

研究简报

失调光学系统的衍射积分公式

洪熙春¹⁾ 黄维刚²⁾ 王绍民

(杭州大学物理系)

1981年12月14日收到

提 要

从 Collins 衍射积分理论^[1]出发,用增广的 4×4 阶变换矩阵元^[2]表示衍射积分的核,得出了失调光学系统的衍射积分公式。

一、引 言

Collins 成功地找到了 2×2 阶变换矩阵与光学系统程函之间的关系^[1],并经过方洪烈^[2]、范滇元^[3,4]等人的发展,已能解决许多经典衍射理论难以解决的问题。

但是直接用 Collins 的公式来处理失调的光学系统显得非常繁复,甚至难以解决问题。实际的光学系统或多或少存在失调。这就有必要对 Collins 理论作进一步的发展。

二、失 调 系 统

图 1 表示一个失调的光学系统,其内的一切元件都是轴对称的。 $x_m y_m$ 和 $x'_m y'_m$ 是失

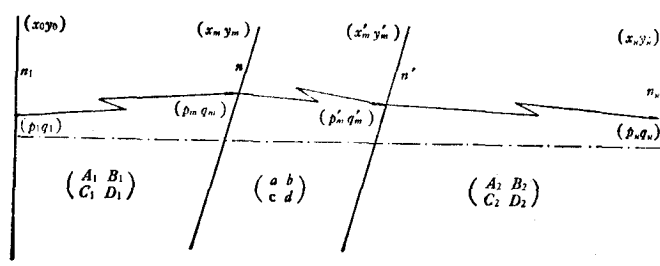


图 1

调元件前后参考面上的点在失调坐标系中的坐标,在准直坐标系中用 x, y 和 x', y' 来表

1), 2) 81 届毕业生。

示. x_0y_0 和 x_Ny_N 是系统的输入面和输出面. p_i 和 q_i 是代表光线方向的两个量. p_i 是光线在 xoz 平面的投影线与 z 轴的夹角, q_i 是光线在 yoz 平面的投影线与 z 轴的夹角. 元件的失调量分别用 $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon'_x, \varepsilon'_y$ 来表征^[5], 如图 2.

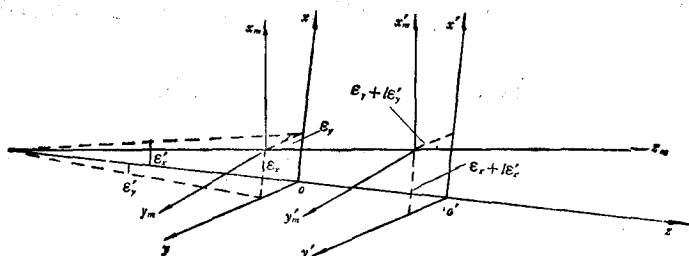


图 2

$\varepsilon_x, \varepsilon_y$ 是 o_m 在准直系统中的位置, ε'_x 是 z_m 轴在 xoz 平面投影线与 z 轴的夹角, ε'_y 是 z_m 轴在 yoz 平面投影线与 z 轴的夹角, 它们均是小量, 即我们考虑微小失调的情形. l 是 o_m 与 o'_m 之间的几何长度.

三、程 函

为了写出衍射积分公式, 我们必须求出连接输入, 输出面上任意两点的光线路程函.

设一连接输入、输出面的光线与各平面的交点为 (x_0y_0) , (x_my_m) , $(x'_my'_m)$ 和 (x_Ny_N) , 在各平面处的方向为 p_1q_1 , p_mq_m , $p'_mq'_m$ 和 p_Nq_N . 由于引入了失调坐标系, 直接利用 Collins 的程函表达式可以写出 (x_0y_0) 点与 (x_Ny_N) 点间的光线路程函. 表式^[1]为

$$\begin{aligned} L_N = L_0 &+ \frac{1}{2} (-n_1 p_1 x_0 - n_1 q_1 y_0 + n p x + n q y) \\ &+ \frac{1}{2} (-n p_m x_m - n q_m y_m + n' p'_m x'_m + n' q'_m y'_m) \\ &+ \frac{1}{2} (-n' p' x' - n' q' y' + n_N p_N x_N + n_N q_N y_N), \end{aligned} \quad (1)$$

