

变磁场回旋管物理特性的数值研究

吴元燕

张晋林

(北京电子管厂)

(北京电真空器件研究所)

1982 年 10 月 6 日收到

提 要

本文用数值计算方法研究了非线性情况下,外加磁场沿轴线缓慢变化时回旋振荡管互作用的物理特性。改进了文献[2]中使用的运动方程,使其更普适和精确。并按频率缩尺对公式进行归一化。取得典型回旋振荡管特性在外加静磁场沿轴向缓慢变化时的数值结果。讨论了变磁场回旋管效率提高的物理机理及其对回旋管工作状态的影响。制作了电子相位群聚图,得到的清晰图象说明缓变的外加磁场可以使回旋管互作用的饱和状态延迟出现。

一、引 言

近年来,随着回旋管的研制发展,国内许多学者对回旋管的线性理论进行了大量研究,说明了回旋管互作用的许多基本特性。然而,工作在饱和状态的回旋放大管或大功率回旋振荡管的互作用过程本质上是非线性的,因此人们开始对回旋管的非线性理论进行研究。Sprangle 在 1977 年分析了回旋行波放大的非线性过程^[1],得到非线性增长率表达式,并得出两种达到饱和的机理:电子的自由能量耗尽和相位俘获。本文作者之一张晋林等人根据电子运动方程,对振荡管中电子与场的互作用在计算机上进行了数值计算,得到电子相位群聚的物理图象及一些振荡管的设计参量^[2]。1979 年, Sprangle 等人又对回旋振荡管的非线性过程进行了理论分析,提出用阶梯变化磁场来提高效率^[3]。1981 年, Chu 等人对回旋振荡管进行大量数值计算^[4],证实线性变化外磁场能大大提高效率。朱敏、吴鸿适使用最优化方法^[5],进一步证实按二次曲线变化磁场有更好的结果,同时获得了基波振荡管和二次谐波振荡管的最佳电子注参量。Döring 和韦钰也进行了轨道理论的数值计算,取得重要成果^[6]。本文目的在于用数值计算方法研究变磁场对回旋管特性的影响及其物理过程,以便对实际回旋管性能的改进提出理论上的建议。

二、变磁场回旋管工作机理的分析

回旋管工作原理是,由相对论质量效应引起电子回旋频率变化,因而形成电子在减速场中相位群聚,把电子的横向动能转变成高频电磁场的能量。早期的线性理论证实无论放大型^[7]还是振荡型^[8]回旋管要得到有效的能量交换,电子必须满足相位同步条件:

$$\omega - k_z v_z - \Omega_0 / \gamma = 0, \quad (1)$$

其中 ω 为电磁波频率, k_z 为轴向波数, v_z 为电子的轴向速度, $\Omega_0 = |e|B_0/m_0$ 为电子的经典回旋频率, e 为电子电荷, B_0 为外加轴向静磁场, m_0 为电子的静质量, $\gamma = (1 - \beta_z^2 - \beta_\perp^2)^{-1/2}$ 为相对论因子, $\beta_z = v_z/c$, $\beta_\perp = v_\perp/c$ 分别表示电子的轴向速度和垂直于轴向的横向速度, c 为真空光速. 随着电子沿轴向前进, 不断失去动能, γ 不断减小, 从而偏离了同步条件(1)式. 人们很容易联想到沿轴向缓慢降低磁场 B_0 , 使 Ω_0/γ 保持不变, 保证等式(1)不变, 使电子与场能量交换更充分, 达到提高相互作用效率的目的. 但实验证实这种方法没有收到显著效果^[6]. 文献[9]提出一种提高效率的想法: 在电子进入相互作用区的起始阶段, 让磁场低于同步条件(1)式的要求. 此时处在不同速度相位上的电子将受到加速或减速, 但就平均效果来看没有明显的能量交换. 由于 γ 值的变化仍能得到电子的相位群聚, 此后再提高静磁场来达到同步条件(1)式的要求, 以便群聚后的“电子团”与场进行充分的能量交换, 从而获得较高的回旋管效率. 这一设想已得到实验的证实, 而且可以由非线性理论得到初步解释. 一个理想平面波导腔中, 经过简化的运动方程具有一个运动常数

$$c_1(R_L, \lambda) = \frac{1}{\Omega_0 \omega} [\omega - k_z v_z - \Omega_0/\gamma(R_L)]^2 - \epsilon \frac{\omega R_L}{c} \sin \lambda, \quad (2)$$

