

环流器等离子体高 n 气球模的第二稳定区

石秉仁

(中国西南物理研究所)

1982年9月21日收到

提 要

本文讨论了圆截面高比压等离子体关于高 n 气球模的稳定性。在高比压情况下,相应的极向磁场对气球模有相当强的驱动作用,从而严重影响了第二稳定区的结构。我们详细计算了不同剪切、不同压强梯度及不同极向场参数对气球模本征函数和本征频率的影响,这些结果比较完善地反映了圆截面环流器中理想磁流体气球模理论所预示的主要结论。

一、引 言

根据理想磁流体气球模理论,当环流器等离子体的局部压强梯度大于某一临界值时(与之相应,等离子体存在一个临界比压),在磁场的坏曲率区域中将会发生气球型不稳定性;这里所说的临界比压的大小本身又与环流器的具体磁面结构特性有关^[1-4]。对于圆截面环流器,相应的临界比压值是相当小的(约为2%左右),这就使环流器型反应堆的经济品质受到怀疑。幸而,最近的环流器实验^[5]却显示了较好的结果,并且发现当总体比压值达到理论预期的极限值的两倍多时,仍未产生明显的不稳定性。这些新的结果进一步推动了理论研究,其中之一就是关于高 n (环向模数)气球模存在第二稳定区的理论^[6-9]。例如,文献[6]发现,对于给定的磁剪切参数,当等离子体的压强梯度大于另一临界值时,等离子体将处于第二稳定区。不过,这一结果在定量上与详细的数值编码得到的不很一致^[7,9]。为了进一步澄清第二稳定区的结构,本文将通过求解由更正确的平衡模型得出的气球模方程(其中主要保留了极向场曲率驱动项),来重新研究这一问题。

二、高 n 气球模的本征方程

取正交坐标系 (ϕ, χ, ζ) , 其中 ϕ 为极向磁通函数, χ 和 ζ 分别为极向和环向角坐标,则高 n 气球模本征方程取如下形式^[1]:

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{1}{JR^2 B_\chi^2} \left[1 + \left(\frac{R^2 B_\chi^2}{B} \int^y \nu'(\phi) dy' \right)^2 \right] \frac{\partial F}{\partial y} \right\} + \frac{8\pi p'(\phi)}{B^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial \phi} \left(4\pi p + \frac{B^2}{2} \right) - \left(\frac{I}{B^2} \int^y \nu' dy' \right) \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{B^2}{2} \right) \right\} F + \frac{\omega^2}{R^2 B_\chi^2} \left[1 + \left(\frac{R^2 B_\chi^2}{B} \int^y \nu' dy' \right)^2 \right] F = 0, \quad (1)$$

式中变数 y 为 χ 坐标由 $(-\pi, \pi)$ 区域拓广到 $(-\infty, \infty)$ 区域时的对应坐标。边界条件为

$$F \rightarrow 0 \text{ 当 } y \rightarrow \pm\infty. \quad (2)$$

对应的轴对称磁场由

$$\mathbf{B}(R, z) = \nabla\phi \times \nabla\zeta + I(\phi)\nabla\zeta \quad (3)$$

给出, J 为 (ϕ, χ, ζ) 坐标系的 Jacobian, 空间弧元

$$(dl)^2 = \left(\frac{d\phi}{RB_\chi}\right)^2 + (JB_\chi d\chi)^2 + (Rd\zeta)^2, \quad (4)$$

ν 为局部安全因子

$$\nu = IJ/R^2. \quad (5)$$

它与安全因子 $q(\phi)$ 的关系为

$$q = \frac{1}{2\pi} \oint \nu d\chi. \quad (6)$$

由于本征方程 (1) 直接与局部磁面的性质有关, 因此, 我们在对具体的参数进行计算以前, 可以先对任意轴对称磁面系做一个一般分析. 定义 ρ 为所考察磁面的平均半径, 且

$$\phi = \phi(\rho). \quad (7)$$

在 $\zeta = \text{const}$ 截面上引入局部坐标 (r, θ) , 假定该磁面由下述参数方程确定^[10](图 1):

$$r = r(\rho, \theta). \quad (8)$$

相应的坐标转换关系为

$$\begin{aligned} R &= R_0(\rho) + r(\rho, \theta)\cos\theta, \\ z &= r(\rho, \theta)\sin\theta. \end{aligned} \quad (9)$$