式中 L_0 是输入、输出面间沿系统光轴的光学长度, 是常数. $x, y, x', y', p, q, p', q'$ 分别是 $x_m, y_m, x'_m, y'_m, p_m, q_m, p'_m, q'_m$ 各量在准直系统中的表示, 由图 1 和图 2, 得以下的关系式:

$$\begin{bmatrix} n p \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 p_1 \\ x_0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} n q \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 q_1 \\ y_0 \end{bmatrix}; \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} n_N p_N \\ x_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n' p' \\ x' \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} n_N q_N \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n' q' \\ y' \end{bmatrix}; \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} n' p'_m \\ x'_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n p_m \\ x_m \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} n' q'_m \\ y'_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n q_m \\ y_m \end{bmatrix}; \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} n'p' \\ x' \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & \theta_x & \varphi_x \\ c & d & \phi_x & \omega_x \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} np \\ x \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} n'q' \\ y' \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & \theta_y & \varphi_y \\ c & d & \phi_y & \omega_y \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} nq \\ y \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

$$\begin{aligned} x_m &\approx x - \varepsilon_x, & x'_m &\approx x' - \varepsilon_x - l\varepsilon'_x; \\ y_m &\approx y - \varepsilon_y, & y'_m &\approx y' - \varepsilon_y - l\varepsilon'_y; \\ p_m &\approx p - \varepsilon'_x, & p'_m &\approx p' - \varepsilon'_x; \\ q_m &\approx q - \varepsilon'_y, & q'_m &\approx q' - \varepsilon'_y. \end{aligned} \quad (6)$$

(5)式中的 4×4 阶矩阵是失调元件的增广矩阵^[5]. 在(6)式的推导中已略去了二级小量.

由(2),(3),(4)和(5)式可得

$$\begin{aligned} n_1 p_1 &= \frac{x_N - Dx_0}{c} - \frac{1}{c} [C_2(\theta_x + \varphi_x) + D_2(\phi_x + \omega_x)], \\ n_N p_N &= \frac{Ax_N - x_0}{c} + \left(A_2 - \frac{AC_2}{c}\right)(\theta_x + \varphi_x) + \left(B_2 - \frac{AD_2}{c}\right)(\phi_x + \omega_x), \\ np &= \frac{A_1}{c}(x_N - Dx_0) + B_1 x_0 - \frac{A_1}{c} [C_2(\theta_x + \varphi_x) + D_2(\phi_x + \omega_x)], \\ x &= \frac{C_2}{c}(x_N - Dx_0) + D_1 x_0 - \frac{C_1}{c} [C_2(\theta_x + \varphi_x) + D_2(\phi_x + \omega_x)], \\ n'p' &= \frac{D_2}{c}(Ax_N - x_0) - B_2 x_N + D_2 \left[\left(A_2 - \frac{AC_2}{c}\right)(\theta_x + \varphi_x) \right. \\ &\quad \left. + \left(B_2 - \frac{AD_2}{c}\right)(\phi_x + \omega_x) \right], \\ x' &= \frac{C_2}{c} x_0 + \left(A_2 - \frac{AC_2}{c}\right)x_N - C_2 \left[\left(A_2 - \frac{AC_1}{c}\right)(\theta_x + \varphi_x) \right. \\ &\quad \left. + \left(B_2 - \frac{AD_2}{c}\right)(\phi_x + \omega_x) \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

这里 A, B, C, D 是无失调时, 输入面到输出面的变换矩阵元. 将(7)式中的 x 换作 y , p 换作 q , 便得关于 $n_1 q_1, n_N q_N, nq, y, n'q'$ 和 y' 的相应表达式.

