

缓变截面波导型回旋共振放大器理论

李 壮 徐承和

(北京大学无线电电子学系)

1982年1月5日收到

提 要

本文先采用波动法对缓变截面波导型回旋共振放大器进行理论分析,推导出它的色散方程,这仅适用于小信号情况。另外还利用场与电子流的功率守恒定理对这类放大器进行理论计算,它可不受小信号限制,可用来计算放大器的饱和输出功率和效率。针对由三段角锥组成的变截面波导系统,对这放大器进行了具体计算。理论计算表明:这种结构的放大器的突出优点是在高功率输出下磁场变化对输出功率影响较小。此外,与均匀波导的同类放大器相比,在相同的输出功率与增益下有更宽的工作频带,互作用长度则有所缩短。

一、引 言

均匀波导的回旋共振放大器是以均匀圆波导作为电磁波传输系统,其中快电磁波与在均匀静磁场中作回旋运动的电子束相互作用,实现回旋共振放大。这类器件已在文献[1, 2]中作了研究。根据理论计算,它可有较高的输出功率和效率,但瞬时频宽很窄,在高输出功率下对恒定磁场的稳定度要求很高,在应用上受到限制。文献[3]中提出一种以缓变截面波导作高频系统的回旋共振放大器,它利用不同频率的导行波在此波导的不同位置处反射,因而与电子束的作用长度不同,以实现宽频带放大。这种放大器的输入与输出在同一端。

与文献[3]不同,本文提出另一种结构的缓变截面波导型回旋共振放大器,这种波导横截面重复地渐大渐小,这样可有效地控制电子与高频场之间相互作用,能有高的放大器效率和输出功率,并有适当的瞬时频宽。输入输出分列二端,便于使用。它还有一个突出优点:在磁场有不高的稳定度下,仍有较稳定的高功率输出,这可降低励磁电源的成本,有利于回旋共振放大器的推广应用。

二、放大器的基本结构

放大器所用的电磁波传输系统是一段截面随 x 变化的轴对称波导,作回旋运动的空心电子束共轴穿越其间,一均匀恒定磁场沿轴向,如图1所示。给定波导的工作模式 H_{01} ,在接近截止状态上传输。根据文献[4]的分析, H_{01} 模的电场 E_y 可写为

$$E_y = AJ_0(k_1 r)f(x)e^{i\omega t}, \quad (1)$$

其中横向波数 $k_1 = 3.8317/R(z)$, $R(z)$ 为波导截面半径, $J_1(x)$ 为一阶第一类贝塞耳函数, (r, φ, z) 为波导轴坐标系. 在行波状态下, $f(z)$ 可近似表示为^[6]

$$f(z) = \frac{1}{R(z)\sqrt{k_z(z)}} \exp\left[-i \int_0^z k_z(z) dz\right], \quad (2)$$

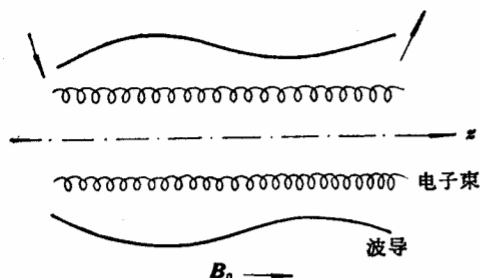


图 1

其中纵向波数

$$k_z = (\omega^2/c^2 - k_1^2)^{1/2}. \quad (3)$$

在 $z = 0$ 处输入一毫米波信号, 它在波导中激励起 z 向行波, 与在磁场 B_0 中作螺旋线运动的空心电子束相互作用, 如果满足

$$\omega - k_z v_z \geq \Omega/\gamma, \quad (4)$$

则产生回旋共振放大, 其中 v_z 为电子纵向速度, $\Omega = eB_0/mc$ 为非相对论性电子回旋频率, γ 为电子相对论性因子, ω 为行波圆频率.