利用曲线坐标的运算法则, 记 $dx_1 = d\rho$, $dx_2 = d\theta$, $dx_3 = d\zeta$, 可得下述度规系数关系式:

$$\begin{aligned} g_{11} &= \left(\frac{\partial r}{\partial \rho}\right)^2 + 2\frac{\partial r}{\partial \rho} R'_0(\rho)\cos\theta + R_0'^2, \\ g_{12} &= g_{21} = \frac{\partial r}{\partial \rho} \frac{\partial r}{\partial \theta} + R'_0 \left(\frac{\partial r}{\partial \theta} \cos\theta - r \sin\theta\right), \\ g_{22} &= r^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial \theta}\right)^2, \quad g_{33} = R^2, \\ g_{13} &= g_{31} = g_{23} = g_{32} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

以及

$$\sqrt{g} = R \left[r \frac{\partial r}{\partial \rho} + R'_0 \left(r \cos\theta + \frac{\partial r}{\partial \theta} \sin\theta \right) \right]. \quad (11)$$

要计算 (1) 式中有关物理量, 还必须利用下述关系式:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial A}{\partial \phi}\right)_\chi &= \frac{1}{\phi'(\rho)} \left[\frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\nabla \rho \cdot \nabla \theta}{(\nabla \rho)^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \right] A(\rho, \theta), \\ \frac{1}{J} \frac{\partial A}{\partial \chi} &= \frac{|\phi'(\rho)|}{\sqrt{g}} \frac{\partial A}{\partial \theta} \end{aligned}$$

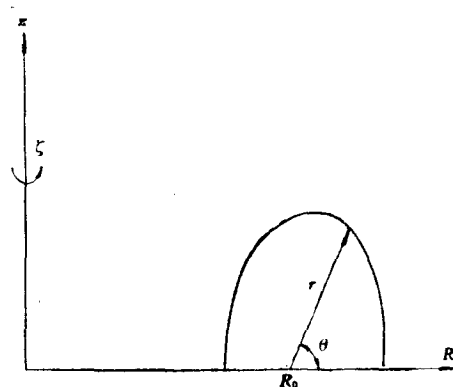


图 1 $\zeta = \text{const}$ 面上的局部坐标系
(R, ζ, z) 为普通圆柱坐标系

或

$$Jd\chi = \frac{1}{|\phi'(\rho)|} \sqrt{g} d\theta,$$

$$\frac{\nabla\rho \cdot \nabla\theta}{(\nabla\rho)^2} = \left[-\frac{\partial r}{\partial\rho} \frac{\partial r}{\partial\theta} + R'_0 \left(r \sin\theta - \frac{\partial r}{\partial\theta} \cos\theta \right) \right] / \left(r^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial\theta} \right)^2 \right). \quad (12)$$

利用(12)式中各式,方程(1)中的有关量分别可以表为

$$\int^\chi \nu'(\phi) d\chi' = \frac{\partial}{\partial\phi} \int^\chi \frac{IJ}{R^2} d\chi' = \frac{1}{\phi'(\rho)} \left[\frac{\partial}{\partial\rho} + \frac{\nabla\rho \cdot \nabla\theta}{(\nabla\rho)^2} \frac{\partial}{\partial\theta} \right] \left\{ \frac{I}{|\phi'|} w(\rho, \theta) \right\}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial\phi} [4\pi P + B^2/2]_\chi = & -\frac{I^2}{R^3\phi'} \left[R'_0 + \frac{\partial r}{\partial\rho} \cos\theta + \frac{\nabla\rho \cdot \nabla\theta}{(\nabla\rho)^2} \left(\frac{\partial r}{\partial\theta} \cos\theta - r \sin\theta \right) \right] \\ & - \frac{\phi'}{2} \left(\frac{\partial}{\partial\rho} + \frac{\nabla\rho \cdot \nabla\theta}{(\nabla\rho)^2} \frac{\partial}{\partial\theta} \right) \left(\frac{(\nabla\rho)^2}{R^2} \right) - \frac{\phi'}{R^2} \frac{(\nabla\rho)^2}{\sqrt{g}} \left(\frac{\partial\sqrt{g}}{\partial\rho} + \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sqrt{g} \frac{\nabla\rho \cdot \nabla\theta}{(\nabla\rho)^2} \right) \right), \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$w(\rho, \theta) = \int^\theta d\theta \left[r \frac{\partial r}{\partial\rho} + R'_0 \left(r \cos\theta + \frac{\partial r}{\partial\theta} \sin\theta \right) \right] / R. \quad (15)$$