利用(6)式, 可以将 L_N 写为

$$\begin{aligned} L_N &= L_0 + \frac{1}{2} (-n_1 p_1 x_0 - n_1 q_1 y_0 + n_N p_N x_N + n_N q_N y_N) \\ &\quad + \frac{1}{2} [n(px - p_m x_m) + n(qy - q_m y_m)] \\ &\quad + \frac{1}{2} [n'(p'_m x'_m - p' x') + n'(q'_m y'_m - q' y')] \\ &= L_0 + \frac{1}{2} (-n_1 p_1 x_0 - n_1 q_1 y_0 + n_N p_N x_N + n_N q_N y_N) \\ &\quad + \frac{1}{2} [n\varepsilon'_x x + np\varepsilon_x + n\varepsilon'_y y + nq\varepsilon_y - n'\varepsilon'_x x' \end{aligned}$$

$$-n'p'(\varepsilon_x + l\varepsilon'_x) - n'q'(\varepsilon_y + l\varepsilon'_y) - n'\varepsilon'_y y'], \quad (8)$$

再利用(7)式得

$$\begin{aligned} L_N = L_0 + \frac{1}{2c} [D(x_0^2 + y_0^2) - 2(x_0 x_N + y_0 y_N) + A(x_N^2 + y_N^2)] \\ + \frac{1}{2c} \{ [C_2(\theta_x + \varphi_x) + D_2(\phi_x + \omega_x)]x_0 \\ + [(A_2C - AC_2)(\theta_x + \varphi_x) + (B_2C - AD_2)(\phi_x + \omega_x)]x_N \\ + [C_2(\theta_y + \varphi_y) + D_2(\phi_y + \omega_y)]y_0 \\ + [(A_2C - AC_2)(\theta_y + \varphi_y) + (B_2C - AD_2)(\phi_y + \omega_y)]y_N \} \\ + \frac{1}{2c} \{ [\varepsilon_x(D_2 + B_1C - A_1D) + \varepsilon'_x(nD_1C - nC_1D - n'C_2 + D_2l)]x_0 \\ + [\varepsilon_x(A_1 + B_2C - AD_2) \\ + \varepsilon'_x(nC_1 + lB_2C - lAD_2 - n'AC_2 - n'A_2C)]x_N \\ + [\varepsilon_y(D_2 + B_1C - A_1D) + \varepsilon'_y(nD_1C - nC_1D - n'C_2 + lD_2)]y_0 \\ + [\varepsilon_y(A_1 + B_2C - AD_2) + \varepsilon'_y(nC_1 + lB_2C - lAD_2 - n'AC_2)]y_N \}. \quad (9) \end{aligned}$$

至此,我们已获得了程函的表达式.

在上面推导中所出现的矩阵元均是按 Collins 所定义的^[1],它与 Kogelnik 和 Li 所定义的矩阵元^[6]有以下的关系:

$$\begin{bmatrix} a_c & b_c \\ c_c & d_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{n_2}{n_1} d_k & n_2 c_k \\ \frac{1}{n_1} b_k & a_k \end{bmatrix}. \quad (10)$$

因此,增广矩阵元之间的关系是

$$\begin{bmatrix} a_c & b_c & \theta_c & \varphi_c \\ c_c & d_c & \phi_c & \omega_c \\ 0 & 1 & 0 & \\ & & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{n_2}{n_1} d_k & n_2 c_k & n_2 \gamma \varepsilon & n_2 \delta \varepsilon' \\ \frac{1}{n_1} b_k & a_k & \alpha \varepsilon & \beta \varepsilon' \\ 0 & 1 & 0 & \\ & & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

式中 $\alpha = 1 - a_k$, $\beta = l - b_k$, $\gamma = -c_k$, $\delta = 1 - d_k$ ^[5].