式中 R_L 为电子回旋拉莫尔半径, $\lambda = [\omega - k_z v_z - \Omega_0/\gamma]t + \theta_0$, θ_0 为回旋电子起始相位与电磁场相位角之差, $\epsilon = E_0/2B_0$, E_0 为电场幅值. 将(2)式在 $R_L - \lambda$ 空间作图(见图1), 令电子初速 $\beta_{0L} = 0.3$, 则看到一些电子落在封闭曲线上, 它们将沿各自的封闭曲线运动; 另一些则沿着非封闭的周期曲线波动前进. 前一种电子的相位变化范围受到限制, 称为相位俘获. 从这些封闭曲线族看出, 当电子相位群聚较好时, 速度零散就大; 反之亦然. 这也说明电子不能同时达到最大失能状态. 从(2)式发现改变 B_0 可以改变电子所在常数轨道. 如果能使电子初始阶段相位群聚而能量变化又不很大, 则有希望使较多的电子同时达到最大失能状态, 从而提高相互作用效率.

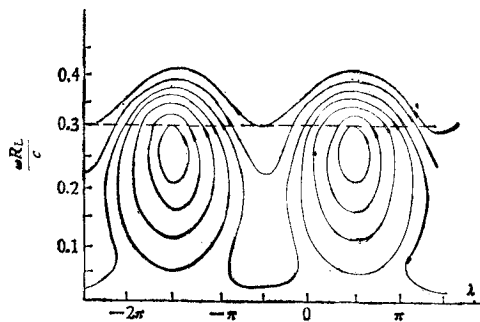


图1 电子在 $R_L - \lambda$ 空间的运动轨迹
 $\epsilon = 0.004$; $\beta_{0L} = 0.3$

为了解变磁场回旋管中电子群聚的详细过程及各参量之间相互关系, 我们在 6912 型计算机上对电子运动方程进行数值求解, 并对相互作用全过程进行跟踪, 以取得必要的数据和它有用信息.

三、数值计算的物理模型及计算方法

1. 基本方程

为研究典型回旋振荡管的相互作用过程, 我们采用工作在 TE_{mnl} 模式的均匀圆柱腔. 空心电子注沿轴通过. 选取轴线为 z 的柱坐标系 (R, φ, z) . 外加静磁场沿轴缓慢变化, 其分量近似表示为

分量为

$$\begin{aligned}
 E_R &= E_{\varphi_0} \cdot \left(\frac{m}{k_{\perp} R} \right) \cdot J_m(k_{\perp} R) \cdot \sin m\varphi \cdot \sin k_z z \cdot \cos \omega t, \\
 E_{\varphi} &= E_{\varphi_0} \cdot J'_m(k_{\perp} R) \cdot \cos m\varphi \cdot \sin k_z z \cdot \cos \omega t, \\
 B_R &= -E_{\varphi_0} \cdot \left(\frac{k_z}{\omega} \right) \cdot J'_m(k_{\perp} R) \cdot \cos m\varphi \cdot \cos k_z z \cdot \sin \omega t, \\
 B_{\varphi} &= +E_{\varphi_0} \cdot \left(\frac{k_z}{\omega} \right) \cdot \left(\frac{m}{k_{\perp} R} \right) \cdot J_m(k_{\perp} R) \cdot \sin m\varphi \cdot \cos k_z z \cdot \sin \omega t, \\
 B_z &= E_{\varphi_0} \cdot \left(\frac{k_z}{\omega} \right) \cdot J_m(k_{\perp} R) \cdot \cos m\varphi \cdot \sin k_z z \cdot \sin \omega t.
 \end{aligned} \quad (10)$$

