

选择照射下核自旋波函数的变换特性

朱 熙 文 叶 朝 辉

(中国科学院武汉物理研究所)

1980 年 12 月 9 日收到

提 要

本文采取适用于一般多量子跃迁过程的讨论方法, 当任意自旋的核处于恒定磁场和静电场中并受到单频或多频选择照射的条件下, 对单个核的任意数目的相邻的子能级系统, 其几率振幅的变换特性作一普遍分析. 同时还讨论了上述变换特性的物理含义, 阐明了粒子在空间旋转变换下波函数的 2π 或 4π 对称性, 以及粒子在选择照射下子能级系统的几率振幅的 2π 或 4π 周期性的区别.

一、引 言

理论上早已知道, 在空间旋转变换下, 粒子波函数的变换特性与粒子自旋有关: 在旋转 2π 后, 玻色子波函数不变, 费密子波函数变号, 仅当在旋转 4π 后, 费密子波函数才不变号, 上述波函数相位变换特性可分别称为玻色子的 2π 对称性 (非旋量性) 和费密子的 4π 对称性 (旋量性). 自 1967 年有人提出直接观测上述变换特性的建议^[1,2]以来, 已先后为中子束^[3]、分子束^[4]和核磁干涉双共振实验^[5(a)-(c)]所证实. Stoll 等^[5(c)]还从位于恒定磁场和静电场中的氦核的不等距的三能级中选取两能级进行选择照射, 讨论氦核波函数在与被照射的能级相应的基矢所组成的 Hilbert 子空间中的变换 (波函数在与未照射能级相应的基矢所组成的 Hilbert 子空间中保持不变). 因哈密顿算符与自旋 (总角动量) 算符 (P , J_z) 对易, 两者具有共同的基矢, 故这里实际上是讨论氦核的自旋波函数在相应的自旋子空间 ϕ 的变换. 为叙述简便, 以下称这种变换为相应的子能级系统的几率振幅的变换, 固态矢在与某能级相应的基矢上的投影为此能级的几率振幅, 而全部磁量子数 m 不同的能级的几率振幅的集合即核的自旋波函数. Stoll 等将他们的实验结果解释为: 在选择照射下, 氦核的二能级子系统具有旋量性. 文中还提到, 子能级系统是否具有旋量性, 只与被照射的能级的奇偶性有关, 而与构成此能级多重态的粒子自旋无关. 但是, 当被照射的能级数大于 2 时, 上述子能级系统的几率振幅的变换规律, 则未见证明; Stoll 等所称的子能级系统的旋量性与通常的费密子的旋量性在概念上的重要区别, 也未见讨论.

本文采取适用于一般多量子跃迁过程的讨论方法, 在任意自旋的核处于恒定外加磁场和核外电子所产生的静电场中 (以下简称为核磁系统) 并受到单频或多频选择照射的条件下, 对单个核的任意数目的相邻子能级系统的几率振幅的变换特性作一普遍分析, 从而

证实: 当照射场的振幅和频率满足一定条件时, 受照射的子能级系统的几率振幅的相位变换规律, 只与被照射的能级数有关, 而与核的自旋无关, 即受照射的能级数为奇, 所涉及的子能级系统的几率振幅的变化具有 2π 周期性, 如能级数为偶数, 则具有 4π 周期性. 同时还讨论了上述变换特性的物理含义, 着重指出它与真实空间中旋转变换下波函数的非旋量性和旋量性在概念上是完全不同的.

二、选择照射下子能级系统几率振幅的变换

早已证明^[6], 一自旋为 J 的核磁系统, 当处于一沿 z 轴的静磁场 H_0 中时, 其哈密顿算符 $\mathcal{H}_0 = -\gamma H_0 J_z$. 若同时还有一沿 x 轴的弱共振射频场 $2H_1 \cos \omega_0 t$, 则在以角速度 $\omega_0 = \gamma H_0$ 绕 z 轴旋转的旋转坐标系中, 密度矩阵 $\rho_r(t)$ 的变化规律为

$$\rho_r(t) = e^{iJ_x \omega_0 t} \rho(0) e^{-iJ_x \omega_0 t}, \quad (1)$$

式中 $\rho_r(t) = e^{-iJ_x \omega_0 t} \rho(t) e^{iJ_x \omega_0 t}$, $\omega_0 = \gamma H_1$. 由 (1) 式可知, 在旋转坐标系中, 波函数变换算符为 $e^{iJ_x \omega_0 t}$, 故上述能级等距的核磁系统在单频共振交变场照射下, 其密度矩阵和波函数随时间的演化, 与在空间中系统绕 x 轴旋转 $\omega_0 t$ 角的效应相同, 依照核是费密子或玻色子, 分别显示出旋量性或非旋量性.