利用(11)式将(9)式中的矩阵元换作 Kogelnik 和 Li 所定义的矩阵元(为了书写方便,在下面的式子中矩阵元的记号不变,但意义已不同).

$$\begin{aligned} L_N = L_0 + \frac{1}{2B} [n_1 A(x_0^2 + y_0^2) - 2n_1(x_0 x_N + y_0 y_N) + n_N D(x_N^2 + y_N^2)] \\ + \frac{1}{2B} \{ n_1 [B_2(\gamma \varepsilon_x + \delta \varepsilon'_x) + A_2(\alpha \varepsilon_x + \beta \varepsilon'_x)]x_0 \\ + n_N [(D_2B - DB_2)(\gamma \varepsilon_x + \delta \varepsilon'_x) \\ + (C_2B - A_2D)(\alpha \varepsilon_x + \beta \varepsilon'_x)]x_N + n_1 [B_2(\gamma \varepsilon_y + \delta \varepsilon'_y) \\ + A_2(\alpha \varepsilon_y + \beta \varepsilon'_y)]y_0 + n_N [(D_2B - DB_2)(\gamma \varepsilon_y + \delta \varepsilon'_y) \\ + (C_2B - A_2D)(\alpha \varepsilon_y + \beta \varepsilon'_y)]y_N \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2B} \{ [\varepsilon_x \cdot (n_1 D_2 + n C_1 B - n A D_1) \\
& + \varepsilon'_x (n A_1 B - n B_1 A - n_1 B_2 + n_1 A_2 l)] x_0 + [\varepsilon_x (n D_1 \\
& + n_N C_2 B - n_N D A_2) + n_N \varepsilon'_x (B_1 + l B C_2 - l A_2 D \\
& + D B_2 - D_2 B)] x_N + [\varepsilon_y (n_1 D_2 + n C_1 B - n A D_1) \\
& + \varepsilon'_y (n A_1 B - n B_1 A - n_1 B_2 + n_1 A_2 l)] y_0 + [\varepsilon_y (n D_1 \\
& + n_N C_2 B - n_N D A_2) + n_N \varepsilon'_y (B_1 + l B C_2 - l A_2 D \\
& + D B_2 - D_2 B)] y_N \}. \quad (12)
\end{aligned}$$

或把(12)式写作

$$\begin{aligned}
L_N = L_0 + \frac{1}{2B} [n_1 A (x_0^2 + y_0^2) - 2n_1 (x_0 x_N + y_0 y_N) \\
+ n_N D (x_N^2 + y_N^2) + e x_0 + f y_0 + g x_N + h y_N]. \quad (13)
\end{aligned}$$

(13)式中坐标的一次方项是由于失调所引起的附加程函.

四、衍射积分

失调系统的衍射积分公式为

$$\begin{aligned}
E_N(x_N y_N) &= -\frac{i k n_1}{2\pi B} \iint E_0(x_0 y_0) e^{i k L_N(x_0 y_0 x_N y_N)} dx_0 dy_0 \\
&= -\frac{i k n_1}{2\pi B} \iint E_0(x_0 y_0) \exp \frac{i k}{2B} [n_1 A (x_0^2 + y_0^2) \\
&\quad - 2n_1 (x_0 x_N + y_0 y_N) + n_N D (x_N^2 + y_N^2) \\
&\quad + e x_0 + f y_0 + g x_N + h y_N] dx_0 dy_0; \quad (14)
\end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned}
e &= \varepsilon_x (n_1 B_2 \gamma + n_1 A_2 \alpha + n_1 D_2 + n C_1 B - n A D_1) \\
&\quad + \varepsilon'_x (n_1 B_2 \delta + n_1 A_2 \beta + n A_1 B - n B_1 A + n_1 A_2 l - n_1 B_2), \\
f &= \varepsilon_y (n_1 B_2 \gamma + n_1 A_2 \alpha + n_1 D_2 + n C_1 B - n A D_1) \\
&\quad + \varepsilon'_y (n_1 B_2 \delta + n_1 A_2 \beta + n A_1 B - n B_1 A - n_1 B_2 + n_1 A_2 l), \\
g &= \varepsilon_x (n_N \gamma B D_2 - n_N \gamma D B_2 + n_N \alpha C_2 B - n_N \alpha A_2 D + n D_1 \\
&\quad + n_N C_2 B - n_N D A_2) + \varepsilon'_x n_N (\delta D_2 B - \delta D B_2 + \beta C_2 B \\
&\quad - \beta A_2 D + B_1 + l B C_2 - l A_2 D + B_2 D - D_2 B), \\
h &= \varepsilon_y (n_N \gamma D_2 B - n_N \gamma D B_2 + n_N \alpha C_2 B - n_N \alpha A_2 D + n D_1 \\
&\quad - n_N D A_2) + \varepsilon'_y n_N (\delta D_2 B - \delta D B_2 + \beta C_2 B - \beta A_2 D \\
&\quad + B_1 + l B C_2 - l A_2 D + B_2 D - D_2 B).
\end{aligned}$$

