

稳态黎曼时空视界附近的非热辐射

赵 峰

(北京师范大学物理系)

1982年11月18日收到

提 要

本文证明,在一类稳态黎曼时空中,只要存在静电场或引力拖曳,就一定会象 Kerr-Newman 时空一样,在视界附近出现狄拉克真空的正负能级交错,并产生非热辐射.

在文献 [1—4] 中,我们已经论证了下述结论: 一类四维稳态黎曼时空中的视界,都具有由其表面重力 κ 决定的温度,并普遍产生 Hawking 辐射. 本文证明,在这类稳态黎曼时空的视界附近,只要存在静电场或引力拖曳,就一定会产生正负能级交错,从而在 Hawking 辐射之外,产生非热辐射.

早已证明^[5], Kerr-Newman 黑洞视界附近的狄拉克真空,会产生正负能级交错, $\omega^- > \mu c^2$ 的粒子可以通过隧道效应穿过禁区而产生,形成黑洞的自发发射(即 Starobinsky-Unruh 过程)^[6]. 同时,对于玻色子,还可以产生受激发射 (Misner 超辐射)^[7].

下面我们证明,这一类似 Klein 机制的效应,在较一般的稳态黎曼时空中也会产生. 四维稳态黎曼时空中的哈密顿-雅可比方程^[8]为

$$g^{\mu\nu} \left[\frac{\partial S}{\partial x^\mu} - e A_\mu \right] \left[\frac{\partial S}{\partial x^\nu} - e A_\nu \right] + \mu^2 = 0, \quad (1)$$

其中 $S = \int L d\tau$ 为哈密顿主函数, e 为粒子电荷, A_μ 为电磁四矢, $V = -A_0$ 为静电势. 分离变量

$$S = -\omega t + X(x) + Y(y) + Z(z),$$

则(1)式化成

$$g^{00}(\omega - eV)^2 + g^{11}(X' - eA_1)^2 + g^{22}(Y' - eA_2)^2 + g^{33}(Z' - eA_3)^2 - 2g^{03}(\omega - eV)(Z' - eA_3) + \mu^2 = 0, \quad (2)$$

其中

$$X' = dX/dx, \quad Y' = dY/dy, \quad Z' = dZ/dz.$$

这里,我们沿用了文献 [4] 中的稳态黎曼度规

$$(g_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} g_{00} & 0 & 0 & g_{03} \\ 0 & g_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_{22} & 0 \\ g_{30} & 0 & 0 & g_{33} \end{pmatrix}$$

$$\text{及 } g^{00} = \frac{\theta_1}{(x-\xi)^n}, \quad g^{11} = f \cdot (x-\xi)^m, \quad g^{22} = \frac{\theta_3}{(x-\xi)^q}, \quad g^{33} = \frac{\theta_4}{(x-\xi)^r}, \quad g^{03} = \frac{\theta_2}{(x-\xi)^p},$$

其中 $x = \xi$ 为视界面的位置,且

$$n > 0, m < 2, m + n = 2.$$

于是在作坐标变换 $d\hat{x} = \frac{dx}{x - \xi}$ 后, (2) 式可化成

$$\begin{aligned} f \cdot \left[\frac{dX}{d\hat{x}} - eA_1(x - \xi) \right]^2 &= -\theta_1(\omega - eV)^2 - \theta_3(x - \xi)^{n-q}(Y' - eA_2)^2 \\ &\quad - \theta_4(x - \xi)^{n-r}(Z' - eA_3)^2 + 2\theta_2(x - \xi)^{n-p}(\omega - eV) \\ &\quad \times (Z' - eA_3) = \mu^2(x - \xi)^n. \end{aligned} \quad (3)$$

由于采用号差 +2 的双曲黎曼度规,在视界外 ($x > \xi$), 有 $g^{11} > 0$, 所以必有 $f > 0$, 方程 (3) 的左边也就必须大于或等于零, 我们得到

$$\begin{aligned} (\omega - eV)^2 &\geq - \left[\frac{\theta_3}{\theta_1}(x - \xi)^{n-q}(Y' - eA_2)^2 + \frac{\theta_4}{\theta_1}(x - \xi)^{n-r}(Z' - eA_3)^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{\mu^2}{\theta_1}(x - \xi)^n - \frac{2\theta_2}{\theta_1}(x - \xi)^{n-p}(\omega - eV)(Z' - eA_3) \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

这里

$$n \geq q, n \geq p, n \geq r.$$

显然, 只有满足 (4) 式的粒子能级 ω , 才是允许存在的.

