k_0 \frac{Dn_\parallel}{S} \frac{dE_y}{dx} + \frac{dS/dx}{S} \frac{n_\parallel^2}{n_\parallel^2 - S} \frac{dE_z}{dx}$$

$$+ k_0 \frac{n_\parallel}{S} \left(\frac{dD}{dx} + \frac{dS/dx \cdot D}{n_\parallel^2 - S} \right) E_y = 0, \quad (11)$$

其中

$$\epsilon = \begin{pmatrix} S & -iD & 0 \\ iD & S & 0 \\ 0 & 0 & P \end{pmatrix}$$

是冷等离子体介电张量, 其含义同文献 [3]. $n_\parallel = k_\parallel/k_0$ 是沿 z 方向的折射率.

我们从 $x > x_0$ 处开始用龙格库塔法积分此方程组, 在 $x > x_0$ 的高密度区内, 只要 x_0 的密度值取得足够大, 使高密度区内不存在汇合点反射的问题, 波进入此区域就不再发生波的反射, 所以可取 WKB 近似解. 考虑到等离子体中心没有源和慢波是反向波、快波是正向波的事实, 当局部垂直波数为实数时, 为保证波在 x 方向只有正向的能流, 慢波的波数要取为负值, 快波的为正值. 当局部波数 k_x 为复数时, 为保证波沿 x 方向衰减, 应分别选取相应的虚部. 方程 (11) 的 WKB 解为

$$E_z = A \{ E_z^s(x_0) e^{-i \int k_x^s dx'} + L E_z^f(x_0) e^{i \int k_x^f dx'} \};$$

$$E_y = A \{ E_y^s(x_0) e^{-i \int k_x^s dx'} - L E_y^f(x_0) e^{i \int k_x^f dx'} \}, \quad (12)$$

其中 $E_z^s(x_0)$, $E_z^f(x_0)$, $E_y^s(x_0)$ 和 $E_y^f(x_0)$ 是由 $N_\parallel$ 和 x_0 处介电张量元 S, P, D 所决定的复杂函数, 这里不罗列, 可参见文献 [4]¹⁾, $(k_x^s)^2$ 与 $(k_x^f)^2$ 分别是冷等离子体色散关系的

1) 文献 [4] 中有部分错误, 计算中已加改正.

两个根

$$Sk_0^4 - k_0^2[(S+P)(Sk_0^2 - k_{\parallel}^2) - D^2k_0^2] + P[(Sk_0^2 - k_{\parallel}^2)^2 - k_0^2D^2] = 0. \quad (13)$$

由于方程 (11) 是个线性方程组, 所以满足方程和 x_0 处边界条件分别为 $\{E_z^i(x_0), E_y^i(x_0)\}$ 和 $\{E_z^t(x_0), E_y^t(x_0)\}$ 的解 $\{E_z^i, E_y^i\}$ 和 $\{E_z^t, E_y^t\}$, 它们的线性组合 $\{A(E_z^i + LE_z^t), A(E_y^i + LE_y^t)\}$ 也一定满足方程和边界条件 $\{A(E_z^i(x_0) + LE_z^t(x_0)), A(E_y^i(x_0) + LE_y^t(x_0))\}$. 于是我们可以对快慢波分别求解. 我们在小型计算机 TQ-16 上计算, 故再考虑到无耗散情况下, 方程的系数全是实的, 还可将实部和虚部分别计算, 因此对每一个 $k_{\parallel}$ 要分别求四组解.

我们可以用龙格库塔法积分方程 (11), 一直到等离子体边界, 利用该处的 $E_y = 0$, 便可定出 $L = E_y^i(x_p)/E_y^t(x_p)$, 然后由麦氏方程求出慢波的相对波阻抗 $z(k_{\parallel})$. 但是, 由于边界低密度区截止点附近波方程的解析解也是精确的, 所以在 $N_{\parallel}$ 不是太接近 1 时, 也可以在 x_L 处求出

$$\begin{aligned} \frac{E_y}{B_z} \Big|_{x=x_L} &= ik_0 \frac{E_y^i(x_L) + LE_y^t(x_L)}{\frac{dE_y^i(x_L)}{dx} + L \frac{dE_y^t(x_L)}{dx}}; \\ \frac{E_z}{B_y} \Big|_{x=x_L} &= [E_z^i(x_L) + LE_z^t(x_L)] / \\ &\quad \left\{ -\frac{i}{k_0} \left\{ \frac{S}{(N_{\parallel}^2 - S)} \left[\frac{dE_z^i(x_L)}{dx} + L \frac{dE_z^t(x_L)}{dx} \right] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{k_0 N_{\parallel} D}{N_{\parallel}^2 - S} [E_y^i(x_L) + LE_y^t(x_L)] \right\} \right\}. \end{aligned} \quad (14)$$

将它们分别与 (10) 和 (9) 式连接, 便可求出 L 和 ρ , 从而求出边界波阻抗. 两种计算结果是相同的.