五、一般情形

上面我们讨论了只有一个元件(或数个元件同步失调)的情况, 现在考虑系统中有两个元件失调的情形, 如图 3.

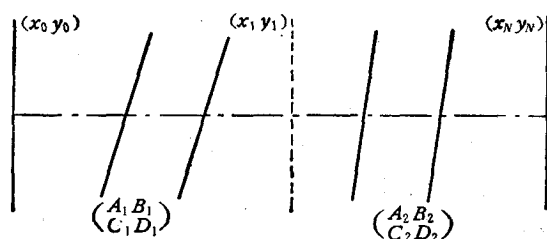


图 3

这时程函可写作

$$\begin{aligned}
 L_N = L_0 &+ \frac{1}{2B_1} [n_1 A_1 (x_0^2 + y_0^2) - 2n_1 (x_0 x_1 + y_0 y_1) \\
 &+ n_2 D_1 (x_1^2 + y_1^2) + e_1 x_0 + f_1 y_0 + g_1 x_1 + h_1 y_1] \\
 &+ \frac{1}{2B_2} [n_2 A_2 (x_1^2 + y_1^2) - 2n_2 (x_1 x_N + y_1 y_N) \\
 &+ n_N D_2 (x_N^2 + y_N^2) + e_2 x_1 + f_2 y_1 + g_2 x_N + h_2 y_N]. \quad (15)
 \end{aligned}$$

设 $x_0 y_0$ 面到 $x_1 y_1$ 面和 $x_1 y_1$ 面到 $x_N y_N$ 面的 4×4 阶变换矩阵分别为^[5]

$$\begin{bmatrix} A_1 & B_1 & A'_1 & B'_1 \\ C_1 & D_1 & C'_1 & D'_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ 和 } \begin{bmatrix} A_2 & B_2 & A'_2 & B'_2 \\ C_2 & D_2 & C'_2 & D'_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

则有

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ p_1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 & A'_1 & B'_1 \\ C_1 & D_1 & C'_1 & D'_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ p_0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_N \\ p_N \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 & A'_2 & B'_2 \\ C_2 & D_2 & C'_2 & D'_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ p_1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

利用(16)式消去(15)式中的 x_1, y_1 得

$$\begin{aligned}
 L_N = L_0 &+ \frac{1}{2B} \left\{ n_1 A (x_0^2 + y_0^2) - 2n_1 (x_0 x_N + y_0 y_N) + n_N D (x_N^2 + y_N^2) \right. \\
 &+ \left[\frac{B}{B_1} e_1 + \frac{n_1}{n_2} B_2 \left(\frac{g_1}{B_1} + \frac{e_2}{B_2} \right) \right] x_0 + \left[\frac{B}{B_1} f_1 + \frac{n_1}{n_2} B_2 \left(\frac{h_1}{B_1} + \frac{f_2}{B_2} \right) \right] y_0 \\
 &+ \left[\frac{B}{B_2} g_2 + B_1 \left(\frac{g_1}{B_1} + \frac{e_2}{B_2} \right) \right] x_N + \left[\frac{B}{B_2} h_2 + B_1 \left(\frac{h_1}{B_1} + \frac{f_2}{B_2} \right) \right] y_N \left. \right\} \quad (17)
 \end{aligned}$$

或

$$\begin{aligned}
 L_N = L_0 &+ \frac{1}{2B} [n_1 A (x_0^2 + y_0^2) - 2n_1 (x_0 x_1 + y_0 y_1) + n_N (x_N^2 + y_N^2) \\
 &+ E x_0 + F y_0 + G x_N + H y_N], \quad (18)
 \end{aligned}$$