在导出(14)式时,利用了等离子体平衡方程,即 Grad-Shafranov 方程的一些性质.这一方程现在可以写成

$$-4\pi P'(\phi) - II'(\phi)/R^2 = \frac{1}{\sqrt{g}} \left\{ \frac{\partial}{\partial\rho} \left(\frac{\sqrt{g}}{R^2} (\nabla\rho)^2 \phi' \right) + \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\frac{\sqrt{g}}{R^2} \nabla\rho \cdot \nabla\theta \phi' \right) \right\}. \quad (16)$$

将 $\sqrt{g}$ 的表示式(11)代入(15)式,进一步可以将其改写成

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial\phi} [4\pi P + B^2/2]_\chi = & -\frac{I^2}{R^3\phi'} \left(R'_0 + \frac{\partial r}{\partial\rho} \cos\theta + \frac{\nabla\rho \cdot \nabla\theta}{(\nabla\rho)^2} \left(\frac{\partial r}{\partial\theta} \cos\theta - r \sin\theta \right) \right) \\ & - \frac{\phi'}{R^2} \left[\frac{1}{2d^2} \left(\frac{\partial}{\partial\rho} + \frac{\nabla\rho \cdot \nabla\theta}{(\nabla\rho)^2} \frac{\partial}{\partial\theta} \right) \left(r^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial\theta} \right)^2 \right) + (\nabla\rho)^2 \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\frac{\nabla\rho \cdot \nabla\theta}{(\nabla\rho)^2} \right) \right], \end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$d = \sqrt{g}/R = r \frac{\partial r}{\partial\rho} + R'_0 \left(r \cos\theta + \frac{\partial r}{\partial\theta} \sin\theta \right). \quad (18)$$

(17)式中右方第一项代表主磁场曲率驱动项,第二项为极向磁场曲率驱动项,它与磁面的具体结构密切相关.

进一步的分析需具体确定磁面形状、磁场的局部剪切(与 $\int \nu' d\chi'$ 项有关)及等离子体的压强梯度(与 $R'_0(\rho)$ 有关^[10]).显然,这些知识基本上只涉及一个给定的磁面及一些表征局部平衡特性的参数.如果我们的兴趣仅限于了解不稳定性发生的条件与这些参数有什么关系^[6],就不一定要去解 Grad-Shafranov 方程.当然,如果我们希望全面了解一个具体的位形关于气球模的稳定性情况^[7,9],就必须具体求解平衡方程.我们将采用前一种分析路径.

至此,我们并未做任何近似假定,特别是,它适用于讨论任意截面环流器.下面,我们限于讨论圆截面环流器.假定所考察的磁面截面是圆

$$r = \rho. \quad (19)$$

于是

$$\int^x v' dX' = v_0 \theta + v_1 \sin \theta + v_2 \sin 2\theta + \cdots, \quad (20)$$

$$v_0 = q'_0(\phi) w_0(\rho) + (q_0/\phi'(\rho)) \cdot \tilde{w}_0(\rho),$$

$$v_1 = q'_0(\phi) w_1 + q_0/\phi' \cdot \tilde{w}_1,$$

$$v_2 = q'_0(\phi) w_2 + q_0/\phi' \cdot \tilde{w}_2,$$

$$\dots\dots$$

$$q_0 = I \cdot \rho / (R_{00} \cdot |\phi'|),$$

$$R_0 = R_{00} + \Delta(\rho),$$

式中 $w_0, w_1, w_2, \tilde{w}_0, \tilde{w}_1, \tilde{w}_2$ 等是将 (15) 式中 w 函数及 $\left(\frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\Delta'}{\rho} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta}\right) w$ 对 $\rho/R_{00}, \Delta/R_{00}$ 展开后的表示式中 $\theta, \sin \theta, \sin 2\theta$ 项的系数.