与均匀波导回旋共振放大器^[1]情况不同, 这里在变截面波导中 k_z 随 z 变化, 因此在场与电子相互作用下 v_z 不可能不变, 后面的计算表明, v_z 的变化对输出功率有一定影响, 这在理论分析中要加以考虑.

三、放大器的色散方程(小信号情况)

对于任意给定的截面半径分布 $R(z)$, 总可用一段段线性函数来逼近:

$$R(z) = R_n + \alpha_n(z - z_{n-1}) \quad z_n \geq z \geq z_{n-1}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N. \quad (5)$$

由(3)和(5)式可得

$$k_z(z) \simeq k_{zn} + \beta_n \alpha_n(z - z_{n-1}) \quad z_n \geq z \geq z_{n-1}, \quad (6)$$

其中 $R_n = R(z_n)$, α_n 为第 n 段的平均斜率, $k_{zn} = (\omega^2/c^2 - \chi_1^2/R_n^2)^{1/2}$, $\beta_n = \chi_1^2/(R_n^3 k_{zn})$, $\chi_1 = 3.8317$. 如果选取 Δz_n 满足下式:

$$\Delta z_n = z_n - z_{n-1} \leq k_{zn}/(4\alpha_n \beta_n), \quad (7)$$

则(6)式的相对误差 $< 2\%$.

这节的理论分析采用电子回旋微波激射器理论的波动方法^[2]推广到变截面波导放大器情况. 选用回旋中心坐标系 (r_1, θ, z) , r_0 为回旋中心在 (r, φ, z) 坐标中的径向位置, 见文献[1]图2所示.

作小信号假定, 并认为束是稀薄的, 可忽略空间电荷场影响. 这样, 在高频场作用下, 受扰动电子束的电流密度 J 、电荷密度 ρ 和速度 v 等可分解为直流分量和一级小的交变分量. 按波动法, 利用相对论性电子运动方程、电荷连续定律和有源波动方程联立求解, 经过复杂运算, 可推导出这放大器的色散方程

$$\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\chi_1^2}{R^2(z)} - k_z^2(z) = \frac{-4\pi c \{1 + \operatorname{Re}[\lambda_n(z - z_n)]\} \left[1 + \frac{\beta_n}{2k_{zn}} \alpha_n(z - z_n)\right]}{\pi R^2(z) L_1(k_1 r_0, k_1 r_1)}$$

