

# 共振吸收的场结构与密度轮廓变陡

徐至展 余 玮

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

1982年8月26日收到

## 提 要

本文采用一种新的解析方法,讨论了激光等离子体中的共振吸收场结构与密度轮廓变陡的问题,得到了共振吸收场结构的解析表达式。由此推导得出的以初等函数表示的共振吸收系数,能在所有入射角的范围内都与计算机数值解相符合。另外,有关稳态密度轮廓变陡的解析计算,也正确地反映了有关实验及计算机模拟的结果。

## 一、引 言

共振吸收的场结构及其吸收系数,是斜入射的 $P$ 偏振电磁波与不均匀等离子体相互作用中最为重要、也是较早研究的课题<sup>[1-5]</sup>。近几年来,这方面的研究仍很活跃<sup>[6-9]</sup>。所有这方面的计算大都从求解波动方程着手,但由于所涉及的方程十分复杂,很难得到准确的解析解<sup>[6]</sup>。本文采取一种完全不同的方法,绕过波动方程直接解析得到了用初等函数表示的适用于整个冕区的场结构表达式,它能正确地反映出已知的共振吸收场结构的各种基本特征。我们还由此推导得到用初等函数表示的共振吸收系数的解析形式,推广了Speziale和Catto<sup>[6]</sup>在1977年由波动方程得到的,实际上只是在小入射角及大入射角两种极限情况下才适用的结果,使之在所有入射角都能与Fousslund等人<sup>[5]</sup>的计算机数值解相符。

在入射电磁波强度较小时,等离子体密度轮廓(density profile)可由自相似扩散模型所决定;在入射强度较大时,则必须考虑电磁场的有质动力对上述密度轮廓的修正。1977年, Lee等人<sup>[10]</sup>把等离子体密度轮廓与场结构联系起来,并对场结构相对简单的垂直入射及 $s$ 偏振斜入射问题进行了计算。然而正如Jones等人<sup>[11]</sup>在1981年所指出的那样,有关 $P$ 偏振斜入射的问题,情况要复杂得多,因此很难进行解析处理。由于本文得到了场结构的表达式,就使我们有可能对上述问题进行解析计算。我们所得到的稳态密度轮廓,也能正确地反映等离子体实验及计算机模拟所得到的结果。

## 二、基 本 方 程

在激光与等离子体相互作用过程中,决定等离子体电磁场结构及粒子运动规律的基本方程组为

$$m_\alpha \frac{d\mathbf{u}_\alpha}{dt} = q_\alpha \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{u}_\alpha \times \mathbf{B} \right) + \pi_\alpha - \frac{1}{n_\alpha} \nabla p_\alpha - \mathbf{P}_\alpha, \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (n_\alpha \mathbf{u}_\alpha) = 0, \quad (2)$$

$$c \nabla \times \mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + 4\pi \sum_\alpha q_\alpha n_\alpha \mathbf{u}_\alpha, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi \sum_\alpha q_\alpha n_\alpha, \quad (4)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (5)$$

其中脚标  $\alpha = i, e$  分别表示与离子、电子相关的量,  $\pi$  为有质动力,  $p$  为等离子体压强,  $\mathbf{P}$  为阻尼力. 把各有关量按激光频率展开. 由于  $m_i \gg m_e$ , 我们把电子密度及电子运动速度展开到一阶, 而把离子密度及离子运动速度展开到零阶, 即  $n_e = n_{0e} + n_1 e^{-i\omega t}$ ,  $\mathbf{u}_e = \mathbf{u}_{0e} + \mathbf{u}_1 e^{-i\omega t}$ ;  $n_i = n_{0i}$ ,  $\mathbf{u}_i = \mathbf{u}_{0i}$ . 其中  $n_{0e} \gg n_1$ ,  $\mathbf{u}_{0e} \ll \mathbf{u}_1$ . 对于场量, 令  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1 e^{-i\omega t}$ ,  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 e^{-i\omega t}$ , 其中  $\mathbf{E}_1, \mathbf{B}_1$  为基频场强,  $\mathbf{E}_0$  的物理意义将在后面说明. 设等离子体是等温的, 由于  $n_1 \ll n_{0e}$ , 压强  $p_i = n_{0i} T_i$ ,  $p_e = n_e T_e \sim n_{0e} T_e$ ; 这里的  $T_i, T_e$  分别为离子及电子温度. 这样就从一阶方程中略去了温度的影响; 事实上有关文献业已证实对于本文所要讨论的场结构及共振吸收系数<sup>[5,6]</sup>, 这种影响确可忽略. (1) 式中的有质动力  $\pi_\alpha = -\nabla \cdot \left\langle \frac{m_\alpha}{2} u_{1\alpha}^2 \right\rangle$ , ( $\langle \rangle$  表示对时间求平均.) 故只有电子受到有质动力  $\pi_e = -\nabla |E_1|^2 / 16\pi n_{cr}$  的作用. 最后, 阻尼力  $\mathbf{P}$  与粒子速度成正比, 我们只取  $\mathbf{P}_e = \nu \mathbf{u}_1 e^{-i\omega t}$ , 其中  $\nu$  为阻尼系数. 把所有这些量代入方程 (1)–(5), 把具有指数因子  $e^{-i\omega t}$  的项与零阶项分离, 可以得到两组方程.

