

“磁通浓缩器”无浓缩磁通作用

李玉芝 刘文汉 张裕恒

(中国科学技术大学)

1980年5月10日收到; 1983年2月15日收到修改稿

提 要

本文通过解麦克斯韦方程给出了把“浓缩体”插入初级线圈前后的磁场分布。方程的解表明,如果在“浓缩体”插入前后,保持初级线圈中的电流不变,则二者在中空区产生的磁场不变;如果供应二者的能量不变(即 C, V 固定),则插入“浓缩体”前后场值之比 $B/B_0 \propto \sqrt{R_0}$,但这完全是由于磁场的再分布引起的。这时中空区的总磁通减小,磁通并不守恒,不存在使磁通浓缩的问题,因而用它产生高强脉冲磁场存在着原理性错误。

本文指出了把“浓缩器”看作脉冲变压器的错误所在。理论计算还表明用端面为截头圆锥形装置能产生较高场是结构效应所致。

一、引 言

获得强脉冲磁场的方法很多^[1-8],但不破坏磁体结构能重复运行的只有绕阻线圈^[1,2], Bitter 线圈^[3], 和单匝线圈^[4]三种。单匝线圈可获得几百万高斯的强场但脉冲时间短,只有几微秒。用绕阻线圈可得长脉冲(如几十毫秒)的场,但因其内层经受不住巨大的电磁力而在高场下会遭致线圈的破坏。为获得长脉冲的强场,有人将二者组合为一体提出一种所谓“磁通浓缩器”^[9-12],如图1所示,它是把一有径向割缝的中空圆柱导体(文献上称为浓缩体)插入一个多匝绕阻线圈中。后者被看作初级,前者被看作次级。并认为当初级线圈中通过脉冲电流时,沿着次级的内外边缘及割缝边缘就产生一闭合电流。该电流使“浓缩体”区域中无磁通,这部分磁通被“挤”向中空区而产生强场^[9]。

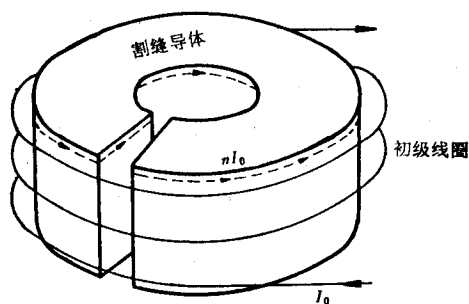


图 1

事实上,“磁通浓缩器”所产生的磁场远低于人们所预想的数值^[10,11]。Wilson 和 Srivastava^[12]曾对“浓缩器”的作用提出过怀疑,认为它本质上是单匝脉冲变压器,并设法提高它的耦合效率,从而获得约400千高斯、120微秒的脉冲磁场,但这也远低于预想值。

本文从理论分析上指出,用这种结构产生强脉冲磁场存在着原理性错误,它没有“浓缩”磁通的作用。

本文还指出这种结构也不是单匝脉冲变压器,不能用它获得强脉冲磁场。

二、理 论

1. 割缝导体内外边缘场值的相对关系

为了简单,我们把中空导体的割缝视为它内、外壁电流的引线,只研究内、外壁圆电流产生的磁场。

导体中的磁场满足方程。

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \frac{i}{\delta^2} \mathbf{B}, \quad (1)$$

式中 $\delta = \sqrt{\frac{t}{\pi \mu \sigma}}$ 为磁场的趋肤深度, μ 为磁导率, σ 为电导率, t 为脉冲时间。

设该导体的内、外圆半径分别为 r_0 和 R_0 , 长为 $2b$. 以中心为原点取柱坐标系 (见图 2). 由于导体以 z 轴为圆对称,故 B 与 φ 角无关,则 (1) 式可写为

$$\nabla^2 B_z(r, z) = \frac{i}{\delta^2} B_z(r, z). \quad (2)$$

在 z 轴方向磁场的对称性要求

$$B_r(r, z) = -B_r(r, -z), \quad (3)$$

$$B_z(r, z) = B_z(r, -z). \quad (4)$$

因为任一通过轴的纵截面的电流是连续的,故通过此面的总电流 $I = 0$.