此外, 保留最有意义的极向项, 有

$$\frac{\partial}{\partial \phi} [4\pi P + B^2/2]_X = -\alpha_p \frac{I^2 \cos \theta}{R_{00}^3 \phi'} - \frac{\phi'}{\rho R_{00}^2 \alpha_p}, \quad (21)$$

$$\alpha_p = 1 + \Delta'(\rho) \cos \theta, \quad (22)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} [B^2/2] = \frac{I^2 \rho \sin \theta}{R_{00}^3} + \frac{\phi'^2}{R_{00}^2} \frac{\Delta' \sin \theta}{\alpha_p^3}. \quad (23)$$

如果不用展开方法, 则要做一些简单的数值计算.

将 (19)–(23) 式代入本征方程 (1), 得到 (ρ, θ) 坐标系中本征方程的形式为

$$\begin{aligned} \alpha_p^3 \Gamma^2 (1 + \Sigma^2) F = & \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\alpha_p (1 + \Sigma^2) \frac{\partial F}{\partial \theta} \right] \\ & + G \left[\frac{I^2 \alpha_p^2}{R_{00}^2 B^2} \cos \theta + \kappa + \alpha_p^2 \sin \theta \Sigma \left(\frac{I'}{R_{00}^3 B^3} + \frac{\kappa \Delta'}{\alpha_p^3} \right) \right] F, \end{aligned} \quad (24)$$

其中

$$\Sigma = \frac{\phi'^2}{B \alpha_p^2} (v_0 \theta + v_1 \sin \theta + v_2 \sin 2\theta + \cdots),$$

$$G = - \frac{8\pi R_{00} \rho^2 p'(\phi)}{\phi'(\rho)},$$

$$B = \frac{1}{R} [I^2 + \phi'^2/\alpha_p^2]^{1/2}, \quad \Gamma^2 = - \frac{\omega^2 R_{00}^2 \rho^2 B^2}{\phi'^2},$$

$$\kappa = \phi'^2 / (R_{00} \rho B^2). \quad (25)$$

与文献 [6] 比较, 我们保留了含 κ 的项, 它是极向磁场对曲率驱动项的贡献. 由于第二稳定区出现在参量 G 很大, 即压强梯度及等离子体比压很大的参数区^[6-9], 因而极向磁场的解稳作用已很明显. 事实上, (17) 式或 (21) 式右方两项之比为 $R_{00} B_{\theta}^2 / \rho B^2$ 量级, 如果讨论第一稳定区, 此项确可以略去; 但对第二稳定区, 此项将达到 ρ/R_{00} 量级. 下面的分析和计算将证实, 此项有很强的解稳作用, 它使第二稳定区的结构发生重大的变化.

需要指出, 参量 κ 在接近等离子体边缘区时, 可以达到 $\kappa \approx 0.2$ 大小. 文献 [6] 仅考虑了磁轴附近区域. 但是, 磁轴附近 $\Delta'(\rho)$ 很小, 而在文献 [6] 中取

$$\Delta' = -G/4. \quad (26)$$

由于磁轴附近 G 及 Δ' 都不会很大, 因此不会出现进入第二稳定区的可能 (同时也由于磁轴附近压强梯度项较小). 因此可以说, 在磁轴附近考虑第二稳定区, 而又略去含 κ 的项, 这种做法在物理上缺乏相容性.

下面, 我们将通过变分原理及数值打靶法, 来讨论本征方程 (24) 在边界条件 (2) 式下的解.

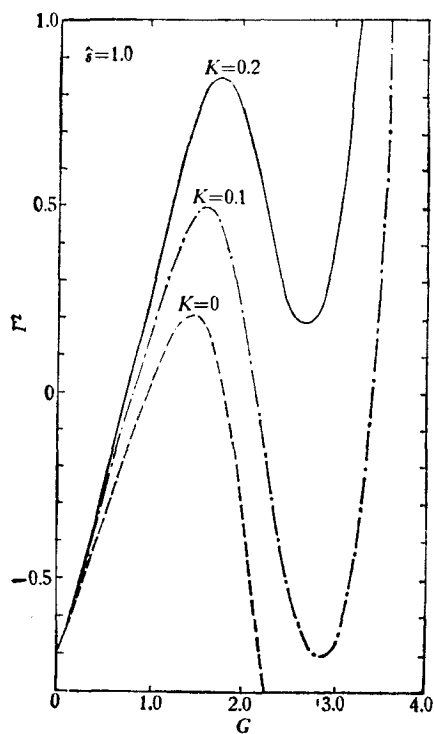
三、变分方法

本征方程 (24) 的相应变分形式为^[6]