其中

$$E = \frac{B}{B_1} e_1 + \frac{n_1}{n_2} B_2 \left(\frac{g_1}{B_1} + \frac{e_2}{B_2} \right), \quad F = \frac{B}{B_1} f_1 + \frac{n_1}{n_2} B_2 \left(\frac{h_1}{B_1} + \frac{f_2}{B_2} \right);$$

$$G = \frac{B}{B_2} g_2 + B_1 \left(\frac{g_1}{B_1} + \frac{c_2}{B_2} \right); \quad H = \frac{B}{B_2} h_2 + B_1 \left(\frac{h_1}{B_1} + \frac{f_2}{B_2} \right). \quad (19)$$

A, B, C, D 是无失调时 $x_0 y_0$ 面到 $x_N y_N$ 面的变换矩阵元。

衍射积分公式在形式上与(14)式完全相同, 即

$$\begin{aligned} E_N(x_N y_N) = & -\frac{ikn_1}{2\pi B} e^{ikL_0} \iint E_0(x_0 y_0) \exp \frac{ik}{2B} [n_1 A(x_0^2 + y_0^2) \\ & - 2n_1(x_0 x_1 + y_0 y_N) + n_N D(x_N^2 + y_N^2) + E x_0 \\ & + F y_0 + G x_N + H y_N] dx_0 dy_0. \end{aligned} \quad (20)$$

对于有两个以上元件失调的情况, 我们须算出每个失调元件的 c, f, g, h , 再按(19)式逐步算出总的 E, F, G, H 来。

总之, 对于任意的失调系统, 我们可以用代数的方法求出系数 E, F, G, H , 从而写出输入、输出面之间的衍射积分。

六、验证

下面举一个简单的例子来验证所得到的结果。

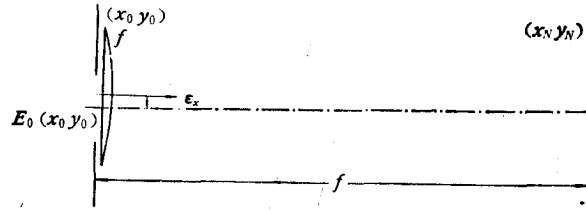


图 4

考察如图 4 的单透镜系统, 设输出面在透镜的焦面上, 透镜的光轴相对系统的光轴在 x 方向平移了 ϵ_x 距离。从经典物理光学的角度考虑知输出面上的场应为

$$\begin{aligned} E_N(x_N y_N) = & -\frac{ik}{2\pi B} e^{ikf} \iint E_0(x_0 y_0) e^{\frac{ik}{2f} [(x_0 - x_N)^2 + (y_0 - y_N)^2]} e^{-\frac{ik}{2f} [(x_0 - \epsilon_x)^2 + y_0^2]} dx_0 dy_0 \\ = & -\frac{ik}{2\pi B} e^{ikf} \iint E_0(x_0 y_0) e^{\frac{ik}{2f} [-2(x_N - \epsilon_x)x_0 - 2y_0 y_N + x_N^2 + y_N^2]} dx_0 dy_0. \end{aligned} \quad (21)$$

现在用本文的方法进行计算。对于这样的系统, 有

$$\epsilon'_x = \epsilon_y = \epsilon'_y = 0,$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & f \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1/f & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & f \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (22)$$

算得

$$c = 2\epsilon_x, \quad f = g = h = 0.$$

再代入(14)式得

$$E_N(x_N y_N) = -\frac{ik}{2\pi B} e^{ikf} \iint E_0(x_0 y_0) \exp \frac{ik}{2f} [-2(x_N - \epsilon_x)x_0$$

$$-2y_0y_N + x_N^2 + y_N^2]dx_0dy_0. \quad (23)$$

结果与(16)式完全一致.

