

考虑胶子质量的重夸克偶素位模型

何 祚 庠

(中国科学院理论物理研究所)

林 大 航 赵 培 贞

(清 华 大 学)

1981 年 6 月 12 日收到

提 要

本文是一种尝试。假定胶子具有一有效质量 μ , 在重夸克偶素位模型中, 唯象地计及胶子的质量效应, 得到一个新的有效位势

$$V_{\text{eff}} = -\frac{4}{3}\alpha_s \frac{e^{-\mu r}}{r} + (g_v + g_s)r + V_0.$$

从这一位势模型出发, 推导了 Breit-Fermi 项, 给出了质量计算公式, 并通过数值解薛定谔方程, 利用多因素优选法分别对 $\mu = 0.8\text{GeV}$ 和 $\mu = 0.4\text{GeV}$ 选出一组最优参数, 用这两组参数分别计算了 J/ψ 家族和 Υ 家族的能级和轻子宽度。计算结果表明, 计及胶子质量效应与能级实验并不矛盾, 禁闭位势的洛伦兹结构近于标量和矢量的等量混合。

一、引 言

J/ψ 和 Υ 粒子发现后不久, 它们便相继被解释为 $c\bar{c}$ 和 $b\bar{b}$ 的束缚态。由最初的理论, 这种重夸克偶素系统可以唯象地用一个味道无关的非相对论位势来统一描述^[1]。目前已提出很多唯象的位模型^[2-4]。其中比较成功的有 Cornell 势, 即短距离处由单胶子交换所引起的类库仑位势加上长距离处由格点规范理论建议的线性禁闭位势^[5-7]。线性位势以后又由 Carlson^[8] 等人为解释三个 P 态的劈裂而分成标量和矢量两部分, 这种位势^[9,10]已经能比较满意地解释 charmonium 和 bottomonium 能级。

胶子的质量问题也是近年来比较有兴趣的问题之一, 特别是近年把 $E(1420)$ 解释成胶子球这一假定提出以来, 这种兴趣就更加强烈了。Parisi 指出^[11], 如果胶子具有 0.8GeV 的有效质量, 则在 $q^2 \approx 10\text{GeV}^2$ 能区的一些矛盾的实验现象可以得到统一的解释。我们按照 Parisi 这一建议, 不考虑 QCD 具体的破缺机制, 只是唯象地假定胶子具有有效的非零质量 μ , 同时进一步假定渐近自由和夸克禁闭依然存在。那末在重夸克偶素位势模型中可以唯象地考虑胶子的质量效应, 从而得出一新的位势模型。本文的目的, 就是通过对该模型的计算, 讨论引入胶子质量后对重夸克偶素能级的影响, 并通过多因素的优选法, 分别对胶子质量 $\mu = 0.8\text{GeV}$ 和 $\mu = 0.4\text{GeV}$ 给出一组合理的位势参数。在参数调整的过程中, 可以清楚地看出长程禁闭位势的洛伦兹结构的性质。

二、有效位势和质量计算公式

由以上假定,在重夸克偶素位模型中计及胶子质量效应后,只须对短距离的单胶子交换引起的位势作相应的修改,库仑位势变为汤川位势. 有效中心位势应为

$$V_c(r) = -\frac{4}{3}\alpha_s \frac{e^{-\mu r}}{r} + (g_v + g_s)r + V_0.$$

第一项汤川位势由单胶子交换引起,它具有矢量的性质. 我们可以仿照处理 Positronium 的方法^[12],在对穿衣胶子传播子进行瞬时近似后,进行非相对论约化,从而得出小距离处的汤川位及其 Breit-Fermi 项. 胶子有效质量 μ 反映在有效位势中的因子 $e^{-\mu r}$ 中. 长程禁闭位势是一唯象的考虑,目前还不能从基本理论得出夸克禁闭的结论,当然也不能推导出禁闭位势. 从格点规范模型,可假定禁闭位势为线性位. 它被认为是由多胶子交换引起. 从 Bethe-Salpeter 方程可以约化出 Breit-Fermi 项来. 一般说来, B-S 核的洛伦兹结构可以有标量、赝标、矢量、轴矢及张量五种形式. 但由 Gromes^[13]的讨论,能够给出合理的重夸克偶素能谱的只有矢量和标量两种形式,我们分别用 $g_v r$ 和 $g_s r$ 来表示它们,可以分别对它们进行约化给出各自的 Breit-Fermi 项. g_v 和 g_s 的大小表示了线性位中矢量交换和标量交换所占成份的多少. 综上所述,我们最后推导出在考虑胶子有效质量情况下重夸克偶素系统总哈密顿量(至 p^2/m^2 量级)