关于  $n_{0\alpha}, \mathbf{u}_{0\alpha}$  的方程组为<sup>[12]</sup>

$$m_e \frac{d\mathbf{u}_{0e}}{dt} = -e\mathbf{E}_0 - \frac{1}{16\pi n_{cr}} \nabla |E_1|^2 - \frac{1}{n_{0e}} \nabla p_e, \quad (6)$$

$$m_i \frac{d\mathbf{u}_{0i}}{dt} = e\mathbf{E}_0 - \frac{1}{n_{0i}} \nabla p_i, \quad (7)$$

$$\frac{\partial n_{0\alpha}}{\partial t} + \nabla \cdot (n_{0\alpha} \mathbf{u}_{0\alpha}) = 0. \quad (8)$$

这里, 为了简化运算, 已令离子电荷数  $z = 1$ . 在等离子体向真空扩散的初始阶段, 质量较小的电子较快地得到加速, 从而因电荷分离而建立起静电场  $\mathbf{E}_0$ ,  $\mathbf{E}_0$  加速离子并使电子减速, 以使等离子体仍维持“准中性状态”, 即  $n_{0i} = n_{0e} = n_0$ . 把 (6), (7) 两式相加, 得到

$$m_e \frac{d\mathbf{u}_{0e}}{dt} + m_i \frac{d\mathbf{u}_{0i}}{dt} = -\frac{1}{16\pi n_{cr}} \nabla |E_1|^2 - \frac{1}{n_0} \nabla (p_e + p_i).$$

由于  $m_i \gg m_e$ ,  $T_e \gg T_i$ , 上式又可写为

$$\frac{d\mathbf{u}_{0i}}{dt} = -\mu \nabla |E_1|^2 - \frac{T_e}{n_0 m_i} \nabla n_0, \quad (9)$$

其中  $\mu = 1/16\pi n_{cr} m_i$ , 方程 (9) 以及连续性方程 (8) 构成了描写等离子体内物质输运及密度轮廓的基本方程组.

由方程(1)–(5)分离的一阶方程组可写为<sup>[2]</sup>

$$\frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial t} = -\frac{e}{m} \mathbf{E}_1 - \nu \mathbf{u}_1, \quad (10)$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + \nabla \cdot (n_0 \mathbf{u}_1) = 0, \quad (11)$$

$$c \nabla \times \mathbf{B}_1 = \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon' \mathbf{E}_1), \quad (12)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_1 = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial t}, \quad (13)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon' \mathbf{E}_1) = 0. \quad (14)$$

这里省略了脚标  $e$ , 并在  $\nu/\omega \ll 1$  的前提下引入复介电常数:

$$\epsilon' = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \left( 1 + i \frac{\nu}{\omega} \right)^{-1} \approx 1 - \frac{n_0}{n_{cr}} \left( 1 - i \frac{\nu}{\omega} \right). \quad (15)$$

方程(10)–(14)构成描写等离子体内电子振荡及电磁场结构的基本方程组.

### 三、电磁场结构

如设电磁波入射平面为  $xy$  平面, 入射角为  $\theta_0$ , 等离子体密度  $n_0$  仅在  $x$  方向不均匀, 即  $n_0 = n_0(x)$ , 则导致共振吸收的斜入射  $p$  偏振电磁波的电场强度可写为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} = \mathbf{E}(x) e^{-i(\omega t - k_y y)}. \quad (16)$$

将它代入(14)式可以得到

$$\frac{d}{dx} (\epsilon' E_x) + i y \epsilon' E_x \frac{dk_y}{dx} + i k_y \epsilon' E_y = 0. \quad (17)$$

由于上式必须在  $y$  取任意值时均能成立, 故必须满足  $dk_y/dx = 0$ , 因此

$$k_y = k \sin \theta = k_0 \sin \theta_0. \quad (18)$$

由(18)式可进一步确定电磁波的光路(见图1(a)).