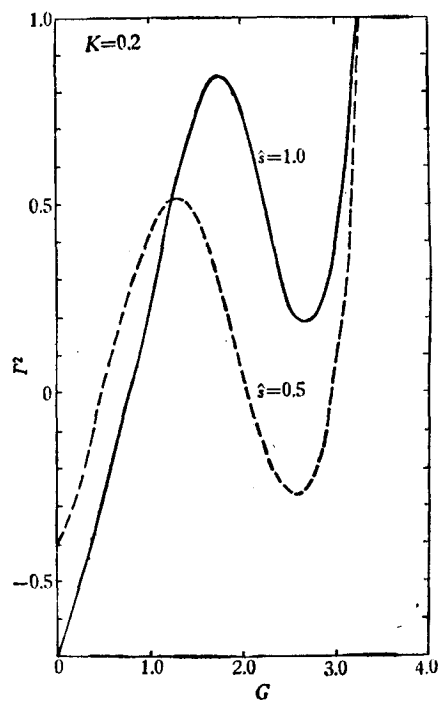
$$\Gamma^2 = (J_C - J_A)/J_I, \quad (27)$$

其中

$$\begin{aligned} J_C &= \int_{-\infty}^{\infty} G \left[\alpha_p^2 \cos \theta + \kappa + \alpha_p^2 \sin \theta \Sigma \left(1 - \frac{\kappa G}{4\alpha_p^3} \right) \right] F^2 d\theta, \\ J_A &= \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_p (1 + \Sigma^2) \left(\frac{dF}{d\theta} \right)^2 d\theta, \\ J_I &= \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_p^3 (1 + \Sigma^2) F^2 d\theta, \end{aligned} \quad (28)$$



(a) $\hat{s} = 1.0$, κ 不同



(b) $\kappa = 0.2$, $\hat{s}$ 不同

图2 Γ^2 随 G 变化(变分法) ($\hat{s} = \frac{\rho}{q_0} \frac{dq_0}{d\rho}$)

$\Gamma^2 > 0$ 对应于不稳定性. 因此, 满足边界条件 (2) 式的一切试验函数中, 使 Γ^2 取最大值的函数对应于真实本征函数. 在实际计算中, 无穷远边界一般取在 10π 附近即可给出精确的本征值.

(27) 式中 J_c 项是解稳项, 被积式中三项分别为主磁场曲率、极向场曲率及测地曲率的贡献, 代表了气球模的主要驱动项. 易见, 极向场项虽然绝对大小较小, 但是与 θ 值无关, 即极向场曲率在各个方向都是“坏”的, 因而有较大的解稳作用. 类似于文献 [6] 和 [11], 取试验函数如下:

$$F(\theta) = \begin{cases} 1 + \cos \theta & -\pi \leq \theta \leq \pi, \\ 0 & \text{其它.} \end{cases} \quad (29)$$

将其代入 (27) 式, 即可计算近似的本征值 Γ^2 . 如果所得的 $\Gamma^2 > 0$, 就求得了产生不稳定性的充分条件. 图 2 为本征值 Γ^2 随 G 的变化. 可以看到, κ 值对 Γ^2 的影响非常大: 随着 κ 的加大, 第二稳定区缩小, 最后消失.

四、本征方程的数值求解

采用打靶法求本征方程 (24) 的本征函数及本征值. 对于具有上下对称性的平衡位形, 可以只计算右半平面的解, 并要求本征函数为偶模^[1-4, 6-9], 即满足

$$F'(0) = 0. \quad (30)$$

并且, 具有最大本征值的本征函数是恒正的. 由变分原理, 易证

$$\Gamma_0^2 \leq \Gamma_\pi^2 \leq \Gamma_\infty^2. \quad (31)$$

Γ_0^2 为由试验函数 (27) 式算出的本征值; Γ_π^2 为满足 $F(\pi) = 0$ 条件的本征值; Γ_∞^2 为满足 $F(\infty) = 0$ 条件的本征值. 这一法则为逐步逼近最大本征值提供了一种算法. 我们发现, 在 $\Gamma^2 > 0$ 时, 本征函数具有很强的局域性 (图 3). 改变积分区域对本征值影响甚小. 这时, 往往由条件 $F(\pi) = 0$ 即能算出较精确的本征值. 这也反映在图 4 中. 图 4 表示了参数 κ 一定时, Γ^2 随 G 的变化. 可以看到, 由条件 $F(\pi) = 0$ 算出的曲线 (虚线) 与由条件 $F(\infty) = 0$ 算出的曲线 (实线, 只算 $\Gamma^2 \geq 0$ 部分) 很接近.