设 $\mathcal{H}_0$ 中除 $-\omega_0 J_z$ 项外还包含其他项(如核电四极矩与电场梯度相互作用项), 使系统的能级间距不等, 但仍满足 $[\mathcal{H}_0, J^2] = [\mathcal{H}_0, J_z] = 0$. 如 $\mathcal{H}_0$ 的能级间距相差甚大, 且外加交变场幅度甚弱, 使选择激发条件成立, 则外加一共振交变场只能激发相应的一组相邻能级的跃迁, 而对其他能级的影响可以忽略, 以此可实现对自旋为任意值的核磁系统的多频选择照射. 先讨论两频选择照射, 设相邻的两跃迁 $m \longleftrightarrow m-1$ 和 $m-1 \longleftrightarrow m-2$ 同时被沿 x 轴的两共振射频场 $2H_{m,m-1} \cos \omega_{m,m-1} t$ 和 $2H_{m-1,m-2} \cos \omega_{m-1,m-2} t$ 选择激发, 此时系统的总哈密顿算符 $\mathcal{H}$ 和微扰哈密顿算符 $\mathcal{H}_1$ 分别为

$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_1, \\ \mathcal{H}_1 &= -2\omega_1 J_x \cos \omega_{m,m-1} t - 2\omega_2 J_x \cos \omega_{m-1,m-2} t, \end{aligned} \quad (2)$$

式中 $\omega_1 = \gamma H_{m,m-1}$, $\omega_2 = \gamma H_{m-1,m-2}$.

引入 Wokaun 和 Ernst^[7] 定义的、联系量子数 m 为 m_μ, m_ν 两态的单跃迁算符 $I_{\mu\nu}^x, I_{\mu\nu}^y$ 和 $I_{\mu\nu}^z$, 它们在 (J^2, J_z) 表象中的表式为

$$\begin{aligned} \langle j, m_\rho | I_{\mu\nu}^x | j, m_\sigma \rangle &= \frac{1}{2} (\delta_{\rho\mu} \delta_{\sigma\nu} + \delta_{\sigma\mu} \delta_{\rho\nu}), \\ \langle j, m_\rho | I_{\mu\nu}^y | j, m_\sigma \rangle &= \frac{i}{2} (-\delta_{\rho\mu} \delta_{\sigma\nu} + \delta_{\sigma\mu} \delta_{\rho\nu}), \\ \langle j, m_\rho | I_{\mu\nu}^z | j, m_\sigma \rangle &= \frac{1}{2} (\delta_{\rho\mu} \delta_{\sigma\mu} - \delta_{\rho\nu} \delta_{\sigma\nu}), \end{aligned} \quad (3)$$

式中 j 为自旋量子数. 它们满足的对易式与通常的 $\frac{1}{2}$ 自旋算符所满足的相同, 即

$$[I_{\mu\nu}^\alpha, I_{\mu\nu}^\beta] = i\epsilon^{\alpha\beta\gamma} I_{\mu\nu}^\gamma, \quad (4)$$

其中 α, β, γ 为 x, y, z 的任意排列, $\epsilon^{\alpha\beta\gamma}$ 为三阶反对称张量. 单跃迁算符与组成系统的

核的自旋算符 J_x, J_y 和 J_z 有下列关系:

$$\begin{aligned} J_{x,y} &= \sum_{\Delta\mu\nu=1} \sqrt{c_{\mu\nu}} I_{\nu\mu}^{x,y}, \\ J_z &= \sum_{\Delta\mu\nu=1} c_{\mu\nu} I_{\mu\nu}^z, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $c_{\mu\nu} = j(j+1) - m_\mu m_\nu$, 求和号下的 $\Delta\mu\nu = 1$ 表示 $m_\mu - m_\nu = 1$, 并按 m_μ 的递减次序排列.