由于 $\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{j}$,

所以

$$\begin{aligned} \mu I &= \mu \iint_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s} = \iint_S (\nabla \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{s} \\ &= \oint_l \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} \\ &= \oint_l [B_z(r, z) + B_r(r, z)] \cdot d\mathbf{l} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

1) 纵截面为矩形

设 $B_z(r, z) = B_z(r)$ 与 z 无关,则由 (5) 式得到

$$B_z(r_0) - B_z(R_0) + \frac{1}{b} \int_c^D B_r(r, z) dl = 0. \quad (6)$$

因 $\int_c^D B_r(r, z) dl \neq 0$, 故

$$B_z(R_0) > B_z(r_0). \quad (7)$$

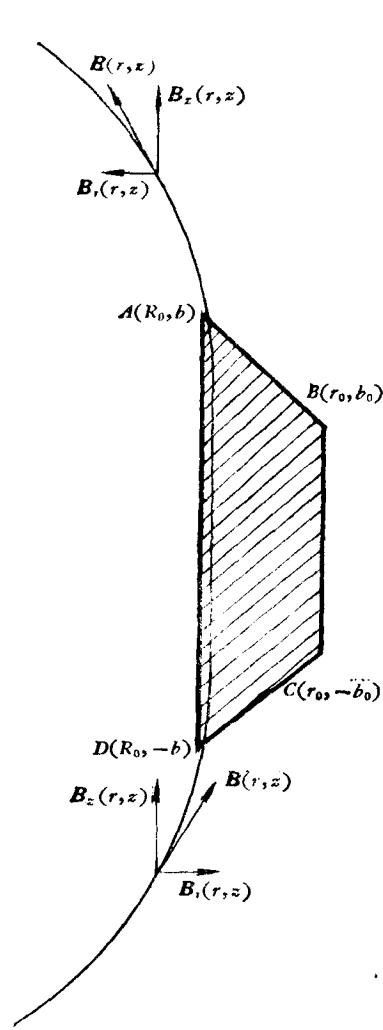


图 2

当导体无限长时, $\mathbf{B}$ 只有轴向分量而无径向分量, 所以有

$$B_z(R_0) = B_z(r_0). \quad (8)$$

(7) 式与 (8) 式表明, 割缝导体外边缘的场大于或等于内边缘的场.

2) 纵截面为梯形即端面为截头圆锥形

设外圆的高为 $2b$, 内圆的高为 $2b_0$ (见图 2), 同上可得

$$b_0 B_z(r_0) - b B_z(R_0) + \int_C^D B_r(r, z) dl = 0. \quad (9)$$

对于 $b_0 > r_0$, 由 (9) 式中心场可以近似地写为

$$B(r_0) \doteq \frac{b}{b_0} B(R_0). \quad (10)$$

2. 割缝导体插入初级线圈前后中空区场值之间的关系

为了得到 $B_z(r_0) = B$ 与不插入割缝导体的空载线圈产生的磁场 B_0 之间的关系, 我们先解出这两种情况下磁场的分布, 然后由能量守恒得出它们之间的关系.

为了数学上的简化, 我们求解无限长的情况. 因为有限长只不过是对无限长解的修正, 不会改变其基本的物理面貌.

1) 导体未插入初级线圈时

设初级线圈的内半径为 R_0 , 厚度为 a . 这时磁场的空间分为两部分.

(1) 在线圈层 $R_0 \leq r \leq R_0 + a$ 区域内 此时, 电源电流 $\mathbf{j}_0 = j_0 \mathbf{e}_\varphi$ 产生磁场满足的方程为

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}_0, \quad (11)$$

其解为

$$B_z(r) = -\mu_0 j_0 r + A.$$

因线圈无限长, 故在线圈外壁 $r = R_0 + a$ 处有 $B_z(R_0 + a) = 0$,

所以

$$A = \mu_0 j_0 (R_0 + a),$$

$$\text{则 } B_z(r) = -\mu_0 j_0 r + \mu_0 j_0 (R_0 + a) = \mu_0 j_0 [(R_0 + a) - r]. \quad (12)$$