$$H = H_0 + V_{sl} + V_{sd},$$

其中 $H_0 = 2m + \frac{p^2}{m} + V_c(r)$ 为非相对论的 V_{sl} 为自旋无关的相对论修正(至 p^2/m^2 级)

$$\begin{aligned} V_{sl} = & \frac{4\pi\alpha_s}{3m^2} \delta(\mathbf{r}) e^{-\mu r} - \frac{4\alpha_s}{3m^2} \left(\frac{e^{-\mu r}}{r} + \frac{e^{-\mu r}}{\mu r^2} + \frac{e^{-\mu r} - 1}{\mu^2 r^3} \right) p^2 \\ & - \frac{4\alpha_s}{3m^2} \left[\frac{e^{-\mu r}}{r} + \frac{3e^{-\mu r}}{\mu r^2} + \frac{3(e^{-\mu r} - 1)}{\mu^2 r^3} \right] \frac{\mathbf{r} \cdot (\mathbf{r} \cdot \mathbf{p}) \mathbf{p}}{r^2} \\ & - \frac{\alpha_s \mu^2}{3m^2} \frac{e^{-\mu r}}{r} - \frac{1}{4m^3} p^4 + \frac{1}{m^2} (g_v - g_s) [l(l+1) + 2] \frac{1}{r}, \end{aligned}$$

V_{sd} 为自旋有关的相对论修正(至 p^2/m^2 级)

$$\begin{aligned} V_{sd} = & \left[\frac{2\alpha_s}{m^2} \left(\frac{1}{r^3} + \frac{\mu}{r^2} \right) e^{-\mu r} + \frac{1}{2m^2} (3g_v - g_s) \frac{1}{r} \right] \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \\ & + \left[\frac{4\alpha_s}{3m^2} \left(\frac{1}{r^3} + \frac{\mu}{r^2} + \frac{\mu^2}{3r} \right) e^{-\mu r} + \frac{1}{3m^2} g_v \frac{1}{r} \right] S_{12} \\ & + \left[\frac{8\alpha_s}{9m^2} \left(4\pi\delta(\mathbf{r}) e^{-\mu r} - \frac{\mu^2}{r} e^{-\mu r} \right) + \frac{4}{3m^2} g_v \frac{1}{r} \right] \mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2 \\ = & B_1(r) \mathbf{L} \cdot \mathbf{s} + B_2(r) S_{12} + B_3(r) \mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2 \end{aligned}$$

这里

$$B_1(r) = \frac{2\alpha_s}{m^2} \left(\frac{1}{r^3} + \frac{\mu}{r^2} \right) e^{-\mu r} + \frac{1}{2m^2} (3g_v - g_s) \frac{1}{r},$$

$$B_2(r) = \frac{4\alpha_s}{3m^2} \left(\frac{1}{r^3} + \frac{\mu}{r^2} + \frac{\mu^2}{3r} \right) e^{-\mu r} + \frac{1}{3m^2} g_v \frac{1}{r},$$

$$B_3(r) = \frac{8\alpha_s}{9m^2} \left(4\pi\delta(r) e^{-\mu r} - \frac{\mu^2}{r} e^{-\mu r} \right) + \frac{4}{3m^2} g_v \frac{1}{r},$$

$S_{12} = 3\mathbf{s}_1 \cdot \hat{\mathbf{r}} \mathbf{s}_2 \cdot \hat{\mathbf{r}} - \mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2$ 为张量力算符, $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2$ 为二夸克的自旋角动量, $\mathbf{L}$ 为轨道角动量, $\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r}/r$, m 为夸克质量, μ 为胶子质量.