在以(15)式引入  $\epsilon'$ , 并以此建立基本方程组(10)–(14)式时, 实际已将无外加磁场作用的不均匀等离子体视为各向同性介质, 因为只有在各向同性介质中, “复介电常数张量”  $\epsilon'$  才能写成(15)式所示的标量形式<sup>[2]</sup>. 然而由电动力学可知, 在各向同性介质中, 波矢  $\mathbf{k}$  与坡印廷矢量  $\mathbf{S}$  之间的离散角

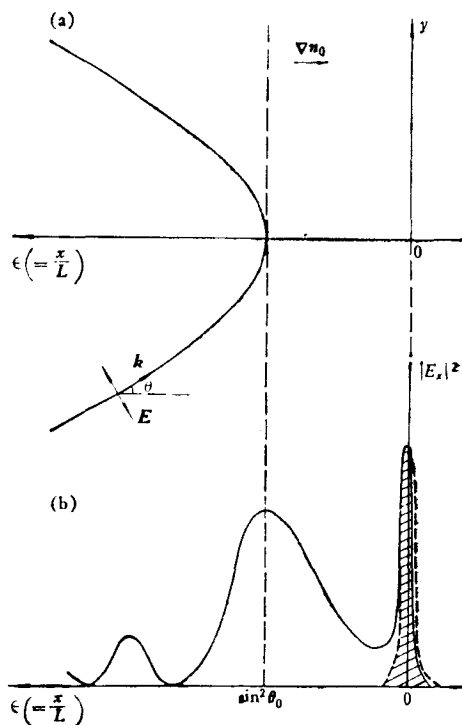


图 1

(a) 电磁波在一维不均匀等离子体中的传播;  
(b) 由(25)和(26)式给出的场结构. 其中  
 $\theta_0 = 24^\circ$ ,  $k_0 L = 75$ ,  $\nu^2/\omega^2 = 2.5 \times 10^{-3}$

为零,而  $\mathbf{S} = \frac{1}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{B}$ , 故有

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{E} = 0. \quad (19)$$

又因为  $k_x = 0$ ,  $k_y = k_0 \sin \theta_0$ ,  $k^2 = k_0^2 \epsilon'$ ; 故波矢

$$\mathbf{k} = \mp k_0 \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta_0} \hat{x} + k_0 \sin \theta_0 \hat{y}. \quad (20)$$

因此由 (17), (19) 两式可以得到

$$\frac{d}{dx} (\epsilon' E_x) + i k_0 \sin \theta_0 \epsilon' E_y = 0, \quad (21)$$

$$\mp k_0 \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta_0} E_x + k_0 \sin \theta_0 E_y = 0. \quad (22)$$

在以上两式中消去  $E_y$ , 得到

$$d[\ln(\epsilon' E_x)] = \mp i k_0 \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta_0} dx,$$

$$E_x(x) = \begin{cases} (A_{\mp}/\epsilon') \exp \left[ \mp i k_0 \int \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta_0} dx \right], & (23) \\ (B/\epsilon') \exp \left[ -k_0 \int \sqrt{\sin^2 \theta_0 - \epsilon'} dx \right]. & (24) \end{cases}$$

(20), (23) 式中的“—”号对应于图 1(a) 中  $y < 0$  区域的人射电磁波, “+”号对应于  $y > 0$  区域的反射波. (24) 式描写了  $y = 0$  处的场结构. 如设  $n_0(x)$  呈线性分布, 介电常数  $\epsilon = x/L$ , 其中  $L$  为等离子体定标长度,  $x$  以临界点为原点. 并将指数因子中的  $\epsilon'$  近似地用  $\epsilon$  代替, 则有

$$E_x(x) = \begin{cases} \frac{A_{\mp}}{\epsilon'} \exp \left[ \mp \frac{2}{3} i k_0 L \left( \frac{x}{L} - \sin^2 \theta_0 \right)^{\frac{3}{2}} \right] & \left( \frac{x}{L} > \sin^2 \theta_0 \right), & (25) \\ \frac{B}{\epsilon'} \exp \left[ -\frac{2}{3} k_0 L \left( \sin^2 \theta_0 - \frac{x}{L} \right)^{\frac{3}{2}} \right] & \left( \frac{x}{L} \leq \sin^2 \theta_0 \right). & (26) \end{cases}$$