由于计算量的限制, 我们还采用了一种简化模型加以比较. 在 $x = x_L$ 处假定密度有一个跳跃, 略去 x_L 和 x_0 之间的快变区, 直接将 x_0 处的 WKB 解与低密度区的波阻抗相连接(参见文献 [5]), 从而定出边界波阻抗.

三、数值结果和讨论

取下列参数为基本参数, $B_0 = 30\text{kGs}$, $\omega = 6.2 \times 10^9\text{rad/sec}$, 从而共振密度为 $3 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$, 截止点密度为 $1.21 \times 10^{10}\text{cm}^{-3}$. 两波导, 波导宽 $b = 9\text{cm}$, 间隔 $d = 0.2\text{cm}$. 等离子体边界的密度分布取为

$$n(x) = \begin{cases} \nabla n_c(x - x_p) & x_p < x < x_L; \\ n_h - [n_h - \nabla n_c(x_L - x_p)]e^{-\alpha(x-x_L)} & x_L < x < x_0. \end{cases} \quad (15)$$

如图 2, 取 $n_h = 1 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$, $\nabla n_c = 3 \times 10^{10}\text{cm}^{-4}$, $x_L = 2\text{cm}$, $\alpha = 1$ 对应于经过 2.3cm 可达 $0.9n_h$ 的密度. 我们从 $x_L + 3\text{cm}$ 处起算. 简化的跳跃模型是图中的虚线, 等离子体密度在 x_L 处从 $\nabla n_c(x_L - x_p)$ 跳到 n_h .

在同样参数下, 我们对这两种模型都作了计算, 结果表明跳跃模型和快变区的计算,

除了在反射系数定量上有较大的增加以外,没有定性的区别. 因此由于计算量的限制,在作大量参数比较时,我们采用简化的跳跃模型.

计算结果表明,考虑了托卡马克边界隔板附近密度快变以后,低杂波在托卡马克中的波导耦合特性有如下变化:

1. 严重影响波导的耦合效率

图 3 是基本参数下三种模型的波导功率反射系数和波导位相差的关系. 可见考虑了隔板附近的密度快变,波导反射系数有了显著的增加.

可以想见,波导反射系数的增大是与隔板处密度快变区所造成的反射有关. 利用低密度区隔板附近的解析解,我们可以大致估计隔板所造成的功率反射系数. 将低密度区的电场解在隔板处用大宗量展开

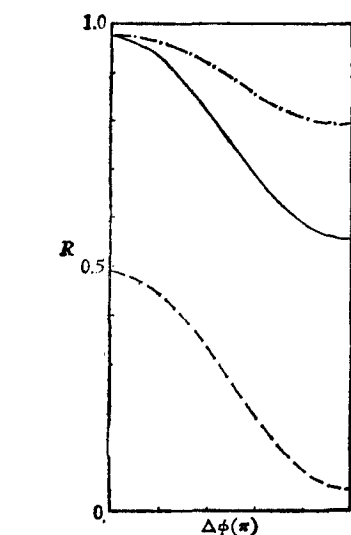


图 3 虚线是不考虑隔板的 Brambilla 计算,实线是考虑快变区的结果;点划线是跳跃模型的计算

$$E_z = -\alpha(x_L - x_c)^{\frac{1}{2}} \frac{e^{-i\frac{5\pi}{12}}}{\sqrt{2\pi\zeta}}$$

$$\times \{(e^{i\frac{5\pi}{6}} + \rho e^{i\frac{\pi}{2}})e^{-i\zeta} + (1 + \rho e^{i\frac{\pi}{3}})e^{i\zeta}\} \quad \zeta = \frac{2}{3} |k_{\perp}| q(x_L - x_c)^{\frac{1}{2}}. \quad (16)$$

上式右端大括号里第一项正是用低密度色散关系得到的 WKB 解中的入射慢波,第二项则是它的反射波,因此它们的功率反射系数为

$$R_L = \left| \frac{1 + \rho e^{i\frac{\pi}{3}}}{e^{i\frac{5\pi}{6}} + \rho e^{i\frac{\pi}{2}}} \right|^2. \quad (17)$$