上式中 E_{φ_0} 为幅值系数, $k_{\perp} = \chi_{mn}/R_w$ 为横向波数, R_w 为腔体半径, χ_{mn} 为 $J'_m(X) = 0$ 的第 n 个非零根, $J_m(X)$ 为 m 阶贝塞耳函数, $J'_m(X) = dJ_m/dX$, $k_z = \pi l/L$ 为轴向波数, L 为腔体长度, 并有关系式

$$R_w = \chi_{mn} \left[\left(\frac{\omega}{c} \right)^2 - \left(\frac{l\pi}{L} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (11)$$

有了以上各方程组, 就可以着手对回旋管相互作用进行数值求解。在计算时须根据电子注参量选取若干不同初值的电子, 然后对结果进行平均。本文假定电子注没有能量零散, 所有电子的初速 $v_{0\perp}$ 和 v_{0z} 均相等, 因此所有电子的 r_0 和初始拉莫尔半径 R_{0L} 都一样; 还假定所有电子的初始导引中心在一个圆上, 即 R_{0g} 都相同; 初始速度相位均匀分布 (见图 3), 第 i 个电子的初始速度相位 $\phi_{0i} = \frac{2\pi}{N} i \quad i = 1, 2, \dots, N, N$ 为取样电子数。

回旋管的电子效率(不考虑损耗)

$$\eta = \frac{\gamma_0 - \langle \gamma \rangle}{\gamma_0 - 1}, \quad (12)$$

其中 $\langle \gamma \rangle$ 表示腔体末端电子的 γ 平均值。

输出功率

$$P_w = I_0(\gamma_0 - \langle \gamma \rangle) m_0 c^2 / |e|, \quad (13)$$

其中 I_0 为电子注电流。

腔体有载 Q 值(忽略腔壁损耗)

$$Q_L = \frac{\omega}{2\pi} \cdot \frac{W}{P_w}, \quad (14)$$

W 为腔体储能, 对 TE_{021} 模式

$$W = \frac{1}{4} \epsilon_0 \pi L R_w^2 E_{\varphi_0}^2 J_0^2(\chi_{02}). \quad (15)$$

上式中 ϵ_0 为真空介电常数, 显然乘积 $I_0 Q_L$ 是只与 $E_{\varphi_0}^2$ 有关的量, 它是决定回旋管工作

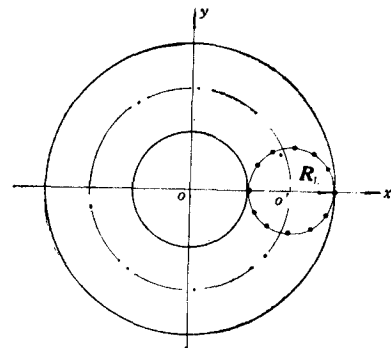


图 3 取样电子在电子注中的分布

状态的重要参数.

2. 方程的归一化

为使计算结果适用于任意电磁场频率, 对各变量进行以频率 ω 为缩尺的归一化, 使它们成为无量纲变量. 各变量归一化公式如下:

$$\bar{t} = \omega t \quad (\text{归一化时间}); \quad (16)$$

$$\bar{R} = R\omega/c, \quad \bar{z} = z\omega/c \quad (\text{归一化几何长度}); \quad (17)$$

$$\beta = v/c \quad (\text{归一化速度}); \quad (18)$$

$$\bar{E} = |e|E/m_0\omega c \quad (\text{归一化电场}); \quad (19)$$

$$\bar{B} = |e|B/m_0\omega \quad (\text{归一化磁场}). \quad (20)$$

由以上各式导出归一化波数

$$\bar{k}_\perp = k_\perp c/\omega \quad \text{及} \quad \bar{k}_z = k_z c/\omega. \quad (21)$$