$$\cdot \left\{ \frac{1}{\Delta\omega} \left[\frac{M_1(k_1 r_0, k_1 r_1) + K_2(k_1 r_0, k_1 r_1)}{r_1^2 Q} - \frac{\omega M_1(k_1 r_0, k_1 r_1)}{c^2 \gamma_1} \right] - \frac{Q^2 \gamma_1^2 M_2(k_1 r_0, k_1 r_1)}{(\Delta\omega)^2 c^2 \gamma_1^2} \right\}, \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} L_1(k_1 r_0, k_1 r_1) &= J_1^2(k_1 r_0) \{ [J_1'(k_1 r_1)]^2 + [J_1(k_1 r_1)]^2 / (k_1 r_1)^2 \}, \\ M_1(k_1 r_0, k_1 r_1) &= J_1(k_1 r_0) J_1'(k_1 r_1) M(k_1 r_0, k_1 r_1), \\ M_2(k_1 r_0, k_1 r_1) &= [J_1(k_1 r_1) / (k_1 r_1)] J_1(k_1 r_0) M(k_1 r_0, k_1 r_1), \\ K_2(k_1 r_0, k_1 r_1) &= [J_1(k_1 r_1) / (k_1 r_1)] J_1(k_1 r_0) K(k_1 r_0, k_1 r_1), \\ M(k_1 r_0, k_1 r_1) &= J_1(k_1 r_0) \left[\frac{c^2}{(c^2 + r_1^2 Q^2)} \cdot \frac{J_1(k_1 r_1)}{k_1 r_1} - k_1 r_1 J_1''(k_1 r_1) \right], \\ K_2(k_1 r_0, k_1 r_1) &= J_1(k_1 r_0) \left[\frac{c^2 J_1'(k_1 r_1)}{c^2 + r_1^2 Q^2} - \frac{c^2 (3c^2 + 5r_1^2 Q^2) J_1(k_1 r_1)}{(c^2 + r_1^2 Q^2)^2 k_1 r_1} \right. \\ &\quad \left. - 3k_1 r_1 J_1''(k_1 r_1) - k_1^2 r_1^2 J_1'''(k_1 r_1) \right], \\ \operatorname{Re}[\lambda_n(z - z_n)] &= \frac{b_n^2(b_n^2 - c_n^2) - 2d_n(c_n^2 - d_n^2)}{(b_n^2 - c_n^2)^2 + 4d_n^2} \{ e^{-b_n(z - z_n)} \cos[c_n(z - z_n)] - 1 \} \\ &\quad - \frac{c_n c_n(z - z_n)}{b_n^2 + c_n^2}, \\ b_n &= \frac{\beta_n \alpha_n v_{z0}}{\Delta\omega_n}, \quad c_n = \frac{\Delta\omega_n}{v_{z0}}, \quad d_n = \beta_n \alpha_n, \\ e_n &= \frac{\Delta\omega_n \alpha_n \beta_n}{v_{z0} 2k_{zn}}, \quad \Delta\omega_n = \omega - k_{zn} v_{z0} - \frac{Q}{\gamma_1} \\ \Delta\omega &= \omega - \frac{Q}{\gamma_1} - [k_{zn} + \beta_n \alpha_n (z - z_n)] v_{z0}, \\ \gamma_1 &= \gamma_s (1 + r_1^2 Q^2 / c^2)^{\frac{1}{2}}, \quad \gamma_s = (1 - v_s^2 / c^2)^{-\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (9)$$

$\nu = e^2 N / mc^2$ 为归一化束密度, N 为束单位长度电子数.

四、利用动功率定理求解

对色散方程(8), 求解计算上不方便, 并受小信号限制. 这里利用单模行波场与电子束之间动功率守恒定理求解变截面波导中回旋共振放大问题. 并作如下假定: 1) 稀薄束, 忽略空间电荷效应; 2) 未受高频场扰动的束是单能的; 3) 在作用区满足 $|E_z| \ll |B_0|$ (在高斯单位制下).

H_{0z} 模电场仍由(1)式给出, 在变截面波导中以下量: 场振幅 $E(z)$ 、纵向速度 v_z 及多普勒频移 ω' 也变为 z 与电子初始位相 φ_0 的函数.

$$\begin{aligned} E(z) &= \frac{A}{R(z) \sqrt{k_z(z)}} \exp \left[\int_0^z k_{\omega}(z) dz \right], \\ \omega'(z, \varphi_0) &= \omega - k_z(z) v_z(z, \varphi_0), \end{aligned}$$

$$v_z(z, \varphi_0) = v_{z0} + \int_0^z \dot{v}_z dz / v_z, \quad (10)$$

其中 k_{zi} 为纵向波数 k_z 的虚部, $\varphi_0 = \theta - \omega t_0$, t_0 为电子在输入端时刻. 与文献 [1] 相同, 由相对论性电子运动方程可导出以下表达式:

$$\dot{v}_z(z, \varphi_0) = \frac{eQr_1}{m\gamma^2} E(z) J_1'(k_1 r_1) J_1(k_1 r_0) \cos(\psi - \theta_1 - \varphi_0) \left(\frac{v_z}{c^2} - \frac{k_z}{\omega} \right), \quad (11)$$

$$\dot{r}_1(z, \varphi_0) = -\delta E(z) J_1(k_1 r_1) J_1(k_1 r_0) \cos(\psi - \theta_1 - \varphi_0),$$

$$\dot{\theta}(z, \varphi_0) = \frac{Q}{\gamma} - \delta E(z) \frac{1}{k_1 r_1^2} J_1(k_1 r_1) J_1(k_1 r_0) \sin(\psi - \theta_1 - \varphi_0),$$