当度规与 z 无关 (即存在 Killing 矢量 ξ_z^μ), $n=r=p$, $q=0$, 且 $\lim_{x \rightarrow \xi} \frac{\theta_2}{\theta_1} = \lim_{x \rightarrow \xi} Q =$

Q_H , $\lim_{x \rightarrow \xi} \frac{\theta_4}{\theta_1} = \lim_{x \rightarrow \xi} (Q')^2 = Q_H^2$ 时^[4], 我们可设 $Z(x) = \nu z$, 则 (4) 式可写成

$$(\omega')^2 \geq (x - \xi)^n \left[\frac{-\theta_3}{\theta_1}(Y' - eA_2)^2 - \frac{\mu^2}{\theta_1} \right], \quad (5)$$

其中

$$(\omega')^2 = (\omega - eV)^2 - 2Q(\nu - eA_3)(\omega - eV) + [Q'(\nu - eA_3)]^2. \quad (6)$$

由于 Q 与 Q' 在 $x \rightarrow \xi$ 时有相同的极限, 所以在充分靠近视界处有

$$(\omega')^2 \sim [\omega - eV - Q(\nu - eA_3)]^2. \quad (7)$$

在离视界较远的区域, 我们总可以配方

$$(\omega')^2 = [\omega - eV - Q(\nu - eA_3)]^2 + \delta, \quad (8)$$

其中

$$\delta = (\nu - eA_3)^2(Q'^2 - Q^2). \quad (9)$$

显然

$$\lim_{x \rightarrow \xi} \delta = 0.$$

这是因为在视界处 Q' 与 Q 有相同极限 Q_H .

把 (8) 式代入 (5) 式, 并取等号

$$[\omega - eV - Q(\nu - eA_3)]^2 = (x - \xi)^n \left[\frac{-\theta_3}{\theta_1}(Y' - eA_2)^2 - \frac{\mu^2}{\theta_1} \right] - \delta. \quad (10)$$

两边开方得

$$\omega = eV + Q(\nu - eA_3) \pm E, \quad (11)$$

其中

$$E = \left\{ (x - \xi)^n \left[\frac{-\theta_3}{\theta_1}(Y' - eA_2)^2 - \frac{\mu^2}{\theta_1} \right] - \delta \right\}^{1/2} \quad (12)$$

显然,能级只能存在于

$$\begin{aligned}\omega^+ &\geq \omega_0^+ = eV + Q(\nu - eA_3) + E, \\ \omega^- &\leq \omega_0^- = eV + Q(\nu - eA_3) - E\end{aligned}\quad (13)$$

两个区域, $\omega_0^- < \omega < \omega_0^+$ 是禁区,宽度为 $2E$.

现在来看 Q 的物理意义,按定义^[4]

$$Q = \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{g^{03}}{g^{00}} = \frac{dz}{dt}.\quad (14)$$

在 Kerr 时空中, Q 即物理空间被引力场拖曳的运动速度^[4]. $Q_H = \lim_{x \rightarrow \xi} Q$ 即视界面的角速度. 这里,虽然视界不一定是黑洞视界,我们仍可把 Q 看作引力场拖曳物理空间的速度, Q_H 仍可看作视界面的广义切向速度.

对于平直伪欧时空 $(-1, 1, 1, 1)$, 有

$$g^{00} = -1, \theta_3 = 1, A_\mu = 0, Q = 0, (Q')^2 = -1.$$

而且由于 ν 向也存在 Killing 矢量 ξ_ν^μ , 分离变量时可设 $Y(y) = \alpha y$, 其中 α 为粒子的 ν 向广义动量,若不要求出射的粒子一定具有横向动量 α 和 ν , 即出射粒子能量只需高于最低正能态 μ , μ 为粒子静质量,则可令 $\alpha = 0, \nu = 0$, 于是 (12) 式可化为