(2) 在中空区 $0 \leq r \leq R_0$ 区域内 磁场满足 Laplace 方程

$$\nabla^2 B_z(r) = 0,$$

其解为

$$B_z(r) = A_1 \ln r + A_2.$$

因在 $r = 0$ 处 $B_z(r)$ 有限, 故 $A_1 = 0$, 则 $B_z(r) = A_2$ 为一常数. 又因在 $r = R_0$ 处中空区与线圈层区磁场连续, 故

$$B = B_z(r) = B_z(R_0) = A_2 = \mu_0 j_0 [(R_0 + a) - R_0] = \mu_0 j_0 a. \quad (13)$$

(13) 式给出了中空区(就是螺线管的内部区域)的磁场.

因此

$$B_z(r) = \begin{cases} \mu_0 j_0 a & (0 \leq r \leq R_0), \\ \mu_0 j_0 [(R_0 + a) - r] & (R_0 \leq r \leq R_0 + a), \end{cases} \quad (14)$$

如图 3 所示.

2) 导体插入初级线圈之后

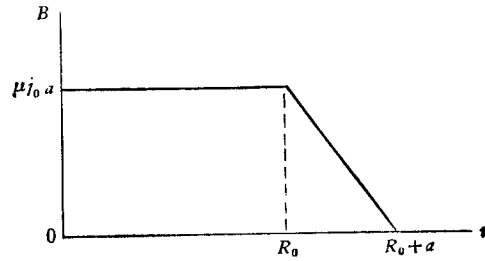


图 3

(1) 在线圈区 $R_0 \leq r \leq R_0 + a$

同上有

$$B_z(r) = \mu_0 j [(R_0 + a) - r]. \quad (15)$$

(2) 在中空区 $0 \leq r \leq R_0$ 和无限长螺线管内部情况一样, 由于割缝导体内、外壁的电流大小相等方向相反, 所以中空区磁场与 (13) 式形式一样, 为

$$B_z(r) = \mu_0 j a. \quad (16)$$

(3) 在导体区 $r_0 \leq r \leq R_0$ 磁场满足方程

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{d}{dr} B_z(r) = \frac{i}{\delta^2} B_z(r),$$

其解为

$$\begin{aligned} B_z(r) &= A_1 I_0 \left(i^{\frac{1}{2}} \frac{r}{\delta} \right) + A_2 K_0 \left(i^{\frac{1}{2}} \frac{r}{\delta} \right) \\ &= A_1 \text{ber} \left(\frac{r}{\delta} \right) + A_2 \text{ker} \left(\frac{r}{\delta} \right) + i \left[A_1 \text{bei} \left(\frac{r}{\delta} \right) + A_2 \text{kei} \left(\frac{r}{\delta} \right) \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

(17) 式中 $I_0(x)$ 和 $K_0(x)$ 分别为修正的第一类、第二类零阶 Bessel 函数, A_1 和 A_2 为任意常数. 由 (8), (15) 两式及边界磁场连续条件可知

$$B_z(r_0) = B_z(R_0) = B = \mu_0 j a. \quad (18)$$

把 (18) 式代入 (17) 式可定出常数 A_1 和 A_2 , 得

$$B = B_z(r) = B \left[\mathcal{A}_1 I_0 \left(i^{\frac{1}{2}} \frac{r}{\delta} \right) + \mathcal{A}_2 K_0 \left(i^{\frac{1}{2}} \frac{r}{\delta} \right) \right], \quad (19)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_1 &= \frac{K_0 \left(i^{\frac{1}{2}} \frac{R_0}{\delta} \right) - K_0 \left(i^{\frac{1}{2}} \frac{r_0}{\delta} \right)}{I_0 \left(i^{\frac{1}{2}} \frac{r_0}{\delta} \right) K_0 \left(i^{\frac{1}{2}} \frac{R_0}{\delta} \right) - I_0 \left(i^{\frac{1}{2}} \frac{R_0}{\delta} \right) K_0 \left(i^{\frac{1}{2}} \frac{r_0}{\delta} \right)}, \\ \mathcal{A}_2 &= \frac{I_0 \left(i^{\frac{1}{2}} \frac{r_0}{\delta} \right) - I_0 \left(i^{\frac{1}{2}} \frac{R_0}{\delta} \right)}{I_0 \left(i^{\frac{1}{2}} \frac{r_0}{\delta} \right) K_0 \left(i^{\frac{1}{2}} \frac{R_0}{\delta} \right) - I_0 \left(i^{\frac{1}{2}} \frac{R_0}{\delta} \right) K_0 \left(i^{\frac{1}{2}} \frac{r_0}{\delta} \right)}. \end{aligned}$$