其它无量纲各量保持原有形式不变. 有关常量的归一化按相同量纲的变量而定. 利用 (16)–(21) 式可以写出 (4)–(11) 式归一化形式. 这里给出一组 TE_{011} 场型运动方程的归一化形式(忽略高频磁场)为

$$\frac{d\beta_\perp}{d\bar{t}} = -\frac{\bar{E}_{\varphi_0}}{r r_\perp^2} \cdot J_1(\bar{k}_\perp \bar{R}) \cdot \sin \bar{k}_z \bar{z} \cdot \cos \bar{t} \cdot \sin \xi - \bar{B}_R^0 \frac{\beta_z}{r} \sin \xi; \quad (22)$$

$$\frac{d\phi}{d\bar{t}} = \frac{\bar{B}_z^0}{r} - \bar{E}_{\varphi_0} \cdot \frac{1}{r \beta_\perp} \cdot J_1(\bar{k}_\perp \bar{R}) \cdot \sin \bar{k}_z \bar{z} \cdot \cos \bar{t} \cdot \cos \xi - \bar{B}_R^0 \frac{\beta_z}{r \beta_\perp} \cos \xi; \quad (23)$$

$$\frac{d\beta_z}{d\bar{t}} = \bar{E}_{\varphi_0} \frac{\beta_\perp \beta_z}{r} J_1(\bar{k}_\perp \bar{R}) \cdot \sin \bar{k}_z \bar{z} \cdot \cos \bar{t} \cdot \sin \xi + \bar{B}_R^0 \frac{\beta_\perp}{r} \sin \xi. \quad (24)$$

对于线性变化外磁场为

$$\bar{B}_z^0 = \bar{B}_0(1 + \mu \bar{z}/\bar{L}); \quad (25)$$

$$\bar{B}_R^0 = -\frac{\mu}{2} \bar{B}_0 \bar{R}/\bar{L}. \quad (26)$$

上式中 $\mu = \Delta B/B_0$ 为磁场变化率.

3. 计算方法

我们采用改进欧拉法(预报-校正法)对方程进行数值求解, 这种方法业已证明有足够的精度, 且所用机时适当^[2].

四、数值计算结果及其讨论

具体计算中选择一个工作在 TE_{011} 模式的均匀圆柱腔和一组实际中常用的电子注参量数据. 电子的初速 $\beta_{0\perp} = 0.370$, $\beta_{0z} = 0.185$, 此时 $\alpha = \beta_{0\perp}/\beta_{0z} = 2$, $r_0 = 1.10$, 相当于加速电压 $U_a = 50 \text{ kV}$. 初始电子注导引中心半径 $\bar{R}_0 = 0.48 \bar{R}_w = 3.84$. 腔体的 $\bar{L}/\bar{R}_w = 6$, 采用线性变化的外加磁场, 变化率 $\mu = 0.1$.

1. 某些计算结果的分析

1) 电子效率 η 与 $\bar{E}_{\varphi_0}$ 的关系

计算中我们定义了一个变量 $N_c = \bar{\omega}/2\pi$, 它的物理意义是高频场周期数, 也可近似看作电子在腔体中的平均回旋周期数。从计算结果看, 变磁场回旋管 η 与 E_{φ_0} 的关系同均匀磁场时形式相似(见图 4 和图 5), 但证实了变磁场时的确提高了效率。当 $U_a = 50\text{kV}$ 时, 最大效率 $\eta_{\max} = 50\%$, 另外一些数据证实 $U_a = 75\text{kV}$ 时, $\eta_{\max} = 60\%$, 此时横向电子效率 $\eta_{\perp} = 75\%$ 。