利用边界条件可以定出  $A_- = E_0 \sin \theta_0$ ,  $A_+ = \sqrt{R} E_0 \sin \theta_0$ , 其中  $E_0$  为入射电磁波场强,  $R$  为反射系数. 由 (24) 式可知, 在进入反射层  $x = L \sin^2 \theta_0$  后,  $E_x(x)$  按指数衰减; 但又因  $E_x(x)$  与  $\epsilon'$  成反比, 故随着  $x \rightarrow 0$ ,  $E_x(x)$  又重新增长; 如不计能量耗散 ( $\nu = 0$ ), 则  $E_x(x) \propto 1/x$ , 从而在临界面形成场的奇异点; 如考虑吸收 ( $\nu \neq 0$ ), 则上述奇异点消除, 代之以与  $\nu/\omega$  成反比的尖锐的峰值. 这些正是文献 [2, 4] 对于这一区域的波动方程近似解进行分析后得出的结论, 它们反映了斜向入射的  $p$  偏振电磁波所特有的“隧道效应”. 与  $A_{\mp}$  相类似, (26) 式中的常数  $B$  中显然也应包含  $E_0 \sin \theta_0$  项; 同时, 许多文献指出<sup>[3,5,6]</sup>, 临界面的电场强度与  $(k_0 L)^{-1/6}$  成正比, 故可令  $B = b E_0 \sin \theta_0 (k_0 L)^{-1/6}$ . 由 (25), (26) 式给出的等离子体冕区场结构如图 1(b) 所示, 它与有关文献中给出的简图很相像<sup>[2,4]</sup>.

由电动力学可知, 单位体积媒质在单位时间内吸收的电磁能量为<sup>[13]</sup>

$$Q = \frac{\omega}{8\pi} \text{Im } \epsilon' |E|^2. \quad (27)$$

我们不计逆轭致吸收, 仅考虑发生在临界面附近的共振吸收. 由于在  $x \rightarrow 0$  时, (26) 式中的  $\exp \left[ -\frac{2}{3} k_0 L \left( \sin^2 \theta_0 - \frac{x}{L} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$  与  $\frac{1}{\epsilon'}$  相比为缓变量, 因此可以用如图 1(b) 中阴影部分所示的局域性电场

$$|E| = \frac{b|E_0|\sin\theta_0}{\left[\left(\frac{x}{L}\right)^2 + \left(\frac{\nu_{\text{eff}}}{\omega}\right)^2\right]^{1/2}} (k_0 L)^{-1/6} \exp\left(-\frac{2}{3}k_0 L \sin^3\theta_0\right) \quad (28)$$

来描述临界面附近的电场结构,在这一区域内令  $\nu = \nu_{\text{eff}}$ ,  $\text{Im } \epsilon' = \frac{\nu_{\text{eff}}}{\omega}$ , 代入 (27) 式并进行积分,就可以得到入射激光被等离子体共振吸收的强度为

$$\begin{aligned} \Delta I_0 &= \frac{\nu_{\text{eff}}}{8\pi} b^2 |E_0|^2 \sin^2\theta_0 (k_0 L)^{-1/2} \exp\left(-\frac{4}{3}k_0 L \sin^3\theta_0\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{\left(\frac{x}{L}\right)^2 + \left(\frac{\nu_{\text{eff}}}{\omega}\right)^2} \\ &= \pi b^2 q \exp\left(-\frac{4}{3}q^{3/2}\right) \cdot \frac{c}{8\pi} |E_0|^2 \\ &= f_{\text{res}} I_0, \end{aligned} \quad (29)$$

其中  $q = (k_0 L)^{2/3} \sin^2\theta_0$ ,  $I_0 = \frac{c}{8\pi} |E_0|^2$  为入射激光强度. 这样可求出共振吸收系数为

$$f_{\text{res}} = \pi b^2 q \exp\left(-\frac{4}{3}q^{3/2}\right). \quad (30)$$

实验指出<sup>[44]</sup>: 共振吸收的峰值接近 50%. 令  $f_{\text{res}}$  对  $q$  的导数为零, 可求得吸收峰值出现在  $q = 0.63$  附近,并可定出 (30) 式中的常数因子  $b = 0.71$ .