$$\dot{\gamma}(z, \varphi_0) = -\frac{eQ}{mc^2} E(z) \frac{r_1}{\gamma} J_1'(k_1 r_1) J_1(k_1 r_0) \cos(\psi - \theta_1 - \varphi_0), \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} r_1 &= r_{10} + \int_0^z \frac{\dot{r}_1}{v_z} dz, & \gamma &= \gamma_0 + \int_0^z \frac{\dot{\gamma}}{v_z} dz, \\ \theta_1 &= \int_0^z \frac{\dot{\theta}}{v_z} dz, & \psi &= \int_0^z \frac{\omega'}{v_z} dz, \\ \delta &= \frac{e}{mQ} \left(1 - \frac{ck\beta_{z0}}{\omega} \right), & \beta_{z0} &= \frac{v_{z0}}{c}. \end{aligned} \quad (13)$$

文献 [1] 的动功率定理的微分形式在此改写为

$$dP = NF(z) E(z) J_1(k_1 r_0) dz = 2DA(z) d[A(z)], \quad (14)$$

其中

$$A(z) = A \exp\left(\int_0^z k_{zi} dz\right), \quad D = \frac{c^2 J_1^2(x_1)}{8\omega}. \quad (15)$$

(14) 式中间项代表在 $z \rightarrow z + dz$ 两截面间束功率流的减少量, 右边项代表此处场功率流的增加量. $F(z)$ 为电子群聚函数^[1]. 这里, 回旋电子与高频场的相互作用体现在动功率定理 (14) 式中, 在数值计算时, 对作用长度分成许多 Δz 小段, Δz 选择按 (5)–(7) 式; 设初始电子沿 φ_0 均匀分布, 计算中沿 φ_0 匀取一定数的抽样电子, 这样电子群聚函数对 φ_0 的积分可用取样电子的求和代替.

给定初值: $z=0$ 处输入电场 E_0 及电子的初值 r_{10} , $\dot{r}_1(0, \varphi_0)$, $\dot{\theta}(0, \varphi_0)$, v_{z0} , $\gamma_0 = \gamma(0)$, 然后逐段 Δz 上按 (10)–(15) 式求解. 这样可求出第 n 段的 $E(z_n)$, $k_{zi}(z_n)$, 增益 $G(z_n) = 20 \lg [E(z_n)/E_0]$ 和功率 $P_0(z_n)$.

为与均匀波导回旋放大器的结果^[4]比较, 具体计算时选用如下的相同参量:

$$\frac{\omega}{2\pi} = f = 35 \text{ GHz}, \quad \gamma_0 = 1.1418 \quad (\text{对应直流电压 } U = 72.58 \text{ kV}),$$

$$\alpha = v_{\perp 0}/v_{z0} = 1.5, \quad \nu = 0.002,$$



图2 渐变截面波导纵剖面

图 2 中波导尺寸根据 H_{01} 模的频率及避免出现其他模式谐振来确定。

图 3(a), (b) 是在不同的输入功率和不同的变截面波导尺寸下画出输出功率 $P_o - Q$ (对应 B_0) 的曲线, 还对应标出效率 η 值, 图中 L 为作用区长度。从图 3 看出, 缓变截面波导型回旋共振放大器的一个特点是输出功率随磁场 B_0 变化相对平缓, 如图 3(b) 曲线 1 在高功率输出下, 磁场 B_0 相对变化 0.5%, 输出功率 P_o 变化仅约 3%。而在均匀波导回旋放大器中, B_0 变化 0.1%, P_o 就有更大的变化^[1]。图 3 示明这种放大器输出功率可达 320kW, 效率 $\eta \geq 50\%$, 这与相同参量下均匀波导放大器的基本相同。

图 4 给出不同横截面上电子群聚图象, 其工作参量与图 3(b) 曲线 1 的相同, $Q = 2.218 \times 10^{11} \text{s}^{-1}$ 。电场 E_φ 方向按图示, 圆的上半平面为减速场区, N_0 为行波周期数。