(19) 式表示导体中的磁场是从边缘向内衰减的.

导体插入初级线圈之后其磁场的分布如图 4(a) 所示. 为了简便, 可以将 (19) 式的分布处理为阶跃函数, 则磁场的分布函数为

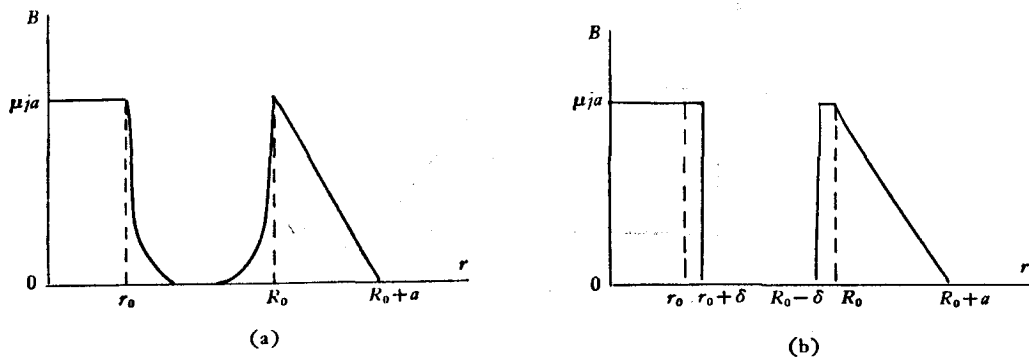


图 4

$$B(r) = \begin{cases} \mu_0 j a & 0 \leq r \leq r_0 + \delta, R_0 - \delta \leq r \leq R_0, \\ 0 & r_0 + \delta \leq r \leq R_0 - \delta, \\ \mu_0 j [(R_0 + a) - r] & R_0 \leq r \leq R_0 + a. \end{cases} \quad (20)$$

如图 4(b) 所示.

比较 (14) 与 (20) 式可知, 若割缝导体插入初级线圈前后保持线圈中的电流不变, 即 $j_0 = j$, 则在 $r_0 < r$ 区域内两种情况获得的场值相同. 这当然不存在什么浓缩磁通的问题; 如果使电源对二者供应的能量不变 (即保持电容的 C, V 不变), 则两种情况下初级线圈的电流不同致使中空区的磁场也不相同. 从图 4 可以直观地看出, 如果供能不变, 由于导体中存在 $B = 0$ 的无磁区, 其磁场既被内向挤到中空区和导体内壁趋肤层中, 又被外向挤到导体外壁趋肤层中, 所以磁能在线圈的空间中重新分配. 若线圈有限长, 由于 $B(R_0) > B(r_0)$, 则挤到外壁趋肤层中的磁场还大些.

从图 4 还可以看到, 似乎导体的内外半径之差 $(R_0 - r_0)$ 越大, 无磁区越大, 被挤到中空区的磁场也就越大, 场值也就越高, 那么插入导体前后的场值之比 B/B_0 与导体的内外半径有何关系?