有关共振吸收系数的计算无疑是共振吸收研究中最重要课题,早期 Denisov<sup>[45]</sup> 及 Ginsberg<sup>[2]</sup> 等人利用所谓“Denisov 近似”在临界面附近求得以特殊函数形式表示的场结构, Piliya<sup>[3]</sup> 在此基础上计算了共振吸收系数. 然而, 这种近似是以密度梯度很小及入射角很大为前提的,在激光等离子体中通常难以满足;而且 Piliya 的计算结果与 Fouslund 等人<sup>[5]</sup>在 1975 年采用流体与粒子编码得到的计算机数值解相比存在很大的差异. 1971 年 Vinogradov 等人<sup>[45]</sup>开始取消“Denisov 近似”,对激光等离子体进行讨论. 1978 年 Pert<sup>[7]</sup> 以相当复杂的数学形式,得到了与上述数值解相符的共振吸收系数.

另一方面,不少人还一直在作出努力,试图得到更为实用的以初等函数表示的共振吸收系数. 例如, Omel'chenko<sup>[46]</sup> 在小  $q$  值极限提出  $f_{\text{res}} = 2.6q$  的线性表达式; Tang<sup>[47]</sup> 在大  $q$  值极限得到

$$f_{\text{res}} = 2 \exp\left(-\frac{4}{3}q^{3/2}\right) - 2 \exp\left(-\frac{8}{3}q^{3/2}\right).$$

1977 年, Speziale 和 Catto 对上述结果进行修正与推广,最后得到<sup>[6]</sup>

$$f_{\text{res}} = \begin{cases} 2.6q \left(1 - \frac{5.2}{3}q\right) & (q < 1), \\ 2 \exp\left(-\frac{4}{3}q^{3/2}\right) - \exp\left(-\frac{8}{3}q^{3/2}\right) & (q > 1). \end{cases} \quad (31)$$

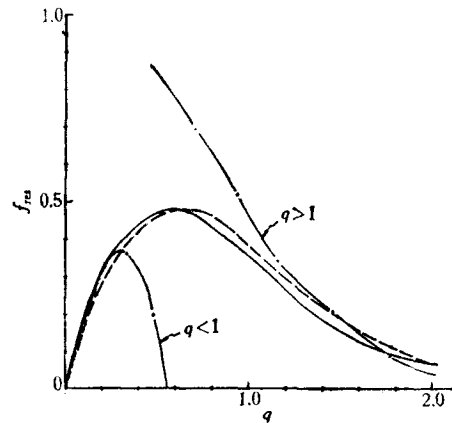


图2 共振吸收系数 ——为计算机数值解(文献[5]); —·—·为 Speziale 和 Catto 的解析解(文献[6]); ---- 为本文的解析解.

他们的结果虽然在  $q$  较小及  $q$  较大的区间与计算机数值解相符,然而在  $q \sim 1$  这个吸收最大,从而也是最为重要的区间仍存在很大的偏离 (见图 2). 此外, Malone 等人<sup>[8]</sup>在 1978 年还提出过经验公式  $f_{res} = q \exp(1 - 2q)$ , 但是在  $q$  较大时,该式仍不能与计算机数值曲线保持一致.

然而由图 2 可以看出,由 (30) 式给出的曲线却能在所有的  $q$  值均与计算机数值解曲线保持一致,从而更好地解决了用初等函数表示共振吸收系数的问题. 采用本文的方法,避免了求解复杂的波动方程,却能以简洁的数学形式给出共振吸收的场结构,所得到的共振吸收系数也比由波动方程导出的结果更为准确.

#### 四、密度轮廓

在方程 (8), (9) 的基础上,进一步假定方程满足自相似条件,即  $n_{0i}, u_{0i}$  对时空的依赖性仅通过比值  $\xi = x/t$  而体现,则上述方程可写为<sup>[11]</sup>

$$(u - \xi) \frac{du}{d\xi} + \frac{c_s^2}{n} \frac{dn}{d\xi} + \mu \frac{d|E|^2}{d\xi} = 0, \quad (32)$$

$$(u - \xi) \frac{dn}{d\xi} + n \frac{du}{d\xi} = 0. \quad (33)$$

这里我们已省略了脚标, (32) 式中的  $c_s = \sqrt{\frac{T_e}{m_i}}$  为离子声速. 从 (32), (33) 式可以得到

$$\frac{du}{dn} = \sqrt{\frac{c_s^2}{n^2} + \frac{\mu}{n} \frac{d|E|^2}{dn}} = -\frac{1}{n} (u - \xi). \quad (34)$$