从回旋共振条件

$$\omega' = \omega - k_z v_z \approx Q/\gamma \quad (16)$$

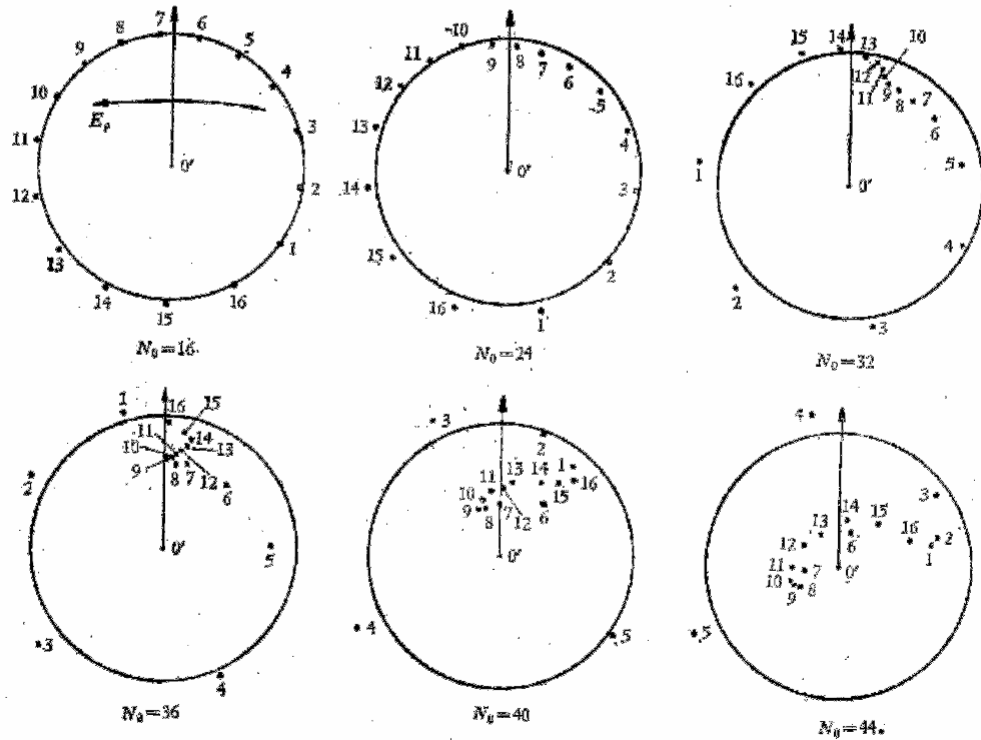


图 4

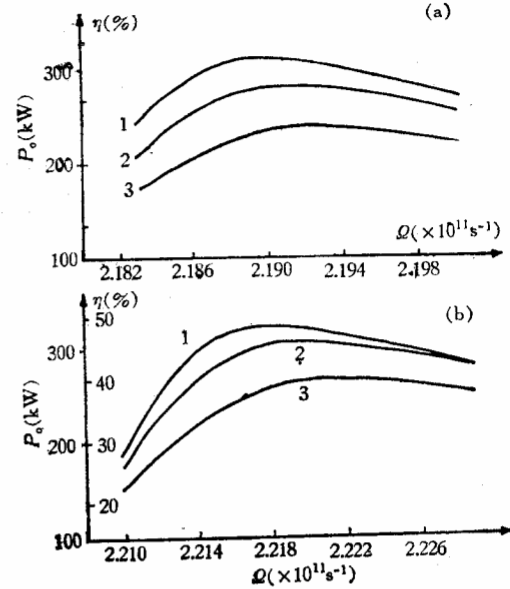


图 3

(a) 曲线 1 为 $L = 10.63 \text{cm}$, 2 为 $L = 10.14 \text{cm}$, 3 为 $L = 9.64 \text{cm}$; (b) 曲线 1 为 $L = 11.12 \text{cm}$, 2 为 $L = 10.63 \text{cm}$, 3 为 $L = 10.14 \text{cm}$