考虑到选择照射时不同频率的交变场只与相应的单跃迁算符 $I_{\mu\nu}^x$ 耦合, 利用 (5) 式改写 (2) 式的 $\mathcal{H}_1$ 为

$$\mathcal{H}_1 = -2\omega_1 \sqrt{c_{m,m-1}} I_{m,m-1}^x \cos \omega_{m,m-1} t - 2\omega_2 \sqrt{c_{m-1,m-2}} I_{m-1,m-2}^x \cos \omega_{m-1,m-2} t. \quad (6)$$

采用 Stoll 等的处理方法^[5(c)], 转换到相互作用图景, 得密度矩阵的运动方程

$$\dot{\rho}_I(t) = i[\rho_I(t), \mathcal{H}_{1I}], \quad (7)$$

式中 $\rho_I(t) = e^{i\mathcal{H}_0 t} \rho(t) e^{-i\mathcal{H}_0 t}$. 在 $(\mathcal{H}_0, J^2, J_z)$ 表象中, 略去随时间快速振荡部分后 (这对下面关于周期性的讨论无影响), 得

$$\mathcal{H}_{1I} = e^{i\mathcal{H}_0 t} \mathcal{H}_1 e^{-i\mathcal{H}_0 t} \cong \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ & 0 & \dots & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 0 & \omega_1 \sqrt{c_{m,m-1}} & 0 \\ \omega_1 \sqrt{c_{m,m-1}} & & & 0 & & \omega_2 \sqrt{c_{m-1,m-2}} \\ & 0 & & \omega_2 \sqrt{c_{m-1,m-2}} & & 0 & \dots & 0 \\ & & & & & & & 0 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

如选取交变场振幅使满足

$$\omega_1 \sqrt{c_{m,m-1}}/2 = \omega_2 \sqrt{c_{m-1,m-2}}/2 \equiv \bar{\omega}, \quad (9)$$

则

$$\mathcal{H}_{1I} \cong -\frac{\bar{\omega}}{2} \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ & 0 & \dots & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & & & 0 & & \sqrt{2} \\ & 0 & & \sqrt{2} & & 0 & \dots & 0 \\ & & & & & & & 0 \end{bmatrix} \equiv -I_{m,m-2}^x \bar{\omega}. \quad (10)$$

显然, 算符 $I_{m,m-2}^x$ 中的非零子矩阵 $J_{m,m-2}^x$ 与自旋为 J 的 x 分量自旋算符 J_x 在 (J^2, J_z) 表象中的表示相同.

(7) 式的解为

$$\rho_I(t) = e^{-i\mathcal{H}_{1I} t} \rho(0) e^{i\mathcal{H}_{1I} t}. \quad (11)$$

故波函数的变换矩阵为 $e^{-i\mathcal{H}_{11}t}$. 由(10)式所给的 $\mathcal{H}_{11}$ 表式可知, 与未照射能级对应的变换子矩阵为 j , 故 $\rho_l(t)$ 中只与未照射能级对应的矩阵元(以及几率振幅)不变; 只与照射能级对应的变换子矩阵为 $e^{ij_{m,m-2}^x \bar{\omega} t}$, 故此部分矩阵元的演化规律为

$$\begin{aligned} \langle j, m_\alpha | \rho_l(t) | j, m_\beta \rangle &= \langle j, m_\alpha | e^{ij_{m,m-2}^x \bar{\omega} t} | j, m_\beta \rangle \\ &\times \langle j, m_r | \rho(0) | j, m_\delta \rangle \langle j, m_\delta | e^{-ij_{m,m-2}^x \bar{\omega} t} | j, m_\beta \rangle, \end{aligned} \quad (12)$$

