第31卷 第2期 物理学报 Vol. 31, No. 2
1982年2月 ACTA PHYSICA SINICA Feb., 1982

库仑相互作用对相对论性电子束受激散射的影响

沈文达　朱莳通
(中国科学院上海光学精密机械研究所)

1981年5月12日收到

提　要

本文研究了库仑相互作用对相对论性电子束受激散射的影响. 在单能电子束的情况下,得到了反射激光场的解析表达式. 结果表明,表征库仑相互作用贡献的因子与电子密度平方成正比. 如果电子密度比较高,而入射辐射强度比较低,则库仑力的贡献是重要的,它的影响是不能忽略的.

近来,利用相对论性电子束有效地改变电磁辐射的频率已激起人们极大的兴趣. Stagno 等人使相对论性电子束通过空间周期变化的偏振磁场来获得多倍频的相干辐射[1]. Кузнецов 等人则利用激光在电子束脉冲上受激散射及其频率的二次多普勒蓝移,以获得频率可比入射激光的高得多的相干辐射[2]. 但是,在这些处理中都未计及电子的库仑相互作用. 本文推广了文献[2]中的分析,在相对论性电子束对激光的受激散射过程中,考虑了电子之间的库仑相互作用,对于单能电子束的情况,求得了反射激光场的解析表达式. 计入库仑力作用的这种讨论同样适用于其他电子束系统. 我们的分析结果表明,表征库仑相互作用贡献的因子与电子密度平方成正比. 如果电子密度比较高,而入射辐射强度比较低,则库仑力的贡献是重要的,它的影响是不能忽略的.

设相对论性电子束的坐标系为 $oxyz$,室验室坐标系为 $o'x'y'z'$ (图1); 电子束具有长度 L,它以速度 v 沿 x' 方向相对实验室坐标系运动,一激光束沿 $-x'(-x)$ 方向射入电子束. 由于激光与电子系统发生相互作用,沿 $x(x')$ 方向发射一个相干脉冲. 我们在电子束坐标系 $oxyz$ 中进行计算. 假设

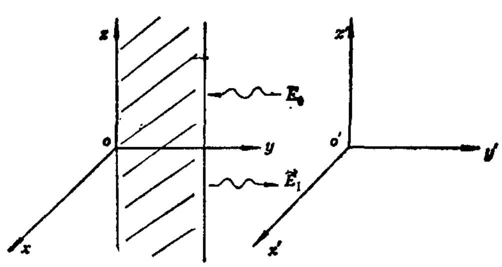

图 1

入射激光场 $\tilde{E}_0 = \frac{1}{2} E_0 e^{i(\omega t + kx)} + \text{c.c.}$, y 方向偏振;

反射激光场 $\tilde{E}_1 = \frac{1}{2} E_1 e^{i(\omega t - kx)} + \text{c.c.}$, y 方向偏振;

电子的初始速度分布函数 $f_0 = n_0 \delta(p_x)$.

电子的速度分布函数 $f(t, x, p_x)$ 满足如下的玻耳兹曼方程:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \dot{x}\frac{\partial f}{\partial x} + \dot{p}_x \frac{\partial f}{\partial p_x} = 0. \tag{1}$$

我们从电子在电磁场中的哈密顿函数H推导 $\dot{p}_x$ 如下：

$$H=\frac{1}{2m}\left(\boldsymbol{p}+\frac{e\boldsymbol{A}}{c}\right)^2+e\phi \quad (e<0), \tag{2}$$

$$\boldsymbol{A}=\frac{ic}{2\omega}\left(\boldsymbol{E}_0 e^{i(\omega t+kx)}+\boldsymbol{E}_1 e^{i(\omega t-kx)}\right)+\text{c.c.}, \tag{3}$$

$$\nabla^2\phi=\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}=-4\pi e n_0. \tag{4}$$

把(3)式代入(2)式，在高频场周期上对时间 t 取平均，可以得到

$$\dot{p}_x=-\frac{\partial H}{\partial x}=\frac{ie^2k}{2m\omega^2}E_1E_0^*e^{-2ikx}+\text{c.c.}-e\frac{\partial\phi}{\partial x}. \tag{5}$$

这里，$F=\dfrac{ie^2E_1E_0^*}{2m\omega c}e^{-2ikx}+\text{c.c.}$ 为有质动力(即非线性力)，$-e\dfrac{\partial\phi}{\partial x}$ 为库仑静电力.

设 $f(t,x,p_x)=f^{(0)}+f^{(1)}(t,x,p_x)$ $(|f^{(0)}|\gg|f^{(1)}|)$，(1) 式中的 $\dot{p}_x$ 用(5)式代入，就得到

$$\frac{\partial f^{(1)}}{\partial t}+\frac{p_x}{m}\frac{\partial f^{(1)}}{\partial x}+\left(F-\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\frac{\partial f^{(0)}}{\partial p_x}=0. \tag{6}$$

上式的解为[3]

$$f^{(1)}(t,x,p_x)=-\int_0^t\left[F-e\frac{\partial\phi}{\partial x}\right]\left(x-(t-t')\frac{p_x}{m}\right)\frac{\partial f^{(0)}}{\partial p_x}dt'^{1)}.$$