在入射激光强度较低时,有质动力的影响可以忽略,由 (34) 式可以得到

$$u = c_s + \frac{x}{t}, \quad n = n_{cr} e^{-x/c_s t}. \quad (35)$$

这里我们选取与临界面一起运动的坐标系,并仍取临界点为  $x$  轴原点. 在  $t$  足够大时,把 (35) 式展开,得到

$$n = n_{cr} \left[ 1 - x/c_s t + \frac{1}{2} (x/c_s t)^2 \dots \right] \approx n_{cr} (1 - x/c_s t). \quad (36)$$

因此在以临界面为中心的一定范围内,等离子体密度轮廓是线性的,由 (36) 式可求出等离子体定标长度  $L = c_s t$ , 即为离子声速与激光脉宽的乘积.

入射激光较强时,有质动力的影响导致对上述密度轮廓的修正. 激光入射后,经过一段时间的作用,等离子体内以临界面为中心的一定范围内  $n, u$  不再随时间而变化,形成了相对稳定的密度轮廓<sup>[18]</sup>. 在这种情况下 (34) 式可改写为

$$\frac{du}{dn} = \sqrt{\frac{c_s^2}{n^2} + \frac{\mu}{n} \frac{d|E|^2}{dn}} = -\frac{u}{n}. \quad (37)$$

由此可运算得到

$$\begin{aligned} nu &= c_1, \\ \frac{c_s^2}{n^2} + \frac{\mu}{n} \frac{d|E|^2}{dn} &= \frac{c_1^2}{n^3}, \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned}\mu d|E|^2 &= \left(\frac{c_1^2}{n^3} - \frac{c_s^2}{n}\right) dn, \\ \frac{1}{2} \frac{c_1^2}{n^2} + c_s^2 \ln n + \mu |E|^2 &= c_2, \\ \frac{1}{2} M - \ln M + \frac{\mu}{c_s^2} |E|^2 &= c_3,\end{aligned}\quad (39)$$

其中  $M = u/c_s$  为马赫数,  $c_1, c_2, c_3$  均为常数. 由于  $|E|^2$  在  $n = n_{cr}$  处达到峰值,  $d|E|^2/dn = 0$ , 由 (37) 式可知  $u_{cr} = c_s$ , 代入 (38) 式, 得到  $c_1 = n_{cr}c_s$ . 如令  $M = 1 + \Delta M$ , 其中  $\Delta M < 1$ , 把 (39) 式展开

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} (1 + 2\Delta M + \Delta M^2) - \left(\Delta M - \frac{1}{2} \Delta M^2 \dots\right) + \frac{\mu}{c_s^2} |E|^2 \\ = \frac{1}{2} + \Delta M^2 + \frac{\mu}{c_s^2} |E|^2 = c_3.\end{aligned}$$

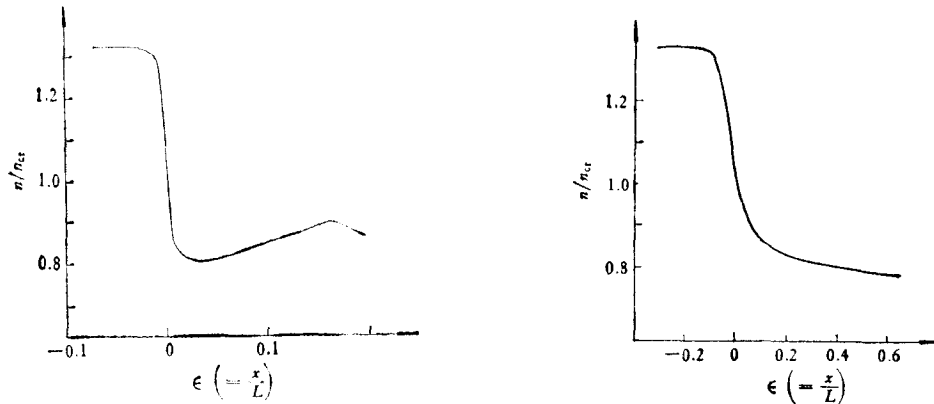
在临界密度面  $\Delta M = 0$ ,  $|E| = |E_s|$ , 代入上式得到  $c_3 = \frac{1}{2} + \frac{\mu}{c_s^2} |E_s|^2$ , 从而有