式中 m_α, m_β, m_r 和 m_δ 均只取 $m, m-1$ 和 $m-2$ 诸值. 鉴于 $J_{m,m-2}^x$ 与自旋为 1 的自旋算符 J_x 形式相同, 从(12)式可以看出: 由交变场振幅满足(9)式的两频选择照射所引起的三能级子系统的密度矩阵元(以及几率振幅)随时间的演化, 与空间旋转变换下自旋为 1 的系统的密度矩阵元(以及波函数)的变换在表观上相同, 即当 $\bar{\omega}t = 2\pi$ 时, $e^{ij_{m,m-2}^x \bar{\omega} t} = 1$, 被照射的三能级子系统的几率振幅不变, 子系统的此特性可称为 2π 周期性(理由详后). 由(8)和(11)式可以得出, 即使交变场振幅不满足(9)式, 当

$$\frac{1}{2} (c_{m,m-1}\omega_1^2 + c_{m-1,m-2}\omega_2^2)^{\frac{1}{2}}t = 2\pi$$

时, 在由 $|j, m\rangle, |j, m-1\rangle$ 和 $|j, m-2\rangle$ 诸基矢组成的 Hilbert 子空间内, 仍有 $e^{\pm i\mathcal{H}_{11}t} = 1$, 即上述子系统仍呈现 2π 周期性.

由(8)–(12)式还可得出: 当 ω_1 (或 ω_2) 为零, 则在 $\sqrt{c_{m-1,m-2} \cdot \omega_2 t}$ (或 $\sqrt{c_{m,m-1} \cdot \omega_1 t}$) 为 4π 时出现周期性, 此即两能级子系统被选择照射时呈现的 4π 周期性. 如 ω_1 由零增至 $(c_{m-1,m-2}/c_{m,m-1})^{\frac{1}{2}}\omega_2$ (或 ω_2 由零增至 $(c_{m,m-1}/c_{m-1,m-2})^{\frac{1}{2}}\omega_1$), 此时(9)式成立, 则出现 Stoll 等所称的 4π 对称性到 2π 对称性的转变^[5(c)]. 但应指出, 两种情况下“转角”的定义式不同, 前者为 $\sqrt{c_{m,m-1}\omega_1 t}$ 或 $\sqrt{c_{m-1,m-2}\omega_2 t}$, 后者则为 $\sqrt{c_{m,m-1}/2 \cdot \omega_1 t}$ 或者 $\sqrt{c_{m-1,m-2}/2 \cdot \omega_2 t}$.

仿照(6)–(12)式的推导过程, 可以类推: 当选择照射不等距能级系统的任意 $n+1$ 个相邻能级 (n 频选择照射)时, 如所有的共振射频场 $2H_{m,m-1}\cos\omega_{m,m-1}t, \dots, 2H_{m-n+1,m-n}\cos\omega_{m-n+1,m-n}t$ 都沿 x 轴, 且振幅满足与(9)式相当的下列条件:

$$\begin{aligned} \sqrt{c_{m,m-1}/n} \cdot \omega_1 &= \sqrt{c_{m-1,m-2}/2(n-1)} \cdot \omega_2 = \sqrt{c_{m-2,m-3}/3(n-2)} \cdot \omega_3 \\ &= \dots = \sqrt{c_{m-n+1,m-n}/n} \cdot \omega_n \equiv \bar{\omega}, \end{aligned} \quad (13)$$

式中 $\omega_\alpha = \gamma H_{m-\alpha+1,m-\alpha}$ ($\alpha = 1, 2, \dots, n$), 则(10)和(11)式中的 $\mathcal{H}_{11}$ 可表为 $-I_{m,m-n}^x \bar{\omega}$, 算符 $I_{m,m-n}^x$ 中的非零子矩阵 $J_{m,m-n}^x$ 与自旋为 $n/2$ 的 x 分量自旋算符 J_x 有相同的形式. 由(11)式可知, 此时被照射的子能级系统的几率振幅, 按照能级数目的奇偶性, 分别具有 2π 或 4π 周期性, 即当 $\bar{\omega}t$ 为 2π 或 4π 时子能级系统的几率振幅不变, 周期为 $2\pi/\bar{\omega}$ 或 $4\pi/\bar{\omega}$, 此处 $\bar{\omega}$ 按(13)式定义. 上述 2π 或 4π 周期性与核的自旋无关, 无论是费密子或玻色子, 均有此性质.