图 4 给出两种模型在隔板附近的功率反射系数. 跳跃模型的反射系数高达 70%, 快变计算的反射系数随 $N_{\parallel}$ 增大而减少, 说明短波容易穿透密度快变区进入等离子体中心. 但

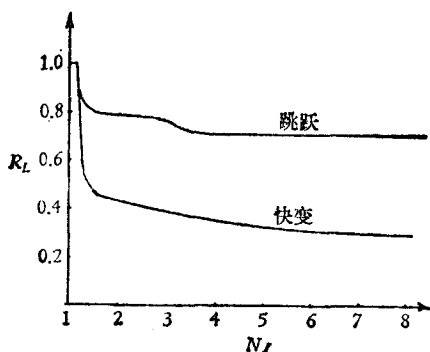


图 4

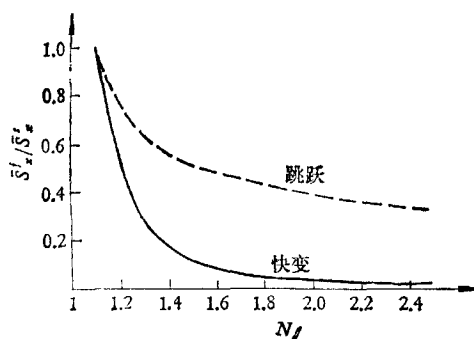
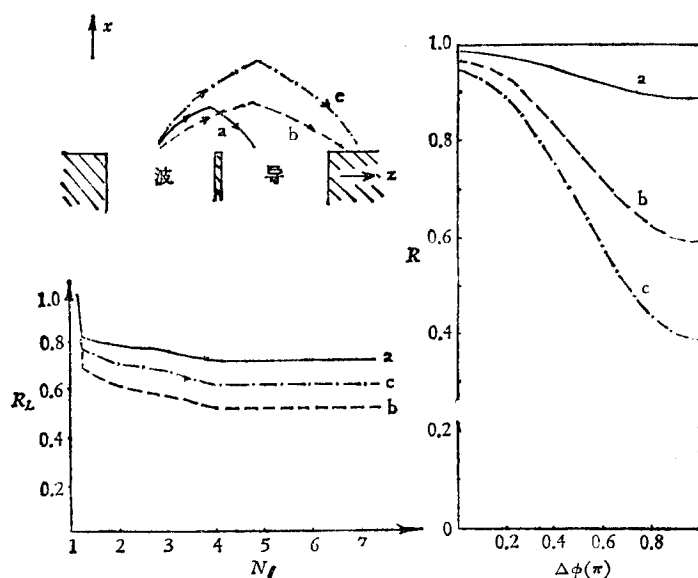


图 5 隔板附近透射的能流中,快波功率和慢波功率之比随平行折射率 $N_{\parallel}$ 的变化

由于波导发射的能流谱分布的峰值大多在 N_H 较小的地方, 所以隔板附近的反射总还有 30—40%。透射的能流中还有一部分耦合给了快波。图 5 是进入等离子体高密度区后快波和慢波的功率比 $\bar{S}_x/\bar{S}_z=|L|^2$, 由图 5 可知, 它随 N_H 的变化非常敏感, 当 N_H 足够大时很少耦合给快波, 但在 N_H 较小的可近性临界值附近, 却还有相当一部分耦合给了快波。这样, 能够进入等离子体中心发生低混杂共振或线性模转换的慢波功率是较有限的。一般托卡马克装置在隔板附近都会有 2—3 cm 的过渡区^[2], 对高密度运行的小型托卡马克, 可以想象, 它的过渡区将更窄, 密度的快变将更陡, 因而隔板处波的反射将会更严重影响波导的耦合效率。

尽管可以设想, 由密度快变区反射的能流会在真空壁再次反射回来, 但由于波在边界低密度区有了滞留, 因而最近 JFT-2 托卡马克上关于低杂波加热的能量平衡的讨论^[6]中提到的参量过程以及等离子体表面其它各种吸收机制都更容易使大量的功率在边界被吸收, 造成表面加热。