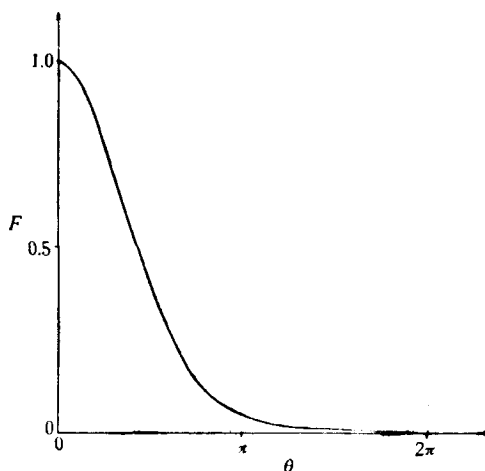
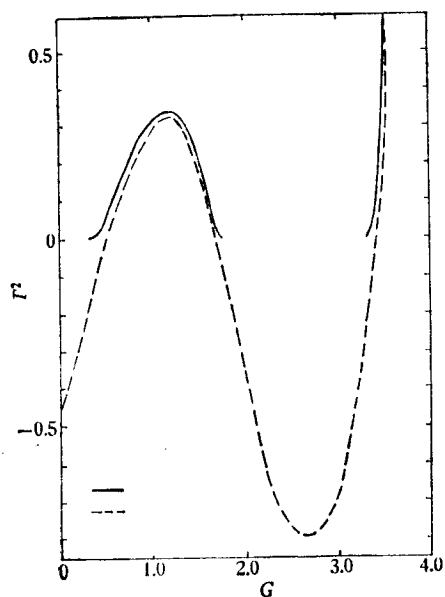
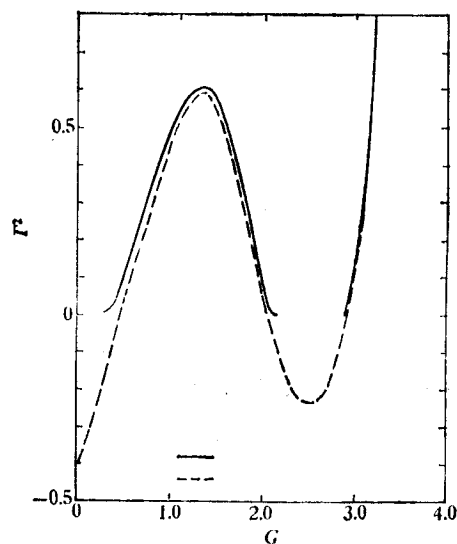
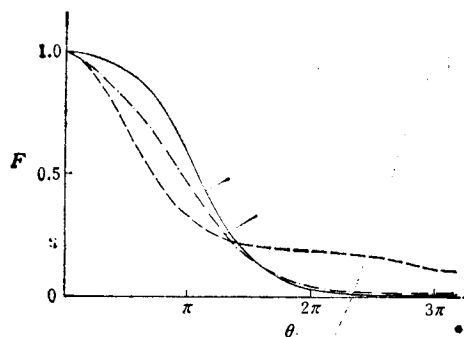


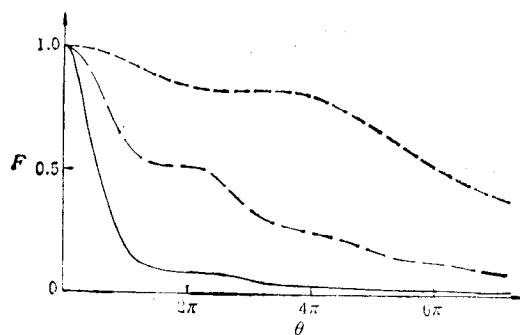
图 3 $\Gamma^2 > 0$ 时典型的本征函数 $\beta = 0.5$, $\kappa = 0.1$, $G = 1.2$, $\Gamma^2 = 0.342639$