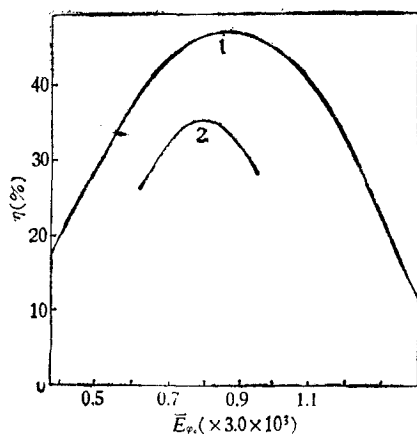


图 4 $\eta - \bar{E}_{\varphi_0}$ 关系曲线

1 为 $\bar{B}_z^0 = \bar{B}_0(1 + \mu\bar{x}) = 0.904(1 + 0.1\bar{x})$;
2 为 $\bar{B}_z^0 = \bar{B}_0 = 0.96$

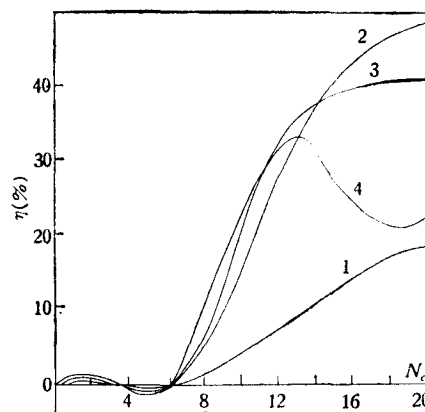


图 5 $\eta - N_c$ 关系曲线 ($\bar{E}_{\varphi_0}$ 作参变量)

1 为 $\bar{E}_{\varphi_0} = 1.24 \times 10^{-2}$; 2 为 $\bar{E}_{\varphi_0} = 3.11 \times 10^{-2}$;
3 为 $\bar{E}_{\varphi_0} = 4.13 \times 10^{-2}$; 4 为 $\bar{E}_{\varphi_0} = 4.60 \times 10^{-2}$.

2) η 与 $\bar{B}_0$ 的关系

变磁场及均匀磁场下, $\eta - \bar{B}_0$ 关系曲线示于图 6。比较两者, 不难看出它们都存在一个最佳峰值, 变磁场的峰值仍高于均匀磁场的峰值, 而且整个曲线都向左移了。已知当

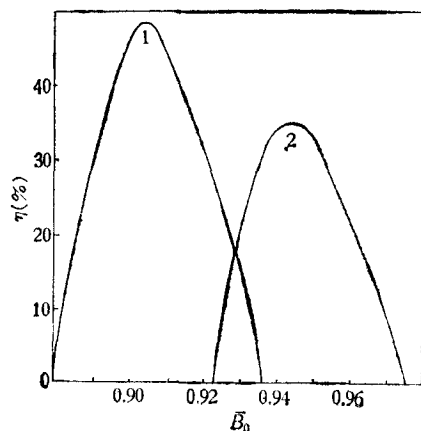


图 6

1 为 $\mu = 0.1$, 线性变化磁场;
2 为 $\mu = 0$, 均匀磁场

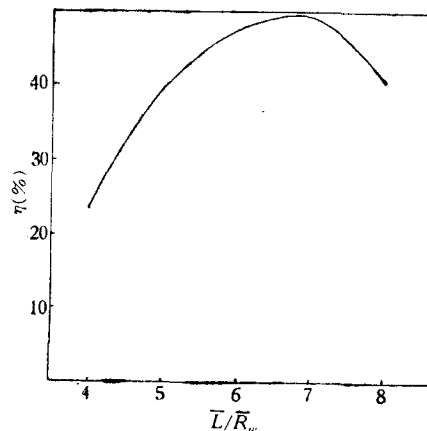


图 7 $\eta - \bar{L}/\bar{R}_w$ 的关系曲线

$\Omega/\gamma_0 = \omega$ 时, $\bar{B}_0 = 1$, 所以 $1 - \bar{B}_0$ 表示磁失谐率. 图 6 表明变磁场时有有效的磁失谐范围小于均匀磁场时的范围. 这是因为变磁场电子失能较平均, 因此对磁场同步范围要求较严.