应当指出, 波在隔板附近的反射并不等于波导的反射。我们用跳跃模型对不同参数作了比较, 图 6 的三条曲线在隔板处的反射大致相同, 但由于它们在边界低密度区的能流轨迹偏转不同, 从而得到不同的波导反射系数。这说明了在一般的托卡马克装置中, 隔板一般离壁很近, 隔板阴影处的密度较低, 因而射线轨迹的偏转不会很大, 所以隔板附近的反射对波导耦合的影响是不能轻易忽略的。它还说明波导反射系数并不能充分反映低杂波和等离子体的耦合, 小的波导反射系数并不一定表示波能进到等离子体中心。隔板附近的反射不仅是影响波导反射的重要因素, 而且会在等离子体边缘导致一些更为复杂的



(a) 波在低密度区的能流轨迹 (b) 隔板附近的功率反射系数 (c) 波导的功率反射系数

图 6

曲线 a: $\omega = 6.15 \times 10^9 \text{ rad/sec}$ $\nabla n_e = 3 \times 10^{10} \text{ cm}^{-4}$ $n_h = 1 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ $x_L = 2 \text{ cm}$;

曲线 b: $\nabla n_e = 1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-4}$, 其它同曲线 a;

曲线 c: $x_L = 4 \text{ cm}$, 其它同曲线 a

非线性过程, 因此需要特别注意. 可以想见, 对于过渡层越陡的高密度装置, 这些问题将会更严重.

2. 改变能流的谱分布

图 7 给出基本参数下三种模型的能流谱分布, 考虑了隔板处的反射, 能流的谱分布在短波段又出现了一个峰, 使功率被转移了.

这也是隔板反射造成的. 反射波在隔板和真空壁之间造成驻波场, 使电磁场和波阻抗都具有随 N_H 振荡的行为. 由 (4) 式可知, $\bar{S}_x$ 是由波导口发射功率谱分布 $|\sigma(k_H)|^2$ 和入射波在等离子体边界的电场反射系数 $y(k_H)$ 的虚部所决定的. $|\sigma|^2$ 主要由波导参数确定, 它具有随 N_H 衰减振荡的行为. 有了隔板反射后, $y(k_H)$ 则由原来随 N_H 单调的衰减也变成随 N_H 振荡了. 这是由于驻波场引起的, 它的振荡周期可由 (16) 式的 $e^{i2\zeta}$ 估计为

$$\Delta N_H = \frac{3\pi}{2k_0} \sqrt{\frac{n_c}{\nabla n_c}} (x_L - x_c)^{-\frac{1}{2}}. \quad (18)$$

这就使 $y(k_H)$ 成为低密度区密度梯度 ∇n_c , 隔板位置 x_L 和频率 ω 的灵敏函数. 当 $|\sigma|^2$ 和 $y(k_H)$ 的第二个峰相重合时, 能流谱分布发生很大改变, 大量的功率被转移到第二个峰上, 但当两者的峰正好错开时, 第二个峰就

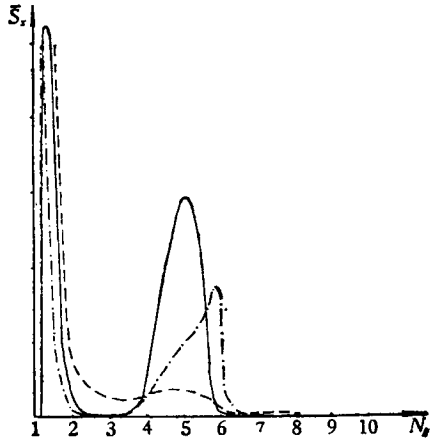
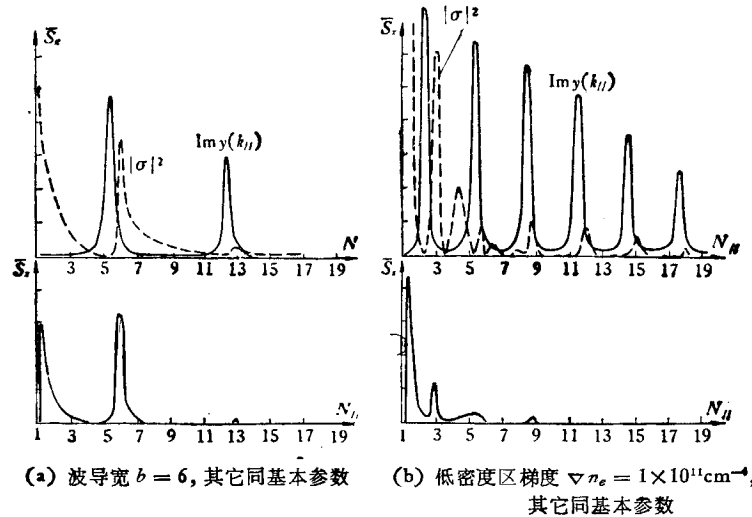