当对二者的供能保持不变时, 不考虑能量损失, 二者单位长度上的能量相等. 设 W_0 与 W 分别为插入导体前后单位长度上的能量, 则

$$W_0 = W. \quad (21)$$

插入导体之前单位长度上的能量为

$$\begin{aligned} W_0 &= \int_0^{R_0+a} \frac{1}{2\mu_0} B_0^2 2\pi r dr \\ &= \mu_0 \pi j_0^2 a^2 \left(\frac{1}{2} R_0^2 + \frac{1}{3} R_0 a + \frac{1}{12} a^2 \right). \end{aligned} \quad (22)$$

插入导体之后单位长度上的能量为

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2\mu_0} \int_0^{R_0+a} B^2 2\pi r dr \\ &= \mu_0 \pi j^2 a^2 \left[\frac{1}{2} r_0^2 + \delta(r_0 + R_0) + \frac{1}{3} R_0 a + \frac{1}{12} a^2 \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

由 $W_0 = W$, 且用 (14) 与 (20) 式, 得

$$\frac{B^2}{B_0^2} = \frac{\frac{1}{2} R_0^2 + \frac{1}{3} R_0 a + \frac{1}{12} a^2}{\frac{1}{2} r_0^2 + \delta(r_0 + R_0) + \frac{1}{3} R_0 a + \frac{1}{12} a^2} \quad (24)$$

当 $R_0 \gg r_0, \delta$ 及 a 时, (24) 式变成

$$\frac{B}{B_0} \doteq \sqrt{\frac{R_0}{2\delta + \frac{2}{3}a}} \quad (25)$$

如果考虑在割缝两边趋肤层中场能的损失(见图 5 中割缝两边的阴影部分), 则有

$$\frac{B}{B_0} \doteq \sqrt{\frac{\pi R_0}{2(\pi + 1)\delta + \frac{2}{3}a}} \quad (26)$$

如果考虑次级中的热损耗(阴影区), 则有

$$\frac{B}{B_0} \doteq \sqrt{\frac{\pi R_0}{\frac{1}{4}(\pi + 1) + \frac{\pi}{3}a}} \quad (27)$$

再考虑初级线圈的热损耗, 则有

$$\frac{B}{B_0} \doteq \sqrt{\frac{\pi R_0}{\frac{1}{4}\delta(\pi + 1) + \frac{\pi}{3}a + \frac{\pi\delta^2}{8a}}} \quad (28)$$

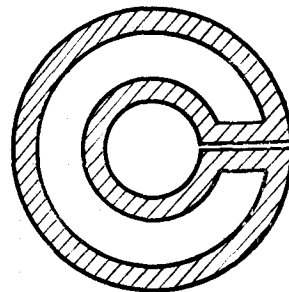


图 5

从 (25)–(28) 式可见, 当考虑割缝两边趋肤层中磁能损失和初级、次级中的焦耳热损耗时, 场值之比还要小, 这是自然的。

三、讨 论

1. “磁通浓缩器”无浓缩磁通作用

从 (25)–(28) 式可见, 把割缝导体插入初级线圈前后中空区场值之比 $B/B_0 \propto \sqrt{R_0}$, 即后者比前者场值的确增加了, 似乎这种结构有浓缩磁通的作用。其实不然, 因为虽然插入割缝导体后中空区的场值提高了, 但在中空区的磁通 $\phi = BS$ 却减小了。两种情况下的磁通并不守恒, 而且插入割缝导体之后, 只是由于结构的变化引起磁场的再分布使中空区的场值略有提高, 并不是某种外力做功使空载线圈时半径 R_0 范围内的磁通都挤到后者的半径 r_0 范围中。所以, 它既不是磁通浓缩器, 也没有浓缩磁通的作用, 它只是一种结构效应。

由于插入割缝导体前后场值之比 B/B_0 正比于 $\sqrt{R_0}$, 似乎尽量加大 R_0 就可以获得高场值。但这是不实际的。因为场只随 $\sqrt{R_0}$ 增加, 而它对能源的要求却随 R_0^2 增加; 若初级线圈设计得不合理, 则耗能就更厉害。例如, 把 R_0 从 6.45 厘米增加到 10.00 厘米, 场只为 1.24 倍, 而能量却要 2.4 倍。在表 1 和表 2 中, 我们根据文献 [13] 分别算出初级线圈 $B = 60$ 千高斯, $R_0 = 6.45$ 厘米及 $B = 60$ 千高斯, $R_0 = 10.00$ 厘米所需的能量及其