三、子能级系统的 2π 或 4π 周期性的显示

为了在核磁共振实验中观测被选择照射的能级的几率振幅的相位变化, 必须选取相

位不变的另一能级的几率振幅作参考, 观察与任一被照射能级和参考能级相对应的 ρ 的非对角元, 从 ρ 的非对角元的相位变化显示被照射能级的几率振幅的相位变化.

由 (10) 式和 (13) 式后的讨论可知, 在经历特定时刻 t 后有

$$e^{\pm i \mathcal{H}_1 t} \cong \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \pm 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

其中 ± 1 矩阵部分表示与受照射的诸能级相应的变换子矩阵, 0 和 1 分别为零矩阵和单位矩阵. 当 $\bar{\omega}t = 2(2k+1)\pi$ 时, 对奇数能级照射, 上述变换子矩阵取正号, 对偶数能级照射时则取负号; 当 $\bar{\omega}t = 4k\pi$ 时, 无论对奇偶数能级照射均取正号, $k = 0, 1, 2, \dots$. 因此, 当 $\bar{\omega}t = 2(2k+1)\pi$ 时, 在相互作用图景中, 选择照射后系统的密度矩阵按下式变化:

$$\rho_i(t) \big|_{\bar{\omega}t=2(2k+1)\pi} \cong \begin{bmatrix} \rho_{mm}(0) & \pm \rho_{mi}(0) & \rho_{mn}(0) \\ \pm \rho_{im}(0) & \rho_{ii}(0) & \pm \rho_{in}(0) \\ \rho_{nm}(0) & \pm \rho_{ni}(0) & \rho_{nn}(0) \end{bmatrix}, \quad (15)$$

其中子矩阵的脚标 i 对应诸被照射能级, 脚标 m 和 n 对应诸未被照射能级, 正负号分别对应于奇偶数能级照射. 由 (15) 式可见, 当选择照射的各交变场振幅满足如 (13) 式所示的条件, 在 $\bar{\omega}t = 2(2k+1)\pi$ 时, 密度矩阵中与照射能级以及未照射能级相联系的任何非对角元, 即 $\rho_{im}(0)$, $\rho_{mi}(0)$, $\rho_{in}(0)$ 和 $\rho_{ni}(0)$ 中的任一元, 在被照射能级数为偶时变号, 为奇时则不变号. 因未照射能级的几率振幅的相位不变, 故此类非对角元符号是否变化, 反映了受照射能级的几率振幅的相位是否变化.

在磁共振中已知: $\langle M_{\mu\nu}^x \rangle \propto \langle I_{\mu\nu}^x \rangle = |\rho_{\mu\nu}| \cos \varphi_{\mu\nu}$, $\langle M_{\mu\nu}^y \rangle \propto \langle I_{\mu\nu}^y \rangle = -|\rho_{\mu\nu}| \sin \varphi_{\mu\nu}$, 其中 $\langle M_{\mu\nu}^x \rangle$, $\langle M_{\mu\nu}^y \rangle$ 为 $m_\mu \longleftrightarrow m_\nu$ 跃迁的横向磁化, $\langle I_{\mu\nu}^x \rangle$, $\langle I_{\mu\nu}^y \rangle$ 为单跃迁算符 $I_{\mu\nu}^x$, $I_{\mu\nu}^y$ 的平均值, $|\rho_{\mu\nu}|$ 和 $\varphi_{\mu\nu}$ 分别为 $\rho_{\mu\nu}$ 的模和相位. 通过测量对应任一被照射能级与未照射能级间的跃迁所产生的核磁共振信号, 可观察被照射能级的几率振幅的相位变化 (以未照射能级的几率振幅的不变相位为参考). 上述考虑都是在照射频率准确等于共振频率和略去弛豫效应后得出的, 如计入偏离共振和弛豫效应, 共振信号的幅度和形式将略有不同, 但仍可得到相似的信号符号变化的定性结果, 呈现同样的 2π 或 4π 周期性^[5(b)].