$\Gamma^2 = 0$ 时 (临界稳定性) 的情形比较复杂. 这时, 不同稳定区域 (β , κ 给定时, 对应于不同的 G) 的相应本征函数有较大差别 (图 5). 对属于同一稳定区的本征函数, 剪切 $\beta = \frac{d \ln q_0}{d \ln \rho}$ 大的局域性强 ($\beta \geq 0.2$ 时, 即出现较强的局域性) (图 6).

在方程 (24) 中令 $\Gamma^2 = 0$, 则对给定的 β , κ , 我们要求解关于 G 的本征值问题. 仍然

(a) $\kappa = 0.1, \hat{i} = 0.5$ (b) $\kappa = 0.2, \hat{i} = 0.5$ 图4 不同 $\kappa, \hat{i}$ 参数下 Γ^2-G 关系图5 对应于不同稳定区的临界稳定性本征函数
 $\Gamma^2 = 0, \hat{i} = 0.5, \kappa = 0.2$;

—— 为 $G = 2.9095$; ——— 为 $G = 2.0749$;
- - - 为 $G = 0.2885$

图6 与临界稳定性相应的本征函数 ($\Gamma^2 = 0, \kappa = 0.2$) 曲线均属于第一稳定性边界;

—— 为 $\hat{i} = 1.8, G = 0.9957$; ——— 为
为 $\hat{i} = 0.2, G = 0.1308$; - - - 为 $\hat{i} = 0.02,$
 $G = 0.0521$

考察本征函数恒正的解(对应于最严格的稳定性判据),可以求出稳定区域图(见图7).计算表明,无穷远边界取在什么距离上,对第一稳定性边界(小 G 区域)有一定影响,而对第二、三边界影响较小,这是与图5和图6中表示的本征函数的局域性质密切关联的.

本文的主要结果反映在图7中.正如前两节讨论中指出的,参量 κ 对稳定区的结构有重大影响.图7(a)基本上是文献[6]讨论的情形,这时没有考虑极向磁场的驱动作用,结果第二稳定区没有上界;随着 κ 加大,出现了上界(图7(b)),并且第二稳定区愈来愈窄(对大的剪切值,第二稳定区消失(图7(c))).我们这些结果与文献[7,9]通过对实际位形计算气球模得到的结论相符,它较完整地反映了圆截面环流器中理想磁流体气球模理论的主要结论.