$$\Delta M = \pm \frac{\sqrt{\mu}}{c_s^2} [|E_s|^2 - |E|^2]^{1/2},$$

$$u = c_s \pm \sqrt{\mu} [|E_s|^2 - |E|^2]^{1/2} = c_s \left[ 1 \pm \frac{1}{2} \frac{u_s}{u_{th}} \left( 1 - \frac{|E|^2}{|E_s|^2} \right)^{1/2} \right], \quad (40)$$

$$n = \frac{n_{cr}}{1 \pm \frac{\sqrt{\mu}}{c_s} [|E_s|^2 - |E|^2]^{1/2}} = n_{cr} \left/ \left[ 1 \pm \frac{1}{2} \frac{u_s}{u_{th}} \left( 1 - \frac{|E|^2}{|E_s|^2} \right)^{1/2} \right] \right., \quad (41)$$

其中  $u_s = c|E_s|/m\omega$  为临界面电子振荡速度,  $u_{th} = \sqrt{T_e/m_e}$  为电子热运动速度. 作为初级近似, 我们可把由线性密度轮廓得到的  $|E|$  值直接代入 (41) 式, 来讨论有质动力对于线性密度轮廓的修正. 图 3 中, 我们对两组不同的参数给出了修正后的密度轮廓. 可



(a)  $\theta_0 = 24^\circ$ ,  $k_0 L = 75$ ,  $\frac{\nu^2}{\omega^2} = 2.5 \times 10^{-3}$ ,

$$\frac{u_s}{u_{th}} = 0.5$$

(b)  $\theta_0 = 30^\circ$ ,  $k_0 L = 12$ ,  $\frac{\nu^2}{\omega^2} = 2.5 \times 10^{-3}$ ,

$$\frac{u_s}{u_{th}} = 0.5$$

图 3 由 (41) 式给出的等离子体密度轮廓

以看出,在临界面附近,密度梯度大大变陡,而在其上部则出现明显的平台结构.由(40), (41)式容易得到上平台密度  $n_p$  及相应的粒子运动速度  $u_p$

$$u_p = c_s - \sqrt{\mu} |E_s| = c_s \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{u_s}{u_{th}} \right). \quad (42)$$

$$n_p = \frac{n_{cr}}{c_s - \sqrt{\mu} |E_s|} = n_{cr} / \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{u_s}{u_{th}} \right). \quad (43)$$

图4中我们给出了  $n_p/n_{cr}$  及  $u_p/c_s$  对于无量纲参数  $u_s/u_{th}$  的依赖关系.图4的曲线与文献[19]中给出的计算机模拟结果一致.从(42), (43)式还可看出,如入射激光较弱,  $u_s \ll u_{th}$ , 则  $n_p$  接近  $n_{cr}$ , 故无须考虑密度轮廓修正.临界面以下的密度轮廓不能如垂直入射及  $s$  偏振斜入射那样简单地以所谓“下平台”来描述,这一轮廓取决于有关参数,其中主要是  $q$ . 在  $q$  较大时会出现如图3(a)所示的凹坑结构.它与 Wang 在微波模拟实验中观察到的稳态密度轮廓十分相像<sup>[18]</sup>; 在  $q$  较小时,则出现平台或如图3(b)所示的缓坡结构,类似结构也已由 Albritton 等人在计算机模拟中得到<sup>[19]</sup>.

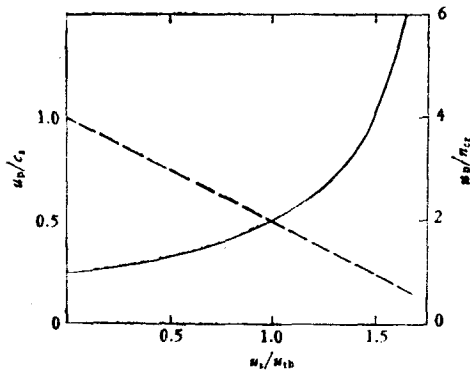


图4  $\frac{u_p}{c_s}$  (----) 及  $\frac{n_p}{n_{cr}}$  (——) 对  $\frac{u_s}{u_{th}}$  的依赖关系