看,说明磁场 B_0 的变化对输出功率变化的影响. 在均匀截面回旋放大器中, k_z , v_z 都是常量,因此 B_0 (即 Ω) 的小变化导致共振条件 (16) 式被破坏,因而功率迅速下降. 而在这种变截面回旋放大器中,不同截面上的 k_z , v_z 是不同的,因此上述共振条件不是唯一地由磁场 B_0 决定,还与 $k_z v_z$ 的值有关,而后者可通过调整变截面波导的截面分布来加以控制,就可能在 B_0 作小变化时仍能保持满足共振条件. 例如在图 2 波导的张口段(截面随 z 增大),按 (3) 式 k_z 随 z 增大, (16) 式中 ω' 变小,如果此时电子群聚团在极轴左方的减速区,则 ω' 变小使群聚团顺时针转回到强减速场区,改善能量交换;对于波导收口段, k_z 随 z 减小, ω' 加大,如果此时群聚团在极轴右方的减速区,则 ω' 变大使群聚团逆时针转至强减速场区. 图 2 中这种重复地张口和收口的波导,只要工作条件选择恰当,可

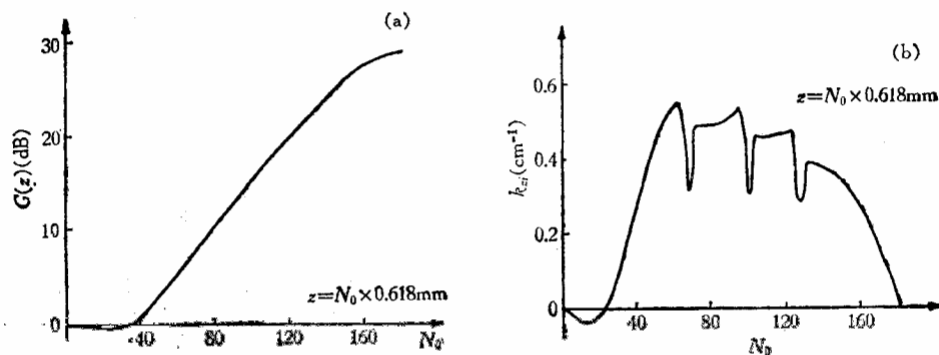


图 5

使电子群聚团在减速场区往复摆动,延长电子对场做功的时间,使束能量充分地转给高频场. 同时磁场小变化可通过 $k_z v_z$ 改变得到补偿,以保持回旋共振条件 (16) 式,使输出功率对磁场变化不甚敏感.

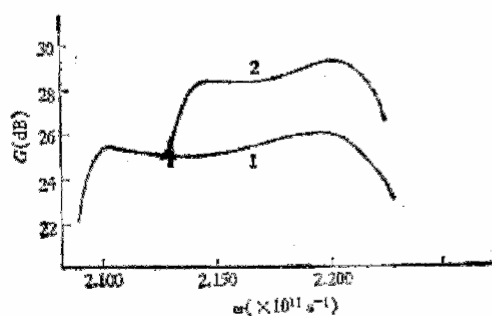


图 6

图 6 给出了增益 G 随回旋频率 Ω ($\sim B_0$) 变化曲线,其中曲线 1 所取参量与图 3(a) 曲线 1 的相同,而 $\Omega = 2.290 \times 10^{11} \text{ s}^{-1}$; 而曲线 2 则与图 3(b) 曲线 1 所取参量相同, $\Omega = 2.218 \times 10^{11} \text{ s}^{-1}$. 由此可估计出放大器的相对瞬时频宽 $\Delta\omega/\omega$: 曲线 1 的 $\Delta\omega/\omega \approx 6\%$, 曲线 2 的 $\Delta\omega/\omega \approx 3.7\%$.