四、两种变换特性的物理含义

如第二节所述, 能级等距的核磁系统与外界单频交变场共振时, 量子数 m 不同的所有能级的波函数随时间的变换, 按照核自旋是整数或半整数 (被照射的能级数为奇或偶), 分别显示核在空间旋转变换下的 2π 或 4π 对称性, 此即玻色子的非旋量性和费密子的旋量性的反映. 对能级不等距的核磁系统, 当选择照射部分能级时, 利用单跃迁算符描述各射

频场对系统的作用,通过求解密度矩阵的运动方程得出:当选取不同频率的射频场振幅满足(13)式,被照射能级的几率振幅的相位变化,按照被照射的相邻能级总数的奇偶性,分别呈现 2π 或 4π 周期性. Stoll 等^[5(c)]将子能级系统所表现的此种 2π 或 4π 周期性,也称为非旋量性或旋量性. 我们认为,这两者尽管在形式上有相似之处,但却存在一些重大区别,其中主要有:

1. 就研究对象而言,前者研究系统态矢在整个 Hilbert 空间的变换(以 m 值不同的所有能级的波函数变换表示),讨论系统整体的变换特性;后者则研究系统态矢在某一 Hilbert 子空间的变换(以相应的子能级系统的几率振幅的变换表示),从某一侧面讨论系统在特定条件下的变换特性.

2. 就有关波函数变换的特征而言,前者联系于真实空间中的旋转,后者则不与此种旋转相联系. 对前者,波函数变换矩阵为 $e^{iJ_x\omega_1 t}$, 与真实空间中绕 x 轴旋转 $\omega_1 t$ 角时波函数的变换矩阵完全相同,故认为上述受照射的核的波函数变换具有真实空间中旋转变换的特性. 采用经典图象,此时系统的磁化矢量绕 x 轴旋转, $\omega_1 t$ 为空间转角.

至于后者,则与真实空间中的旋转无联系,这可通过 $j=1$ 时 $(1,1)$ 和 $(1,0)$ 两态被选择照射为例说明如下. 由(12)式及其后的讨论可知,此时 $\bar{\omega}t = \sqrt{2}\omega_1 t$, 在 (J^2, J_z) 表象中,波函数的变换矩阵

$$e^{-iJ_y\bar{\omega}t} \cong \begin{bmatrix} \cos \frac{\bar{\omega}t}{2} & i \sin \frac{\bar{\omega}t}{2} & 0 \\ i \sin \frac{\bar{\omega}t}{2} & \cos \frac{\bar{\omega}t}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

已知 $j=1$ 时真实空间中作一以 Euler 角 (α, β, γ) 表征的旋转变换时波函数的变换矩阵

$$D^{(1)}(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} \frac{1 + \cos \beta}{2} e^{-i(\alpha+\gamma)}, & -\frac{\sin \beta}{\sqrt{2}} e^{-i\alpha}, & \frac{1 - \cos \beta}{2} e^{-i(\alpha-\gamma)} \\ \frac{\sin \beta}{\sqrt{2}} e^{-i\gamma}, & \cos \beta, & -\frac{\sin \beta}{\sqrt{2}} e^{i\gamma} \\ \frac{1 - \cos \beta}{2} e^{i(\alpha-\gamma)}, & \frac{\sin \beta}{\sqrt{2}} e^{i\alpha}, & \frac{1 + \cos \beta}{2} e^{i(\alpha+\gamma)} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

比较(16)和(17)式可知:仅当 $\bar{\omega}t = 4k\pi (k=0, 1, 2, \dots)$ 时,才对应真实空间中的 $\alpha + \gamma = \beta = 2k\pi$; 当 $\bar{\omega}t$ 取其他值时,无实的 (α, β, γ) 值相对应,故 $\bar{\omega}t$ 不是真实空间中的转角. 因此,受照射的子能级系统的几率振幅的变换不是真实空间中旋转的结果,此子能级系统所显示的 2π 或 4π 周期性,当然不是空间旋转变换下的 2π 或 4π 对称性. 此外, $\bar{\omega}t$ 的定义式因粒子的自旋、被照射的能级总数和所讨论的特定能级而异,故“转角”的量度标准各不相同,不像前者那样统一用 $\omega_1 t$ 表示.