最后讨论临界点的定标长度  $L_{cr}$ , 由(37)式及  $L(x)$  的定义可以得到

$$L_{cr} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{n}{|dn/dx|} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{u}{|du/dx|} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{u}{\sqrt{\mu} \frac{d}{dx} (|E_s|^2 - |E|^2)^{1/2}}. \quad (44)$$

由于讨论临界点, (44) 式中的  $|E|$  可直接以(28)式代入

$$L_{cr} = \lim_{x \rightarrow 0} u / \sqrt{\mu} |E_s| \frac{d}{dx} \left( \frac{x/L}{\sqrt{\left(\frac{x}{L}\right)^2 + \left(\frac{\nu_{eff}}{\omega}\right)^2}} \right) = \frac{\nu_{eff}}{\omega} \frac{c_s L}{\sqrt{\mu} |E_s|} = 2 \frac{\nu_{eff}}{\omega} L \frac{u_{th}}{u_s}. \quad (45)$$

由于  $u_s \propto |E_0| \propto I_0^{0.5}$ , 故(45)式给出  $L_{cr}$  对入射激光强度的依赖关系为

$$L_{cr} \propto I_0^{-0.5} \quad (46)$$

这与 Estabrook 等人<sup>[20]</sup>由计算机模拟得到的定标律  $L_{cr} \propto I_0^{-0.48}$  十分接近.

总的来说,入射激光较强时,冕区等离子体密度轮廓可由“双线性模型”来描述,即在临界面以外的绝大部分区域,等离子体密度呈现以  $L$  为定标长度的线性分布;而在临界面附近,则以  $L_{cr}$  为定标长度.这样,冕区的场结构基本仍由  $L$  决定,而临界面附近的一系列物理效应,包括共振吸收及快电子发射在内,则主要取决于  $L_{cr}$  的值.

## 参 考 文 献

- [1] Н. Г. Денисов (N. G. Denisov), ЖЭТФ, **31** (1956), 609.

- [2] V. L. Ginsberg. *Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas*, Pergamon, New York, (1970)
- [3] A. Д. Пилия (A. D. Piliya), *ЖТФ*, **36** (1966), 818.
- [4] R. B. White, F. F. Chen, *Plasma Phys.*, **16**(1974), 565.
- [5] D. W. Fouslund *et al.*, *Phys. Rev. A*, **11**(1975), 679.
- [6] T. Speziale, P. J. Catto. *Phys. Fluids*, **20**(1977), 990.
- [7] G. J. Pert, *Plasma Phys.*, **20**(1978), 175.
- [8] R. C. Malone, R. L. Morse, *Phys. Fluids*, **21**(1978), 143.
- [9] J. C. Adam *et al.*, *Phys. Fluids*, **25**(1982), 376.
- [10] K. Lee *et al.*, *Phys. Fluids*, **20**(1977), 51.
- [11] R. D. Jones *et al.*, *Phys. Fluids*, **24**(1981), 310.
- [12] J. L. Bobin, *J. Plasma Phys.*, **25**(1981), 193.
- [13] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, *Electrodynamics of Continuous Media*, Pergamon, (1960).
- [14] A. G. M. Maaswinkel *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **42**(1979), 1625.
- [15] A. В. Виноградов (A. V. Vinogradov) *и др.*, *Письма в ЖЭТФ*, **13**(1971), 317.
- [16] A. Ya Omel'chenko and K. N. Stepanov. *Ukr. Fiz. Zh.* **12**(1967). 1445; [*Ukr. Phys. J.*, **12** (1967), 1396].
- [17] T. Tang, *Radio Sci.*, **5**(1970), 111
- [18] A. Y. Wang. *Laser Interaction and Related Plasma Phenomena*, Vol. 4B, 657.
- [19] J. R. Albritton, A. B. Langdon, *Phys. Rev. Lett.*, **45**(1980), 1794.
- [20] K. Estabrook, W. L. Kruer. *Phys. Rev. Lett.*, **40**(1978), 42.

## THE FIELD STRUCTURE OF RESONANCE ABSORPTION AND DENSITY PROFILE STEEPENING

XU ZHI-ZHAN YU WEI

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

### ABSTRACT

The field structure of resonance absorption and density profile steepening in laser plasmas is studied by means of a new analytical method. The resulting absorption coefficients can be expressed by elementary functions, and are in good agreement with numerical calculations. In addition, the analytic calculations for steady state, steepened density profile are also well consistent with the results obtained by using microwave plasma experiments and numerical simulation.