我们用这一位势分别计算了 J/ψ 家族能级和 Υ 家族能级, 二者间唯一的差别是夸克质量不同.

我们通过数值计算, 对 H_0 解定态薛定谔方程, 给出各中心位能级以及各能级波函数, 对 V_{sl}, V_{sd} 作一级微扰修正, 即可求得各能级的数值. 计算中对矩阵元

$$\langle \phi(\mathbf{r}) | \delta(\mathbf{r}) e^{-\mu r} | \phi(\mathbf{r}) \rangle = |\phi(0)|^2,$$

我们用轻子宽度的实验值通过 Weisskopf-Van Royen 公式予以确定

$$|\phi(0)|^2 = \frac{M^2}{16\pi\alpha^2 e_q^2} \Gamma_{e^+e^-}.$$

这是因为在很小的距离处非弹性道和高阶效应变得很重要, 因此通过 $\Gamma_{e^+e^-}$ 的实验值来确定 $|\phi(0)|^2$ 更可靠些. 各能级的具体计算公式如下:

$$S \text{ 态: } M(^3S_1) = M_{cs} + \langle V_{sl} \rangle_s + \frac{1}{4} \langle B_3(\mathbf{r}) \rangle_s,$$

$$M(^1S_0) = M_{cs} + \langle V_{sl} \rangle_s - \frac{3}{4} \langle B_3(\mathbf{r}) \rangle_s;$$

$$P \text{ 态: } M(^3P_2) = M_{cp} + \langle V_{sl} \rangle_p + \langle B_1(r) \rangle_p - \frac{1}{10} \langle B_2(r) \rangle_p + \frac{1}{4} \langle B_3(\mathbf{r}) \rangle_p,$$

$$M(^3P_1) = M_{cp} + \langle V_{sl} \rangle_p - \langle B_1(r) \rangle_p + \frac{1}{2} \langle B_2(r) \rangle_p + \frac{1}{4} \langle B_3(\mathbf{r}) \rangle_p,$$

$$M(^3P_0) = M_{cp} + \langle V_{sl} \rangle_p - 2\langle B_1(r) \rangle_p - \langle B_2(r) \rangle_p + \frac{1}{4} \langle B_3(\mathbf{r}) \rangle_p,$$

$$M(^1P_1) = M_{cp} + \langle V_{sl} \rangle_p - \frac{3}{4} \langle B_3(\mathbf{r}) \rangle_p;$$

$$D \text{ 态: } M(^3D_3) = M_{cd} + \langle V_{sl} \rangle_D + 2\langle B_1(r) \rangle_D - \frac{1}{7} \langle B_2(r) \rangle_D + \frac{1}{4} \langle B_3(\mathbf{r}) \rangle_D,$$

$$M(^3D_2) = M_{cd} + \langle V_{sl} \rangle_D - \langle B_1(r) \rangle_D + \frac{1}{2} \langle B_2(r) \rangle_D + \frac{1}{4} \langle B_3(\mathbf{r}) \rangle_D,$$

$$M(^3D_1) = M_{cd} + \langle V_{sl} \rangle_D - 3\langle B_1(r) \rangle_D - \frac{1}{2} \langle B_2(r) \rangle_D + \frac{1}{4} \langle B_3(\mathbf{r}) \rangle_D,$$

$$M(^1D_2) = M_{cd} + \langle V_{sl} \rangle_D - \frac{3}{4} \langle B_3(\mathbf{r}) \rangle_D.$$

这里 M_{cs}, M_{cp}, M_{cd} 分别是 S, P, D 态的中心位能级. $\langle V_{sl} \rangle_s$ 表示 V_{sl} 在 S 态的平均值, 其它符号的意思依此类推.