结构。当割缝导体的外径即初级线圈的内径 R_0 从 6.45 厘米变为 10.00 厘米而获同样场值时,所需电容器从 48 台(5 千伏,180 微法/台)骤增为 521 台,而在割缝导体中空区 $r_0=1$ 厘米的空间中场只从 68 千高斯增为 78.6 千高斯。这样利用能源极不合理。所以用“浓缩器”获得高场是不可能的。

表 1 $B_0=60$ 千高斯, $t=20$ 毫秒, $a_1=6.45$ 厘米, $2b=16$ 厘米, $\rho=1.64\times 10^{-6}$ 欧·厘米, 取 $\lambda=0.4$, $V=5$ 千伏线圈的结构参数和对电源要求的计算值^[13]

$\sigma \times 10^8$ (牛/米)	1	1.5	2	2.5	4
$a_2 \times 10^{-2}$ (米)	14.2	11.2	9.66	9.03	8.06
l (米)	230	236	241	219	177
$S \times 10^{-6}$ (米 ²)	13.2	7.2	4.35	3.67	2.66
n (匝)	354	423	475	448	386
$L \times 10^{-3}$ (亨)	15.13	17.12	18.00	16.55	11.63
$R \times 10^{-1}$ (欧)	2.68	5.4	9.1	9.8	10.9
$C \times 10^{-3}$ (法)	10.71	9.41	8.58	9.72	13.92
台数 (180 微法/台)	59.5	52.2	48	54	77.4
$I \times 10^3$ (安)	3.65	2.79	2.24	2.37	2.75

注: σ 为受力密度, a_2 为线圈的外径, a_1 为线圈的内径, l 为线圈材料的线长, S 为线材的截面积, L 为线圈的电感, C 为放电回路的电容, I 为通过线材的电流, λ 为填充因子, V 为电容器的工作电压。

表 2 $a_1=10.0$ 厘米,其他参数和符号同表 1,线圈的结构参数和对电源要求的计算值^[13]

$\sigma \times 10^8$ (牛/米)	1	2	4	5
$a_2 \times 10^{-2}$ (米)	27.33	16.94	13.14	12.49
l (米)	55.75	76	76.14	71.6
$S \times 10^{-6}$ (米 ²)	523	123	48	39
n (匝)	47.8	90	104	101
$L \times 10^{-3}$ (亨)	0.64	1.46	1.73	1.62
$R \times 10^{-1}$ (欧)	1.57	10.1	26.2	30.0
$C \times 10^{-3}$ (法)	254.1	111.4	93.7	98.6
台数 (180 微法/台)	1412	619	521	548
$I \times 10^3$ (安)	97.32	40.88	31.86	32.64

2. “浓缩器”不是单匝脉冲变压器

Wilson 和 Srivastava^[12] 虽然看出这种结构不是浓缩器,并指出了“磁通浓缩器”这个名词是荒谬的,但他们认为它的本质是脉冲变压器。其实,这样认为也不妥。

如果把它看作脉冲变压器,则其初级是绕阻线圈,次级是沿内、外壁及割缝边缘宽为 δ (趋肤深度)的导体薄壳形成的闭合回路,而我们要用的中空区却是该闭合回路之外的

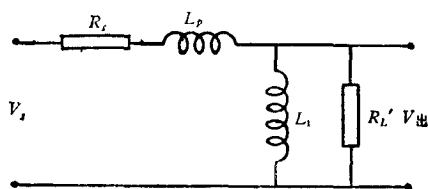


图 6

空间,恰是未经变压的漏磁部分。

设初级线圈电感为 L_1 , 次级线圈折合到初级的电阻为 R_L' , 漏磁为 L_p , 则其等效电路如图 6。由图 6 可见, 变压器的输出为感抗 Z_{L_1} 与电阻 R_L' 并联支路上的电压。当 $R_L' \rightarrow 0$ 时, 输出 $V_{出} \rightarrow 0$, 则 L_p 上的压降增大。当割缝导体的电阻趋于零时, 它内部的磁通全部被排出, 从而中空区的磁场相应地增大, 这与 (25)–(28) 式结果一致。