七、应 用

1. 位相板失调

位相板失调如图 5. 我们有

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & L_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & l/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & (1-l/n)l \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \\ \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L_1 + L_2 + l/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (24)$$

算得

$$e = 2l\epsilon'_x, \quad g = -2l\epsilon'_x, \quad f = h = 0. \quad (25)$$

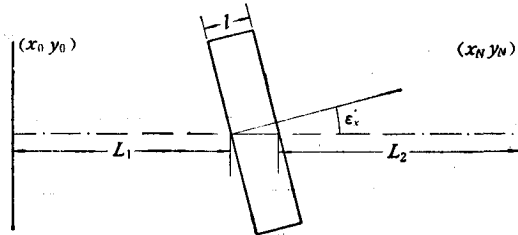


图 5

衍射积分公式为

$$\begin{aligned} E_N(x_N, y_N) &= -\frac{ik}{2\pi B} e^{ik(L_1+L_2+l/n)} \iint E_0(x_0, y_0) \exp \frac{ik}{2B} [x_0^2 + y_0^2 \\ &\quad - 2(x_0x_N + y_0y_N) + x_N^2 + y_N^2 + 2l\epsilon'_x x_0 - 2l\epsilon'_x x_N] dx_0 dy_0. \end{aligned} \quad (26)$$

2. 两个薄透镜失调

图 6 表示两个薄透镜失调的系统. 第一个透镜的光轴相对于系统的光轴在 x 方向移动了 ϵ_{x_1} 距离, 第二个透镜在 y 方向移动了 ϵ_{y_1} 距离.

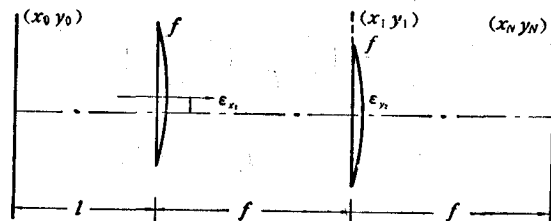


图 6

我们有

$$\begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & f \\ -1/f & 1 - l/f \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & f \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & (1 - l/f)f \\ -1/f & -l/f \end{pmatrix},$$

$$l_1 = 2\varepsilon_{x_1}, \quad g_1 = 2l/f\varepsilon_{x_1}, \quad f_1 = g_1 = 0, \quad f_2 = 2\varepsilon_{y_2}, \quad c_2 = g_2 = h_2 = 0. \quad (27)$$

代入(19)式算得

$$E = 2\varepsilon_{x_1}, \quad F = 2\varepsilon_{y_2}, \quad G = 2l/f\varepsilon_{x_1}, \quad H = 2\varepsilon_{y_2}. \quad (28)$$

衍射积分为

$$E_N(x_N y_N) = -\frac{ik}{2\pi(f-l)} \iint E_0(x_0 y_0) \exp \frac{ik}{2(f-l)} [-(x_0^2 + y_0^2) - 2(x_0 x_N + y_0 y_N) - l/f(x_N^2 + y_N^2) + 2\varepsilon_{x_1} x_0 + 2\varepsilon_{y_2} y_0 + 2l/f\varepsilon_{x_1} x_N + 2\varepsilon_{y_2} y_N] dx_0 dy_0. \quad (29)$$

参 考 文 献

- [1] S. A. Collins, J. *Opt. Soc. Amer.*, **60** (1970), 1168.
- [2] 方洪烈, 物理学报, **28**(1979), 430.
- [3] 范滇元, 激光, **7**(1980), 26.
- [4] 范滇元, 光学学报, **1**(1981), 395.
- [5] 王绍民, 杭州大学学报(自然科学版), (3)(1979), 42.
- [6] H. Kogelnik, T. Li, *Appl. Opt.*, **5**(1966), 1550.

DIFFRACTION INTEGRAL FORMULA FOR MISALIGNED OPTICAL SYSTEMS

HONG XI-CHUN HUANG WEI-GANG WANG SHAO-MIN

(Department of Physics, Hangzhou University)

ABSTRACT

On the basis of Collins' diffraction integral theory^[1], a diffraction integral formula for misaligned optical systems has been derived employing a kernel expressed in terms of augmented 4×4 transfer matrix elements^[5].