图 7 基本参数下波导位相差为 π 时的能流谱分布(纵坐标取任意单位)
虚线是不考虑隔板的 Brambilla 计算; 实线是快变区的结果; 点划线是跳跃模型



(a) 波导宽 $b = 6$, 其它同基本参数

(b) 低密度区梯度 $\nabla n_c = 1 \times 10^{11} \text{cm}^{-4}$, 其它同基本参数

图 8

两组不同参数的波导发射功率谱分布 $|\sigma|^2$, 等离子体电场反射系数的虚部 $\text{Im} y(k_H)$ 和能流谱分布 $\bar{S}_x (\Delta \varphi = \pi)$ (纵坐标取任意单位)

很小了. 图 8 是两组不同参数的结果. 由于能流随 $N_{\parallel}$ 不断衰减, 所以第三个峰一般是不显见的.

由于隔板处波反射造成的驻波场, 使能流谱分布对等离子体边界性质变得十分敏感. 过短的波容易在边界被逃逸电子的朗道阻尼所吸收, 引起表面加热; 过长的波在密度快变区的反射系数较大, 难以进到等离子体中心. 所以需要适当选择波导尺寸和等离子体的边界条件, 以获得理想的能流谱分布.

3. 放宽可近性条件

密度快变区造成可近性条件的放宽, 可以用低杂波在不均匀冷等离子体中传播的色散曲线来说明.

图 9 是对应于不同 $N_{\parallel}$ 时, 由 (13) 式计算的垂直折射率 N_z^2 与密度 $n(x)$ 关系的示意图. $N_{\parallel} < 1$ 的波在截止点以内的等离子体中心是不传播的. $N_{\parallel}^*$ 是通常的可近性条件

$$N_{\parallel}^* = (1 - \omega^2/\Omega_e\Omega_i)^{-1}, \quad (19)$$

$\Omega_e = eB/m_e c$ 为回旋频率. $N_{\parallel} > N_{\parallel}^*$ 的波可以一直传播到等离子体中心. $1 < N_{\parallel} < N_{\parallel}^*$ 的波在过了截止点以后的传播道路上, 会遇到不同宽度的不透明区, 这时波具有复数的 N_z^2 , 不透明区的两端是快慢波折射率相等的两个汇合点. 对于一般的密度分布来说, 波在消失区的衰减长度比消失区的实际长度短得多, 所以入射波在汇合点几乎全部线性模转换为快波向等离子体边界传播, 通过隧道效应透过去的波则是很少的. 但如果这层不透明区正好落在密度分布的快变区内, 则不透明区的长度就会大大小于波的衰减长度, 从而使隧道效应变得十分重要, 使这部分本来不可近的波有相当一部分可以进到等离子体中心. 在密度跳跃模型里, 不透明区落在跳跃间隔中的波可以从传播的低密度区直接进入可传播的高密度区, 从而放宽可近性条件.

图 10 是 $n_h = 2 \times 10^{13} \text{cm}^{-3}$, 其它参数同基本参数时, 快变计算和跳跃模型下的 $\text{Im}y(k_{\parallel})$. 按 (19) 式计算的 $N_{\parallel}^* = 1.155$. 高的汇合点密度为 $2 \times 10^{13} \text{cm}^{-3}$ 所对应的色散

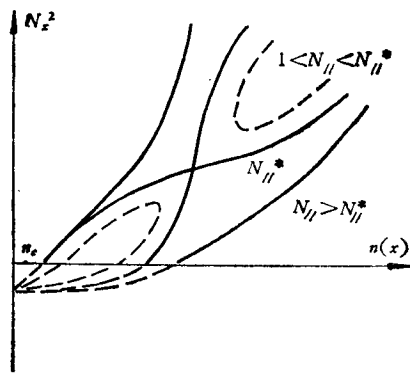


图 9

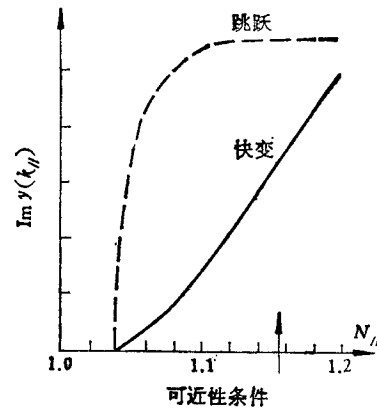


图 10 等离子体电场反射系数的虚部 $\text{Im}y(k_{\parallel})$ 与平行折射率的关系

$\omega = 6.15 \times 10^9 \text{rad/sec}$; $n_h = 2 \times 10^{13} \text{cm}^{-3}$,
其它同基本参数