图 5 给出的计算结果可作为上述讨论的佐证,图 5(a) 给出了放大器的增益 $G(z)$ 曲线,与均匀截面回旋放大器^[4]相比,它有良好的线性,图 5(b)画出了场增长率 $k_z(z)$ 曲线,曲线中段上下三次对应图 2 中三段角锥波导. 从曲线形状看,三段角锥中场增长速率大致相近,因而 $G(z)$ 曲线中段线性得到改善. 图 5(a), (b) 中曲线始端的负值部分说明高频电场在输入处调制电子束而给出能量,即所谓初始插入损耗.

五、结 论

1. 本文对轴对称的任意缓变截面波导中行波电磁场与回旋电子束之间相互作用问题进行了理论分析, 采用波动法在小信号和忽略空间电荷效应的假设下, 给出了回旋共振放大的色散方程(8)。

2. 由于方程(8)求解计算上不方便, 且受小信号限制, 在第四节中改用单模电磁场功率和电子束功率之间功率守恒定理(14)式分析两者的相互作用。 H_{01} 模的场由(1)式表示的真空模式场, 电子运动参量则由相对论性运动方程求出。针对图2的缓变截面波导结构的回旋共振行波放大器进行了数值计算, 计算结果示于图3—6中。

3. 在给定相同的工作参量下, 与文献[1]的均匀波导回旋共振放大器比较, 两者有接近相等的最大输出功率和效率, 但这里放大器的长度较短, 例如文献[1]中 $P_0 = 324\text{kW}$ 时 $L = 13.1\text{cm}$, 本文中 $P_0 = 325\text{kW}$ 时 $L = 11.1\text{cm}$, 而两者 η 均为 50%。这放大器有较大的频宽, 在 $P_0 \approx 250\text{kW}$ 水平下可有 6% 的相对工作频宽。另一个值得注意的优点是它的输出功率对磁场变化不甚敏感, 对这点文中根据回旋共振条件作出了物理解释。

4. 上述放大器在理论性能上的改善是由于采用了图3所示的一种新的缓变截面波导结构, 使其保持原有高输出功率和效率外, 放大器的工作频宽有所扩大, 对磁场电源稳定度的要求有所降低, 后两点对于这种高功率毫米波放大器的实用化可能是很重要的。

本文蒙电子工业部电真空器件研究所吴鸿适和中国科学院电子学研究所郭和忠同志的审阅并提出宝贵意见, 并得到北京大学无线电电子学系吴德明、喻岳青、于明和周乐柱同志的帮助, 作者在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] 李 壮、徐承和, 本刊本期。
- [2] K. R. Chu, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-27**(1978), 178.
- [3] Y. Y. Lau, K. R. Chu, *Intern. J. of Infrared and Millimeter Waves*, **2**(3) (1981), 415.
- [4] 周乐柱、徐承和、龔中麟, *Intern. J. of Infrared and Millimeter Waves*, **3**(1) (1982), 117.
- [5] 陈戈林、张克潜、范崇澄, *Intern. J. of Infrared and Millimeter Waves*, **1**(2) (1980), 247.
- [6] 周乐柱、徐承和、龔中麟, *物理学报*, **30** (1981) 153.

THEORY OF ELECTRON CYCLOTRON RESONANCE AMPLIFIER WITH A TAPERED WAVEGUIDE

LI ZHUANG XU CHENG-HE

(Department of Radio Electronics, Peking University)

ABSTRACT

In this paper the wave approach is used for analysing the ECR amplifier, its dispersion relation is derived, but it is suitable only for the small signal regime. Then by using kinetic power conservation theorem, a theoretical analysis is employed to treat this amplifier, it can be applied beyond the small signal regime to calculate the saturated output power and efficiency of this device. For a concrete waveguide form, the performance of the amplifier has been calculated numerically. The theoretical results show that the amplifiers of this type exhibit an obvious advantage, i.e. the variation of static magnetic field has less influence on its output power, besides, in comparison with the amplifier with a regular waveguide under the condition of same output powers and gains, this amplifier has a wider bandwidth and its interaction length is somewhat shortened.