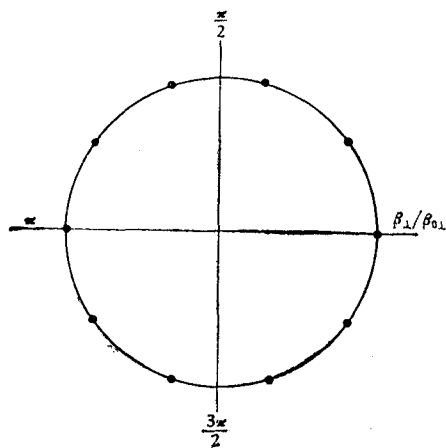
3) η 与 $\bar{L}/\bar{R}_w$ 的关系

η 与 $\bar{L}/\bar{R}_w$ 的关系同 β_{0z} 有关. 当 $\beta_{0z} = 0.185$, $\bar{L}/\bar{R}_w = 7$ 时, 出现最佳效率(见图 7), 此时的 $N_c = 23.3$ ($\bar{L}/\bar{R}_w = 6$ 时, $N_c = 20$), 由此确定了腔体的最佳尺寸.

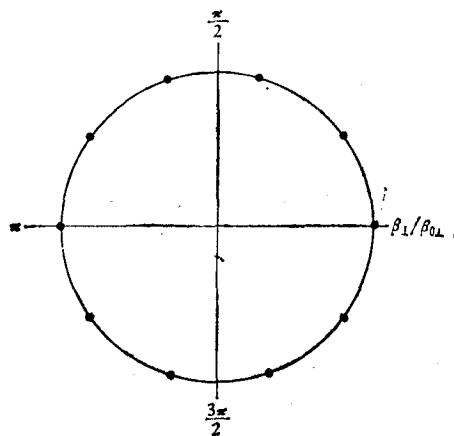
2. 电子的相位群聚过程

搞清电子速度相位群聚过程对了解变磁场回旋管物理机理非常重要. 为得到这个过程的清晰图象, 我们作出电子进入互作用腔以后各个不同时间的电子群聚图. 它采用极坐标, 径向坐标为 $\beta_\perp/\beta_{0\perp}$, 由于 $\bar{R}_L = \beta_\perp / \frac{d\phi}{dt}$, 所以它也表示电子瞬时拉莫尔半径; 角向坐标为 $\bar{r} - \phi(\bar{r})$, 它代表该瞬时电磁场相位与电子速度相位之差.

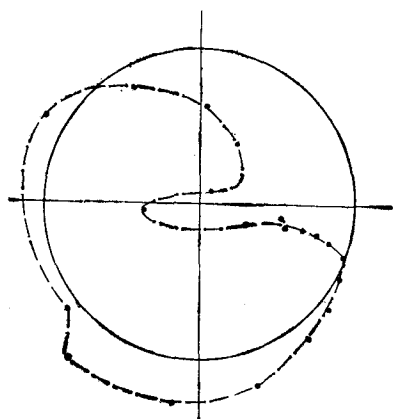
为便于对比, 同时作出两种情况不同时间的电子相位分布, 一种是线性变化磁场 (示于图 8 的 (a), (b), (c), (d), (e)), 另一种是均匀磁场 (示于图 8 的 (a'), (b'), (c'), (d')),