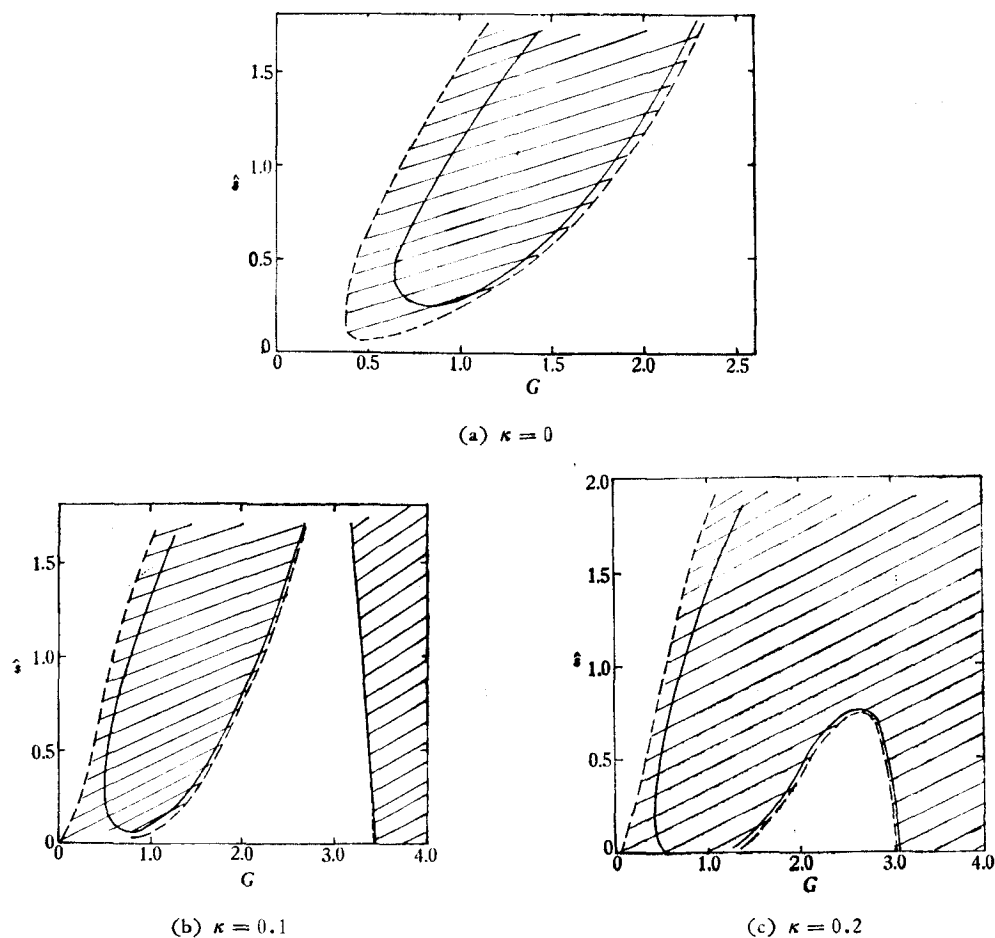


图7 稳定区图

实线对应于 $F(\pi) = 0$ 条件下的解;虚线为 $F(\infty) = 0$ 条件下的解;阴影区为不稳定区

五、结 论

本文导出了一种适宜于分析各种截面形状环流器等离子体气球模稳定性的本征方程. 对圆截面等离子体,指出了保留与极向场效应有关的驱动项,才能正确确定第二稳定区的结构. 利用变分方法及打靶方法,我们求得了一系列与实际参数相应的本征函数及本征值,其中临界稳定性条件清楚地说明了极向场的解稳作用. 由剪切参数 β 、压强梯度参数 G 及极向场参数 κ 所表示的这种稳定性图象,比较完整地反映了圆截面环流器中理想磁流体气球模理论预言的物理特征.

隋国芳同志在编制打靶程序工作中,解决了许多难题,使本工作顺利完成. 丁厚昌教授仔细阅读本文并提出宝贵意见. 谨致谢意.

参 考 文 献

- [1] J. W. Connor, R. J. Hastie and J. B. Taylor, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A**, **365**(1979), 1.
- [2] J. W. Connor, R. J. Hastie and J. B. Taylor, *Phys. Rev. Lett.*, **40**(1978), 396.
- [3] D. Dobrott *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **39**(1977), 943.
- [4] A. M. M. Todd *et al.*, *Nucl. Fusion*, **19**(1979), 743.
- [5] D. W. Swain *et al.*, *Nucl. Fusion*, **21**(1981), 1409.
- [6] B. Coppi *et al.*, *Nucl. Fusion*, **19**(1979), 715.
- [7] J. M. Greene, M. S. Chance, *Nucl. Fusion*, **21**(1981), 453.
- [8] B. Coppi, A. Ferreira, I. J. Ramas, *Phys. Rev. Lett.*, **44**(1980), 990.
- [9] H. R. Strauss *et al.*, *Nucl. Fusion*, **20**(1980), 638.
- [10] 石秉仁, 科学通报, **26**(1981), 144.
- [11] C. H. An, G. Bateman, *Nucl. Fusion*, **21**(1981), 55.

ON THE SECOND STABILITY REGION OF TOKAMAK PLASMAS AGAINST HIGH- n BALLOONING MODES

SHI BING-REN

(Southwestern Institute of Physics, Leshan, Sichuan, China)

ABSTRACT

The stability of a high-beta tokamak plasma having circular crosssection against the high- n ballooning modes is reconsidered. In the high-beta case, the poloidal magnetic field yields a rather strong driving term to the ballooning modes, leading to a substantial distortion of the structure of the second stability region. The various effects of the magnetic shear, pressure gradient and the poloidal magnetic field parameter on the eigenfunctions and the eigenvalues of these modes are calculated. The results obtained give a comprehensive indication in predicting the ideal MHD ballooning modes in circular tokamaks.