

关于强磁场中输运过程讨论的几点附注

霍 裕 平

(中国科学院等离子体物理研究所)

1981 年 2 月 21 日收到

提 要

本文对作者有关强磁场输运过程的讨论^[1]作了进一步的说明。指出,引入宏观流算子是必要的。我们还进一步分析了布朗运动理论的一些问题。

1. 我们曾经证明^[1],从 Kubo 公式出发^[2],取强磁场中朗道表示,将所有散射高阶微扰项中的对角奇异部分都加起来,结果正好与通常计算的二阶项抵消。我们还证明,将所有高阶项求和后,其它输运系数诸如热导率,粘滞系数也都为零。所以,通常只计算二阶微扰的作法,至少在原则上是不对的。我们必须从头检查横向输运过程理论的出发点。

2. 进一步的分析表明,在局域表象中, Kubo 公式的横向流算子必须重新定义。以往流算子是由微观运动方程定义的

$$J = iLX \quad x = X + \rho_{cx},$$

其中 L 是体系总的刘维算子, ρ_{cx} 是回旋半径在 x 方向投影, X 是导心坐标算子。但是对于低频现象,粒子流的测量是一个宏观的过程,

$$J_{\max} = (X(T) - X(0))/T,$$

其中 T 是微观大,宏观小的时间间隔, $X(T) = e^{iLT}X(0)$ 。利用已经得到的 e^{iLT} 的长时间渐近表达式^[1],可以得到 $J_{\max} = \theta X$, θ 是广义碰撞算子。 $J_{\max}$ 才是应该用于 Kubo 公式中的力学可观测量。代入后,我们得到了非零的输运系数(严格的),其二阶项正好与以往采用作具体计算的表达式相合。

3. 文献 [3] 的作者认为,引入宏观流算子是没有必要的。他的基本作法可简化如下。 Kubo 公式可改写为

$$\begin{aligned} D &\sim \int_0^\infty \text{Tr}\{(LX)e^{iLt}(LX)\rho_0\} dt = \int_0^\infty dt \int dE \text{Tr}\{(LX)\delta(L-E)(LX)\rho_0\} e^{iEt} \\ &= \int dE E^2 \int_0^\infty dt e^{iEt} \text{Tr}\{X\delta(L-E)X\rho_0\} \sim \int dE E \text{Tr}\{X\mathcal{R}(E_+)X\rho_0\}, \end{aligned}$$

其中 ρ_0 是平衡态正则密度矩阵, $\mathcal{R}(z) = 1/(L-Z)$, $E_+ = E + i\varepsilon$, ε 充分小。 $\mathcal{R}(z)$ 的主要极点在 $i\theta$, 于是我们得到

$$D \sim \text{Tr}\{(\theta X)X\rho_0\} \approx 0.$$

也就是我们在文献 [1] 中所得的结果。但我们也可以将上述作法略加改变,保持第一个 LX 不变,只利用 δ 函数改写后一 LX 为 EX , 得到

$$D \sim \text{Tr} \{ (LX)X\rho_0 \} = 0.$$

因此,问题的关键并非如陈式刚同志所言在于时间积分与系综平均的顺序,而是如何计算流算子 LX (其实也就是如何定义 J). 利用 δ 函数的性质,我们还可以将 LX 改成 $\alpha LX + (1-\alpha)EX$, $0 \leq \alpha \leq 1$. 最后结果是 $(1-\alpha)\text{Tr}(\theta X)X\rho_0$, 即可以得到从 0 到 $\text{Tr}(\theta X)X\rho_0$ 之间的任意数值. 很容易看出,将 LX 改成 EX 再完成对 E 的积分(只取 $i\theta$ 为极点)的作法实际上就是引入宏观流. 但由于没有明确的物理图象,缺少这样做的依据,以致我们可以插入任意 α 因子. 还要强调指出的是,引入宏观流算子只是根据量子力学的基本假设而来,即实际观测的是宏观流,则测量结果应是宏观流的平均值,我们并未引入新的统计假设.

4. 布朗运动是讨论这个问题很有启发意义的模型. 如果从整个体系的力学运动出发(布朗粒子加上所有的分子),可定义布朗粒子的微观运动速度 $V_x = iLx$, L 是总的经典刘维算子. 代入迁移率表达式

$$\mu \sim \int_0^\infty \langle V_x(t) V_x(0) \rangle dt,$$

利用体系的相混性,得到 $\mu = 0$. 如果对初始时间平均:

$$\mu \sim \frac{1}{T} \int_0^T dt' \int_0^\infty dt \langle V_x(t+t') V'_x(t') \rangle,$$

则得到爱因斯坦关系: $\mu \sim D$,

$$D = \frac{1}{T} \langle (x(T) - x(0))^2 \rangle.$$

显然,对初始时刻平均与引入宏观流算子是等价的. 但是如果采用郎之万方程

$$\frac{d}{dt} V_x = -\frac{V_x}{\tau} + F_x(t).$$

描述布朗粒子运动,时间反演及平移不变已被破坏,直接计算结果 $\mu \sim \langle V_x(0)^2 \rangle / \tau$. 我们不应也不可能再得到其它结果了.

5. 计算输运系数的核心问题是求

$$\int_0^\infty e^{iLt} dt \left(D \sim \int_0^\infty \text{Tr}(J e^{iLt} J \rho_0) \right).$$

如果先引入统计假设,取 e^{iLt} 的长时间渐近表达式 $e^{-\theta t}$, 完成积分后得到 θ^{-1} . 如果先作对时间积分,得到

$$\mathcal{R}(i\varepsilon) = \frac{1}{L + i\varepsilon} \Big|_{\varepsilon \rightarrow 0},$$

再引入统计假设,其 $\mathcal{R}(z)$ 在 $z \sim 0$ 附近的极点贡献,结果亦为 θ^{-1} . 所以引入统计假设与时间积分的顺序并无本质的意义. 这一点其实也就是熟知的事实: 对 e^{iLt} 作含时间微扰(四维微扰)的结果与对 $\mathcal{R}(z) = \frac{1}{L - z}$ 作三维微扰展开是一样的.

作者感谢与陈式刚同志的讨论.

参 考 文 献

- [1] 霍裕平、胡希伟、陈正雄,待发表.
- [2] R. Kubo, *et al.*, *J. Phys. Soc. Japan*, **14** (1959), 56.
- [3] 陈式刚,物理学报, **29** (1980), 1323.

SOME COMMENTS ON THE TRANSPORT PROCESSES IN A STRONG MAGNETIC FIELD

HO YU-PING

(Institute of Plasma Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

This short note elucidates some points of the ref. [1]. It is pointed out that to introduce the macroscopic current operator into the quantum theory of transport processes in strong magnetic field is necessary and reasonable.