而

$$\begin{aligned}\delta n(x,t)&=\int_{-\infty}^{\infty}f^{(1)}(t,x,p_x)dp_x\\&=-\int_0^t\int_{-\infty}^{\infty}\left[F-e\frac{\partial\phi}{\partial x}\right]\left(x-(t-t')\frac{p_x}{m}\right)\frac{\partial f^{(0)}}{\partial p_x}dt'dp_x.\end{aligned}$$

把F和$f^{(0)}$的表达式代入上式，对 p_x 进行分部积分，并考虑到(4)式，可以得到

$$\delta n(x,t)=\int_0^t\frac{n_0e^2E_0^*E_1}{m^2c^2}e^{-2ikx}(t'-t)dt'+\text{c.c.}-\frac{2\pi n_0^2e^2t^2}{m}. \tag{7}$$

在电子密度为 n 的电子束中高频电场 $\tilde{\boldsymbol{E}}$ 满足如下波动方程[4]：

$$\nabla^2\tilde{\boldsymbol{E}}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\tilde{\boldsymbol{E}}}{\partial t^2}-\frac{4\pi e^2}{mc^2}n\tilde{\boldsymbol{E}}=0. \tag{8}$$

对于这里所讨论的情况，$n=n_0+\delta n(x,t)$，$\tilde{\boldsymbol{E}}=\tilde{\boldsymbol{E}}_0+\tilde{\boldsymbol{E}}_1=\frac{1}{2}[\boldsymbol{E}_0e^{i(\omega t+kx)}+\boldsymbol{E}_1e^{i(\omega t-kx)}+\text{c.c.}]$. 如果忽略 E_0 随 x 和 t 的变化及 E_1 对 x 和 t 的二阶导数项，并利用 $\delta n(x,t)$ 的表达式(7)，则方程(8)可以写成

$$\frac{\partial E_1}{\partial x}+\frac{1}{c}\frac{\partial E_1}{\partial t}=\frac{i2\pi e^4n_0}{m^3c^3\omega}|E_0|^2\int_0^tE_1(t'-t)dt'-\frac{i4\pi^2e^4n_0^2}{m^2\omega c}t^2E_1. \tag{9}$$

对于电子束变化的特征时间T远大于光通过整个电子束的时间 L/c 的情况，(9)式变成

$$\frac{\partial E_1}{\partial x}=i\beta\int_0^tE_1(t'-t)dt'-i\alpha t^2E_1, \tag{10}$$

式中

$$\beta=\frac{2\pi e^4n_0|E_0|^2}{m^3c^3\omega},\quad \alpha=\frac{4\pi^2e^4n_0^2}{m^2\omega c}.$$

1) 公式中符号下划有波纹线的表示函数的宗量，下同.

求解微分方程(10),得到

$$E_1 = \gamma E_0\left[1+\sum_{l=1}^{\infty}\frac{(-i\alpha t^2)^l}{l!(2l)!}\sum_{j=1}^{l}\{\beta+(4j^2-2j)\alpha\}\right]. \tag{11}$$

其中 γ 表示 $x=0$ 处的反射系数.

由此,我们可以看到,考虑了库仑相互作用后,E_1 的表达式中除了有依赖于 β 的项外,还出现了与 α 有关的项;α 与电子密度平方成正比,而 β 正比于电子密度和入射激光强度平方.在适当的入射激光功率密度下,随着电子密度的增高,库仑力的贡献越来越显得重要.

在有质动力和库仑力的作用下,电子密度的变化为

$$\delta n(x,t) = -\frac{\gamma e^2 n_0|E_0|^2 t^2}{m^2c^2}\left\{\cos 2kx + \sum_{l=1}^{\infty}\frac{\alpha^l t^{2l}\cos\left(2kx+\frac{l}{2}\pi\right)}{(l+1)!(2l+1)!}\prod_{j=1}^{l}[\beta+(4j^2-2j)\alpha]\right\} - \frac{2\pi e^2 n_0^2 t^2}{m} \tag{12}$$

上式表明,库仑相互作用与有质动力一起,使电子密度形成复杂的空间调制.如果让电子密度经过这种调制的相对论性电子束进入文献[1]的辐射器,则也将产生频率可比入射激光的高几个数量级的相干辐射.

参 考 文 献

[1] V. Stagno *et al.*, *Nuovo Cimento B*, **56** (1980), 219.
[2] B. Л. Кузнецов *и др.*, *ЖТФ*, **50** (1980), 923.
[3] A. A. 符拉索夫,多粒子理论,科学出版社,63 页 (1959).
[4] Л. М. Горбунов, *УФН*, **109** (1973), 631.

EFFECTS OF COULOMB INTERACTION ON THE STIMULATED SCATTERING BY RELATIVISTIC ELECTRON BEAMS

SHEN WEN-DA ZHU SHI-TONG
(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

ABSTRACT

The effects of Coulomb interaction on the stimulated scattering by relativistic electron beams are investigated. The analytical expression for reflected laser field is obtained in the case of monoenergetic electron beam. It is shown that the contributing factor characteristic of Coulomb interaction is proportional to the square of electron density. If the electron density is relatively high and the incident radiation intensity is relatively low, the contribution of Coulomb force will be significant and its effects cannot be neglected.