矢量介子的轻子衰变宽度的计算, 一般都采用 Weisskopf-Van Royen 公式或再加上不

同的修正。但这些修正都有一些不合理的因素在内,考虑到这些修正一般表现在一个相乘的因子中,因此我们不去计算轻子宽度的绝对值,而认为其相对比值是比较可靠的。

三、结果和讨论

利用多因素优选法,分别对胶子质量 $\mu = 0.8 \text{ GeV}$ 和 $\mu = 0.4 \text{ GeV}$ 优选出一组最合适的参数。它们分别是:

$\mu(\text{GeV})$	α_s	$g_v(\text{GeV/fm})$	$g_s(\text{GeV/fm})$	$V_0(\text{GeV})$	$m_c(\text{GeV})$	$m_b(\text{GeV})$
0.8	0.3	0.75	0.65	-0.997	1.691	5.05
0.4	0.25	0.7	0.7	-0.956	1.691	5.04

用这两组参数分别对 J/ψ 家族和 Υ 家族的能级和轻子衰变宽度进行了计算,计算结果见表 1—4。

表 1 J/ψ 家族及 Υ 家族能级

(参数 $\mu = 0.8 \text{ GeV}$, $\alpha_s = 0.3$, $g_v = 0.75 \text{ GeV/fm}$, $g_s = 0.65 \text{ GeV/fm}$, $V_0 = -0.997 \text{ GeV}$, $m_c = 1.691 \text{ GeV}$, $m_b = 5.05 \text{ GeV}$, 表中数字以 MeV 为单位)

状 态	谱 记 号	$\langle V_c \rangle$	$\langle V_c \rangle + \langle V_{sl} \rangle$	$\langle V_c \rangle + \langle V_{sl} \rangle + \langle V_{sd} \rangle$	实验值 ^[9]
η_c	1^1S_0	3111	3077	3017	$2981 \pm 15^{[14]}$
J/ψ	1^3S_1	3111	3077	3097	$3097 \pm 2^*$
χ_0	1^3P_0	3552	3512	3412	$3413 \pm 5^*$
χ_1	1^3P_1	3552	3512	3487	$3508 \pm 4^*$
χ_2	1^3P_2	3552	3512	3558	$3554 \pm 5^*$
	1^1P_1	3552	3512	3494	
η'_c	2^1S_0	3777	3678	3639	
ψ'	2^3S_1	3777	3678	3690	$3686 \pm 3^*$
	1^3D_1	3886	3846	3784	$3772 \pm 6^*$
	1^3D_2	3886	3846	3834	
	1^3D_3	3886	3846	3890	
	1^1D_2	3886	3846	3831	
$b\bar{b}$ 态					
	1^1S_0	9439	9424	9385	
Υ	1^3S_1	9439	9424	9437	$9434 \pm 28^{[14]}$
	1^3P_0	9861	9847	9811	
	1^3P_1	9861	9847	9838	
	1^3P_2	9861	9847	9862	
	1^1P_1	9861	9847	9845	
	2^1S_0	9990	9959	9938	
Υ'	2^3S_1	9990	9959	9965	9994
	3^1S_0	10377	10333	10318	
Υ''	3^3S_1	10377	10333	10338	10323
	4^1S_0	10706	10653	10640	
Υ'''	4^3S_1	10706	10653	10657	10548

注: 打*号的实验值为确定参数时的输入。

$\langle V_c \rangle$ 表示中心位能级, $\langle V_{sl} \rangle$ 表示自旋无关修正, $\langle V_{sd} \rangle$ 表示自旋有关修正

表 2 J/ψ 家族和 Υ 家族能级

(参数 $\mu = 0.4\text{GeV}$ $\alpha_s = 0.25$ $g_s = g_t = 0.7\text{GeV/fm}$, $V_0 = -0.956\text{GeV}$
 $m_c = 1.691\text{GeV}$, $m_b = 5.04\text{GeV}$ 表中数字均以 MeV, 为单位)