$$E = (\alpha^2 + \nu^2 + \mu^2)^{1/2} = \mu.\quad (15)$$

(5) 式与 (11) 式可化成

$$\omega^2 \geq E^2 = \mu^2,\quad (16)$$

$$\omega = \pm E = \pm \mu.\quad (17)$$

显然 (15)–(17) 式描写的是狄拉克真空. 所以, (5), (11)–(13) 式描述的是弯曲时空中的狄拉克真空. 按照狄拉克的思想,真空是所有费密子的正能态都空着,而所有负能态都已充满的状态. 当 $\omega^- > \mu$ 时,就出现正负能级的交错,处于负能态的、能量大于 μ 的费密子就会通过隧道效应穿过禁区而辐射出去. 显然,这种能级交错是由于引力场对物理空间的拖曳 Q 和视界附近的静电势 V 引起的. Kerr-Newman 黑洞视界附近的能级交错和非热辐射正是这里的特殊情况. 由 (11), (12) 式可以看出,只要视界附近存在引力场的拖曳,或存在静电场,就一定会产生正负能级交错和非热辐射.

当趋近视界时,由 $x \rightarrow \xi$ 得 $E \rightarrow 0$,

$$\omega_0^+ = \omega_0^- = \omega_0 = eV + Q_H(\nu - eA_3).\quad (18)$$

这就是说禁区宽度为零,最低正能级与最高负能级重合,等于 ω_0 (见图 1). 只要 ω_0 大于 μ , 就一定会产生这种粒子的自发发射,发射粒子能量必定

$$\omega \leq \omega_0,$$

而且容易看出,发射粒子的 e 与 V 必定同号, V 与 Q_H 必定同号,否则 ω_0 为负,不可能大于 μ , 这就是说,非热辐射有减小视界上的 V 和 Q_H 的趋势.

这里讨论的辐射显然不是 Hawking 辐射,它由视界附近真空能级交错引起,与视界温度无关,而且完全不具有热性质. 绝对零度的视界,仍然有这种辐射. 而无切向运动,又不存在静电势的视界,即使温度很高,也不会产生这种辐射.

非热辐射的机制,也可以用场论的语言来描述: 视界面附近引力场的拖曳和静电势把该处一切粒子的基态能级(即真空态能级)升高或降低. 当一种粒子的基态能级升得高

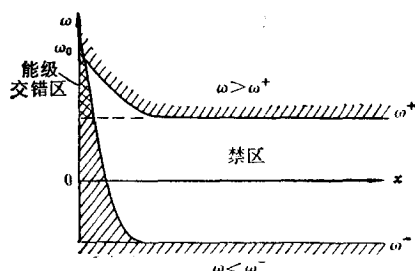


图1 Kerr-Newman 黑洞视界附近的 Dirac 真空

于它在平直时空中的最低激发态能级(即平直时空中该粒子的静止能量)时,就会产生这种粒子的自发发射. 而对于玻色子,由于一个模式中可能存在多个粒子,在自发发射的同时,还可能产生受激发射.

以上,我们利用狄拉克的真空理论,通过对哈密顿-雅可比方程的处理,证明了时空弯曲和电磁场的存在会影响真空的状态. 在一类较一般的稳态黎曼时空中的视界,只要存在引力场的拖曳效应,或者视界附近电磁势不为零,都有可能产生真空能级的正负交错,导致包括自发发射和受激发射在内的非热辐射.

工作中曾得到刘辽副教授的指正,在此表示感谢.

参 考 文 献

- [1] 刘辽、赵峰, 科学通报, **26**(1981), 1253.
- [2] 赵峰, 物理学报 **30**(1981), 1508.
- [3] 刘辽, 物理学报, **31**(1982), 519.
- [4] 赵峰、桂元星, 天体物理学报, **3**(1983), 146.
- [5] T. Damour, in "Proceedings of the First Marcel Grossmann Meeting on General Relativity", edited by R. Ruffini, p. 476.
- [6] D. W. Sciama, *Vistas Astron.*, **19**(1976), 385.
- [7] B. П. Фролов, *У. Ф. Н.*, **118** (3) (1976), 473.
- [8] N. Deruelle, in "Proceedings of the First Marcel Grossmann Meeting on General Relativity", edited by R. Ruffini, p. 483.

THE NONTHERMAL RADIATIONS NEAR THE HORIZONS IN A STATIONARY RIEMANN SPACE-TIME

ZHAO ZHENG

(Department of Physics, Beijing Normal University)

ABSTRACT

In this paper, it is proved that the crossing of the positive and negative energy levels must occur, and the nonthermal radiations also must be generated near a horizon irrespective of the detailed form of the metric when there exists static electromagnetic field or "dragging movement" of the space by the gravitational field near the horizon.