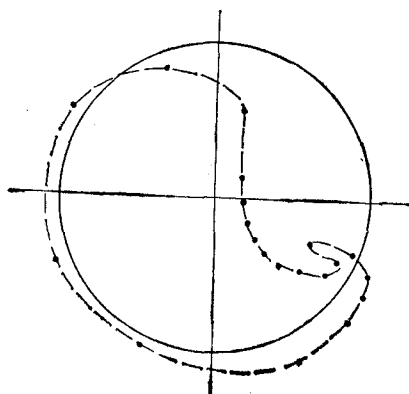
(a) $N_c = 0, \mu = 0.1$



(a') $N_c = 0, \mu = 0$



(b) $N_c = 10, \mu = 0.1$



(b') $N_c = 10, \mu = 0$

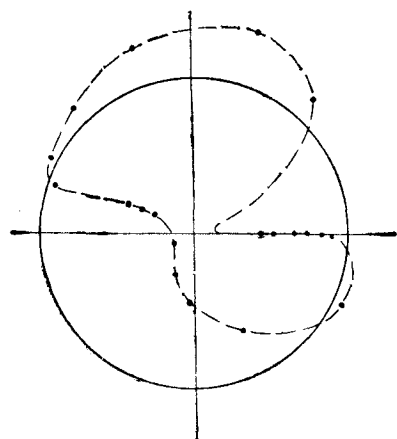
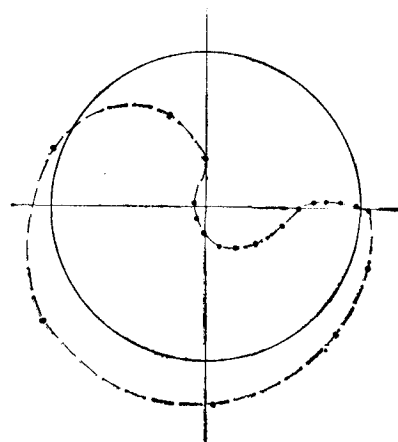
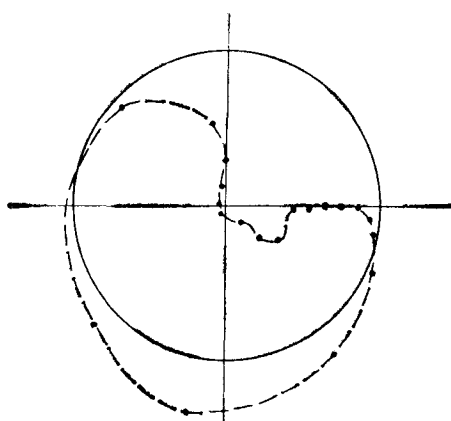
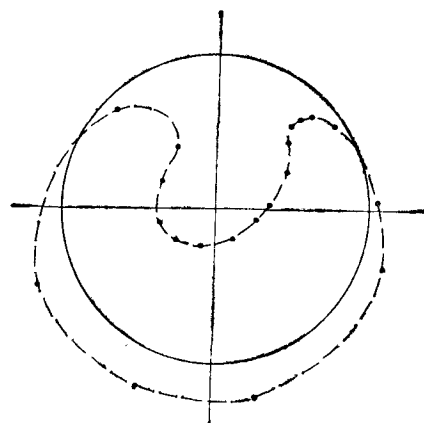
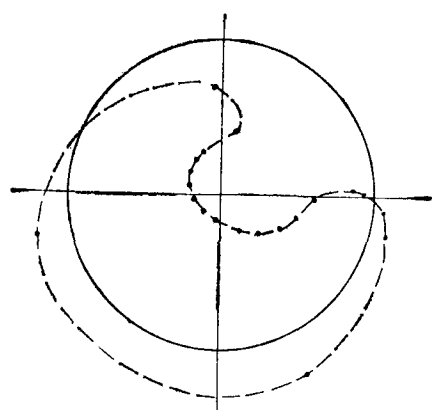
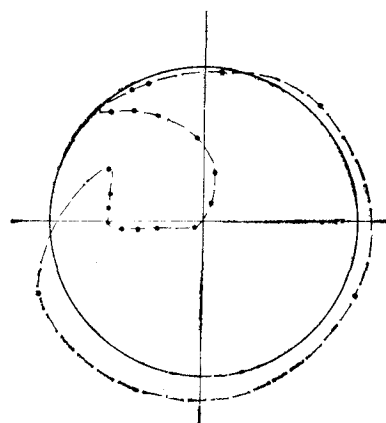
(c) $N_e = 12, \mu = 0.1$ (c') $N_e = 12, \mu = 0$ (d) $N_e = 14, \mu = 0.1$ (d') $N_e = 14, \mu = 0$ (e) $N_e = 18, \mu = 0.1$ (e') $N_e = 18, \mu = 0$