3. 就与波函数变换相联系的系统特性而言,两者也不同. 前者的波函数变换矩阵 $e^{iJ_x\omega_1 t}$ 包含粒子自旋算符 J_x , 故对称性决定于粒子的自旋. 部分能级被照射时波函数的变换矩阵 $e^{iI_{m,m-n}^x \bar{\omega}t}$ 中的算符 $I_{m,m-n}^x$, 则是 n 个单跃迁算符的叠加,它的非零子矩阵 $J_{m,m-n}^x$, 仅

在(13)式成立的条件下具有自旋 $n/2$ 的自旋分量算符 J_z 的形式, 被照射的子能级系统的几率振幅的变换特性只与此算符 $J_{m, m-n}^z$ 相联系。尽管两者都讨论所涉及的能级数或相应的 Hilbert 空间(子空间)的维数的奇偶性与某种“转角”的 2π 或 4π 周期性之间的对应关系, 但前者指的是同一旋转群的不同维表示的基矢所组成的 Hilbert 空间的维数, 后者则是同一 Hilbert 空间中不同维子空间的维数。

鉴于上述差别, 我们认为: 只有与真实空间中旋转变换特征相同的、与粒子自旋算符相联系的、所有不同 m 值的能级的波函数所具有的 2π 或 4π 对称性, 才按惯例称为非旋量性或旋量性; 而不与真实空间中旋转变换相联系的、与粒子自旋无关的、子能级系统的几率振幅在一定条件下所表现的 2π 或 4π 周期性, 不应称为非旋量性或旋量性。作出以上的明确区分, 就不会导致下述误解: 在一定条件下, 费密子会具有非旋量性, 玻色子会具有旋量性, 无论费密子或玻色子, 都可能产生旋量性和非旋量性的相互转换。

除核磁系统外, 其他用磁量子数 m 标记的子能级系统(如核电四极矩共振系统), 甚至不用 m 标记(如用 nl 标记)的子能级系统, 当外界对子能级系统的几率振幅的作用, 也用变换矩阵 $e^{iI_i\theta}$ 表示, 而 I_i 在所取表象中的表示与角动量算符在自身表象中的形式相同时, 此子能级系统的几率振幅的相位变化, 也会依照涉及到的能级数目的奇偶性, 呈现类似的 2π 或 4π 周期性。

本工作是在张承修教授提议下进行的, 并一直得到他的热情指导, 谨此致谢。

参 考 文 献

- [1] H. J. Bernstein, *Phys. Rev. Lett.*, **18**(1967), 1102.
- [2] Y. Aharonov and L. Susskind, *Phys. Rev.*, **158**(1967), 1237.
- [3] H. Rauch, A. Zeilinger, G. Badurek, A. Wilfing, W. Bauspiess and U. Bonse, *Phys. Lett.*, **54A**(1975), 425; S. A. Werner, R. Colella, A. W. Overhauser and C. F. Eagan, *Phys. Rev. Lett.*, **35**(1975), 1053.
- [4] E. Klempt, *Phys. Rev. D*, **13**(1975), 3125.
- [5] (a) M. E. Stoll, A. J. Vega and R. W. Vaughan, *Phys. Rev. A*, **16**(1977), 1521;
(b) M. E. Stoll, A. J. Vega and R. W. Vaughan, *J. Chem. Phys.*, **67**(1977), 2029;
(c) M. E. Stoll, E. K. Wolff and M. Mehring, *Phys. Rev. A*, **17**(1978), 1561.
- [6] C. P. Slichter, *Principles of Magnetic Resonance*, Springer-Verlag (1978), Chapt. 2 and 5.
- [7] A. Wokaun and R. R. Ernst, *J. Chem. Phys.*, **67**(1977), 1752.

TRANSFORMATION CHARACTERISTICS OF SPIN WAVE FUNCTION OF A NUCLEUS UNDER SELECTIVE IRRADIATION

ZHU XI-WEN YE CHAO-HUI

(*Wuhan Institute of Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

The transformation characteristics of the probability amplitude corresponding to an arbitrary sublevel system of a nucleus is studied. The nucleus, with arbitrary spin, is placed in a magnetic and an electrostatic field and irradiated selectively. The possible physical implication of the above mentioned transformation characteristics is discussed. The differences between the two characteristics, i.e., the 2π or 4π symmetry of the wave functions under space rotation and the 2π or 4π periodicity of the probability amplitude corresponding to a sublevel system under selective irradiation are explained.