因中空区磁场是未经变压的漏磁部分, 所以这种结构不是脉冲变压器。

3. 端面为截头圆锥形结构能产生高场的原因

比较 (7), (8) 与 (10) 式发现, 割缝导体的形状不同, 其内、外边缘磁场相对关系也不同。而当形状改变时, 其中空区磁场的范围及均匀度也将发生变化, 所以在截头圆锥形结构中中空区能得到高场是由缩小磁场区域、降低磁场均匀度所致。这完全是一种结构效应, 与浓缩磁通毫无关系。

四、结 论

任何磁通浓缩的过程都伴随着外力做功, 使大面积中的磁通无损地压缩到小区域中, 因而使磁场提高, 这时磁场的提高是由外力做功转换来的。而对于“浓缩器”, 由解麦克斯韦方程知道, 当把导体插入初级线圈后, 场值的提高是磁场再分布的结果, 它来自因导体中存在无磁区所导致的磁场重新分配, 而无磁区贡献出的磁场不但分配到中空区, 还分配到内、外趋肤层中。所以当供能不变时中空区磁场不可能大幅度提高。用它获得高场存在着原理性错误。

本文还指出, 这种结构也不是脉冲变压器, 因为有用区域是未经变压的漏磁部分, 而不是脉冲变压部分。

端面为截头圆锥形的结构能获高场完全是一种结构效应, 与浓缩磁通无关。

参 考 文 献

- [1] H. A. Jordaan, R. Wolf and D. De Klerk, *Physica*, **69**(1973), 129.
- [2] Ø. Fischer, Colloques Internationaux C. N. R. S. N. 242—physique Sous Champs Magnétiques Intenses, (1974), p. 79.
- [3] S. Foner and H. H. Kolm, *Rev. Sci. Instr.*, **28**(1957), 799.
- [4] I. W. Shearer, *J. Appl. Phys.*, **40**(1969), 4490.
- [5] S. G. Alikhanov, V. G. Belan, A. I. Ivachenko, V. N. Karasjuk and G. N. Kichigin, *J. Phys.*, **E**, **1**(1968), 543.
- [6] E. C. Cnare, *J. Appl. Phys.*, **37**(1966), 3812.

- [7] D. Kachilla, F. Herlach and T. Erber, *Rev. Sci. Instr.*, **41**(1970), 1.
- [8] J. E. Besancon, J. Morinet, J. M. Vedel, *C. R. Acad. Sci. Paris*, **271**(1970), 397.
- [9] Y. B. Kim and E. D. Platner, *Rev. Sci. Instr.*, **30**(1959), 524.
- [10] B. Howland and S. Foner, *High Magnetic Fields*, (Proceeding of the International Conference on High Magnetic Fields. (1961)), p. 249.
- [11] H. Brechan, D. A. Hill and B. M. Bailey, *Rev. Sci. Instr.*, **36**(1965), 1529.
- [12] M. N. Wilson and K. D. Srivastava, *Rev. Sci. Instr.*, **36**(1965), 1096.
- [13] 张裕恒, 物理学报, **29**(1980), 1121.

NEGATIVE ARGUMENT ON THE EXISTENCE OF FLUX CONCENTRATING EFFECT IN THE FLUX CONCENTRATOR

LI YU-ZHI LIU WEN-HAN ZHANG YU-HENG
(University of Science and Technology of China, Hefei)

ABSTRACT

In this paper, the magnetic field distribution around a coil is worked out by solving the Maxwell equations for both the cases before and after inserting a "concentrating body" into the winding coil. The solution shows that, if we keep the current in the winding coil constant before and after then inserting, then the magnetic field in the hollow region will not change; but if we keep the supplied energy unchanged before and after the inserting (i.e. C, V fixed), then the ratio of magnitude of the field in the two cases will be $B/B_0 \propto \sqrt{R_0}$. The latter effect results, however, completely from redistribution of the field. The total flux in the hollow region is reduced after the inserting, the flux is not constant, there is not any flux concentrating effect. Hence the expectation of using such an effect to produce pulsed intense magnetic field is misleading in principle.

We have also analysed why it is wrong to regard the flux concentrator as a pulse transformer. The theoretical calculation further shows that the increasing of magnetic field obtained by using devices with truncated cone shaped endings is due to the effect of construction.