状 态	谱 记 号	$\langle V_c \rangle$	$\langle V_c \rangle + \langle V_{st} \rangle$	$\langle V_c \rangle + \langle V_{st} \rangle + \langle V_{sd} \rangle$	实 验 值
η_c	1^1S_0	3120	3073	3012	2981 ± 15
J/ψ	1^3S_1	3120	3073	3093	$3097 \pm 2^*$
χ_0	1^3P_0	3568	3510	3411	$3413 \pm 5^*$
χ_1	1^3P_1	3568	3510	3486	$3508 \pm 4^*$
χ_2	1^3P_2	3568	3510	3555	$3554 \pm 5^*$
	1^1P_1	3568	3510	3491	
η_c'	2^1S_0	3802	3686	3648	
ϕ'	2^3S_1	3802	3686	3699	$3686 \pm 3^*$
	1^3D_1	3909	3846	3785	$3772 \pm 6^*$
	1^3D_2	3909	3846	3835	
	1^3D_3	3909	3846	3890	
	1^1D_2	3909	3846	3832	
b $\bar{b}$ 态					
	1^1S_0	9439	9423	9388	
Υ	1^3S_1	9439	9423	9435	$9434 \pm 28^*$
	1^3P_0	9847	9830	9796	
	1^3P_1	9847	9830	9822	
	1^3P_2	9847	9830	9844	
	1^1P_1	9847	9830	9827	
	2^1S_0	9992	9959	9940	
Υ'	2^3S_1	9992	9959	9965	9994
	3^1S_0	10385	10342	10328	
Υ''	3^3S_1	10385	10342	10347	10323
	4^1S_0	10717	10663	10652	
Υ'''	4^3S_1	10717	10663	10667	10548

表 3 零点波函数与轻子宽度

($\mu = 0.8\text{GeV}$, $\alpha_s = 0.3$, $g_s + g_t = 1.4\text{GeV/fm}$)

能 级	$ R(0) ^2\text{GeV}^3$	$\langle r^2 \rangle^{1/2}\text{fm}$	$\langle \beta^2 \rangle$	$\Gamma_{e^+e^-}(ns)/\Gamma_{e^+e^-}(1s)$	$\frac{\Gamma_{e^+e^-}(ns)/\Gamma_{e^+e^-}(1s)}{(1s) \text{ 实验值}^{[14]}}$
J/ψ (3097)	1.02909	0.40	0.20	1	1
ϕ' (3690)	0.825729	0.74	0.26	0.57	$(2.1 \pm 0.3)/(4.8 \pm 0.6)$
Υ (9437)	7.90400	0.23	0.07	1	1
Υ' (9965)	4.46350	0.48	0.08	0.51	$0.51 \pm 0.05 \pm 0.05$
Υ'' (10338)	3.73855	0.68	0.09	0.39	$0.31 \pm 0.04 \pm 0.03$
Υ''' (10657)	3.39398	0.85	0.11	0.34	$0.24 \pm 0.02 \pm 0.03$

从计算结果可以看出, 两组参数所计算出的能谱都能跟实验值较好地符合. 这说明在重夸克偶素位模型中, 在胶子质量从 0—0.8 GeV 范围内, 考虑胶子质量效应与能级实验是不矛盾的. 从参数选择的情况来看, 线性位的系数变化不大, 而强耦合常数的变化较大. 在 $\mu = 0.8\text{GeV}$ 的情况下, α_s 变为 0.3, 这与 Parisi 给出的趋势是一致的. 不过他给出的 α_s 值为 0.35, 而我们的 α_s 比它稍小一点. 这个变化从位势的角度也是很容易理解

表 4 零点波函数与轻子宽度
($\mu = 0.4 \text{ GeV}$, $\alpha_s = 0.25$, $g_v + g_s = 1.4 \text{ GeV/fm}$)

能 级	$ R(0) ^2 \text{ GeV}^3$	$\langle r^2 \rangle^{1/2} \text{ fm}$	$\langle \beta^2 \rangle$	$\Gamma_{e^+e^-}(ns)/\Gamma_{e^+e^-}(1s)$	$\Gamma_{e^+e^-}(ns)/\Gamma_{e^+e^-}(1s)$ 实验值
J/ψ (3093)	0.981605	0.39	0.20	1	1
ψ' (3699)	0.788447	0.73	0.25	0.54	$(2.1 \pm 0.3)/(4.8 \pm 0.6)$
Υ' (9435)	7.41913	0.23	0.07	1	1
Υ'' (9965)	4.53121	0.48	0.08	0.55	$0.51 \pm 0.05 \pm 0.05$
Υ''' (10347)	3.35502	0.68	0.09	0.43	$0.31 \pm 0.04 \pm 0.03$
Υ'''' (10667)	3.06028	0.85	0.11	0.37	$0.24 \pm 0.02 \pm 0.03$