曲线的 $N_{\parallel}$ 值可由下式估计:

$$N_{\parallel}^2 = 1 + 2 \frac{\omega_{pe}^2}{\Omega_e^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} + \sqrt{4 \frac{\omega_{pe}^2}{\Omega_e^2} \left(1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\Omega_e^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \right)}, \quad (20)$$

其中 $\omega_{pa}^2 = \frac{4\pi n e^2}{m_a}$ 为等离子体频率, n 是等离子体密度, 这里取为 $2 \times 10^{13} \text{cm}^{-3}$, 算得 $N_{\parallel} = 1.039$. 所以用跳跃模型计算, $N_{\parallel} > 1.04$ 的波可直接从传播的低密度区进到了可传播的高密度区, 所以 $\text{Im } \gamma$ (可表示能流) 很快增加, 而在快变计算中, $N_{\parallel}^* > N_{\parallel} > 1.04$ 的波能流是通过隧道效应而逐渐增加的. 这说明了那些本来属于不可近谱范围的波仍然进到了等离子体中心. 当能流谱分布大量落在不可近的表面波谱范围内时, 可近性条件的放宽对于波加热无疑是会有作用的.

四、结 论

我们在线性理论的范畴内, 讨论了托卡马克边界对低杂波耦合和传播的影响, 发现边界附近隔板处等离子体密度的快变, 严重影响了波导的耦合效率、增加了波导的反射系数, 波在密度快变区经受了较大的反射, 反射的波在等离子体边界造成驻波场, 引起表面加热. 波的反射还改变了功率和能流的谱分布, 在大 $N_{\parallel}$ 段出现第二个峰, 使能流谱分布上移, 并使它们对等离子体边界的性质变得十分敏感. 最后, 密度的快变还可能放宽可近性条件, 使本来不可近的波仍然进到了等离子体中心. 高密度运行的小型托卡马克, 边界附近的密度变化将更陡, 这些问题将更严重. 最近, 文献 [7] 上详细报道了 Alcator A 上 LH 加热的实验结果, 文中提到, 波导反射系数要与 Brambilla 理论相符, 必须假定边界密度梯度为 10^{15}cm^{-4} , 比测量值 10^{13}cm^{-4} 高两个量级, 否则实验测得的波导反射系数就高于理论值. 文中还提到功率的谱分布从理论值的 $N_{\parallel} = 3$ 上移到了 $N_{\parallel} = 5$, 而且波导位相差 $\Delta\phi = 0$ 比 $\Delta\phi = \pi$ 有更多的波功率落在不可近的谱范围内, 但实验中没有观察到这两种波导位相差所造成加热效果的不同. 这些事实和我们的理论结果是一致的. 当然, 详细的比较还有待于进一步的实验和理论工作.

本工作承蒙霍裕平同志指导, 汪茂泉、陈俊本同志参加了有益的讨论, 陈允惠同志参加了部分计算工作, 特此致谢.

参 考 文 献

- [1] M., Brambilla, *Nucl. Fusion*, **16**(1976), 47.
- [2] R. E., Waltz, *Nucl. Fusion*, **17**(1977), 1001.
- [3] T. H., Stix, *The Theory of Plasma Waves*.
- [4] M., Brambilla, 第三届环形等离子体加热会议, (1976), 84.
- [5] 马中芳、李大丰、陈激, 科学通报, **25**(1980), 1120.
- [6] T. Imai, 环形等离子体加热的国际讨论会 (1980),.
- [7] J. J., Schuss, *Nucl. Fusion*, **21**(1981), 427.

THE CHARACTER OF THE COUPLING OF LOWER HYBRID WAVE WITH GRILL IN TOKAMAK

MA ZHONG-FANG LI DA-FENG CHEN JI

(*The Institute of Plasma Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

The influence of the abrupt density change near the limiter radius in Tokamak on the coupling of lower hybrid wave with grill is considered. It is discovered that the serious wave reflection, which exists in the region of the abrupt density change, would reduce the coupling efficiency of the grill. A standing wave is formed between the region of the abrupt density change and vacuum chamber wall by the reflected wave. The power and the energy flux spectra would be changed and more sensitive to the plasma boundary condition. In addition, the accessibility criterion of LH wave would be loosened.