的。因为能级框架主要由线性位势决定，计及胶子质量效应后，只改变了位势的库仑部分。在库仑位中加入的衰减因子 $e^{-\mu r}$ 可以通过增大前面的系数 α_s 来补偿。 μ 越大则需要 α_s 越大。这个趋势从 $\mu = 0.8 \text{ GeV}$ 及 $\mu = 0.4 \text{ GeV}$ 两组的 α_s 值的变化可以清楚地看出， $\mu = 0.4 \text{ GeV}$ 时， α_s 增加得少一些。从能级的计算上也更加有力地证明了这一点。

其次，从参数优选的过程中可以看出，线性禁闭位势的洛伦兹结构趋向于近似等标量和矢量混合，即 $g_v \approx g_s$ 。在其它参数相同的情况下，只改变 $K_0 = g_v/g_s$ 的值，对每一 K_0 值都可以计算出一组能级。大量计算表明，能级计算值与实验值相差最小的点都在 $K_0 = 1$ 附近。两个最优点的 K_0 值也分别是 1.154 和 1。这就说明了禁闭位势应该是标量交换和矢量交换各占一半，这与 Beavis 和 Barik^[13] 等人的结论是一致的。

在能级计算中，与实验值的最大偏差对粲子素系统发生在 x_1 能级，其偏差 $\approx 20 \text{ MeV}$ 。但考虑在该系统中 $\beta^2 = v^2/c^2 \approx 0.2$ ，一级微扰计算的能级劈裂 $\approx 100 \text{ MeV}$ ，所以下一级的修正就可以达到 20 MeV ，在此我们就不作进一步的计算了。

在工作过程中，曾得到清华大学蔡纬、易余萍，北京大学宋行长，系统研究所项可风的很多帮助，还和清华大学张达华、刘国光进行过有益的讨论。在此一并表示深切的谢意。

参 考 文 献

- [1] A. De. Rujula, H. Georgi and S. L. Glashow, *Phys. Rev. D* **12**(1975), 147.
- [2] C. Quigg and J. L. Rosner, *Phys. Lett.*, **71B**(1977), 153.
- [3] Bhanot Rudaz, *Phys. Lett.*, **78B**(1978), 119.
- [4] J. L. Richardson, *Phys. Lett.*, **82B**(1979), 272.
- [5] E. Eichten *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **34**(1975), 369.
- [6] E. Eichten *et al.*, *Phys. Rev. D*, **17**(1978), 3090.
- [7] E. Eichten *et al.*, *Phys. Rev. D*, **21**(1980), 203.
- [8] C. E. Carlson and F. Gross, *Phys. Lett.* **74B**(1978), 404.
- [9] D. Beavis *et al.*, *Phys. Rev. D*, **20**(1979), 743.
- [10] D. Beavis *et al.*, *Phys. Rev. D*, **20**(1979), 2343.
- [11] G. Parisi and R. Petronzio, Preprint Ref. TH. 2804-CERN, (1980).
- [12] E. M. Lifshitz *et al.*, *Relativistic Quantum Theory*, (1971).
- [13] N. Barik and S. N. Jena, *Phys. Rev. D*, **21**(1980), 3197.
- [14] G. Monet, prelecture notes distributed at SLAC summer institute on particle physics, (1980).
- [15] D. Gromes, *Nucl. Phys., B*, **131**(1977), 80.

QUARKONIUM POTENTIAL MODEL WITH A NON-ZERO GLUON EFFECTIVE MASS

HE ZUO-XIU

(Institute of Theoretical Physics, Academia Sinica)

LIN DA-HANG ZHAO PEI-ZHEN

(Qinghua University)

ABSTRACT

According to Parisi's suggestion, we assume that the gluon possesses a non-zero effective mass μ . From this assumption, we derive an effective Hamiltonian up to order β^2 for quarkonium. For $\mu = 0.8$ GeV and 0.4 GeV, we find the spectra as well as the relative leptonic widths for charmonium and upsilon, which are in good agreement with experiment.