图 8 电子相位群聚图

(e')). 二者计算时所用电子注参量均为: $\gamma_0 = 1.1$, $\beta_{0z} = 0.185$, $\alpha = 2$, $\bar{R}_0/\bar{R}_w = 0.48$, 变磁场的 $\bar{B}_0 = 0.904$, $\mu = 0.1$, $\bar{E}_{\varphi_0} = 3.10 \times 10^{-2}$, 均匀磁场的 $\bar{B}_0 = 0.944$, $\mu = 0$, $\bar{E}_{\varphi_0} = 3.03 \times 10^{-2}$. 两者腔体长度 $\bar{L}/\bar{R}_w = 6$.

图 8 的 (a) 和 (a') 为起始 ($N_c = 0$) 情况, 电子均匀分布在一单位圆上. 图的左半部电子处在加速相位上, 右半部电子处在减速相位上. 处于单位圆外的电子其 $\beta_{\perp}$ 大于初值, 表示电子获能; 单位圆内则反之. 从图 5 得知 $N_c = 10$ 为转折点, 平均说来, 所有电子开始向场交出净能量. 图 8 的 (b) 和 (b') 示出这时的电子相位分布. 图 8 (c) 和 (c') 给出 $N_c = 12$ 时的情况, 显示出均匀磁场在此刻有较好的相位群聚, 而且电子多处于减速相位区. 但是电子在经向几乎是均匀排列的, 可见其速度零散较大. 变磁场情况群聚差于前者, 但速度零散亦小些, 这是由于变磁场开始段的磁失谐率较高所致. 随着时间的推移, 情形发生逆转. 当 $N_c = 14$ 时 (见图 8 的 (d) 和 (d')), 线性变化磁场作用下的大多数电子处于减速区, 而均匀磁场中电子开始散聚. 当 $N_c = 18$ 时 (见图 8 的 (e) 和 (e')), 均匀磁场作用下的很多电子位于被加速相位区, 开始进入饱和状态. 而变磁场中的电子这种现象不那么严重. 纵观全过程, 均匀磁场中, 电子群聚较早, 但经过一段时间以后, 失能电子将在加速场和减速场交接的地方摆动, 饱和出现较早. 线性变化磁场由于不断调整电子回旋频率, 有助于克服这种现象, 从而获得高效率, 并证实变磁场可以延缓饱和发生的机理.

最后, 给出一组对回旋管实际设计有参考价值的例子. 一只频率 $f = 35\text{GHz}$ 的变磁场回旋振荡管, 电子注加速电压 $U_a = 70\text{kV}$ ($\gamma_0 = 1.14$), 电子注横向速度与纵向速度比 $\alpha = 2$, 采用均匀圆柱腔, 工作在 TE_{011} 模式及回旋基波, 磁场 $B_0 = 12.87\text{kGs}$, 并按 $\mu = 0.094$ 变化率上升. $E_{\varphi_0} = 1.36 \times 10^7\text{V/m}$, $R_w = 5.2\text{mm}$, $R_0 = 0.48R_w$, $L = 41\text{mm}$, 此时得到理论电子效率 $\eta = 60\%$.

五、结 论

通过以上数值分析、计算, 可得出以下结论:

1. 线性变化静磁场可提高回旋管效率. 注电压为 50kV 时, 效率达 50% ; 当注电压为 75kV 时, 效率可达 60% .
2. 线性变化磁场下能工作的磁场范围略窄, 高频电场幅值较高 (即需要有载 Q 值较高的腔体). 本文给出典型例子中电场幅值比均匀磁场约高 10% .
3. 变磁场能延缓饱和的发生.

感谢刘盛纲教授对本工作的关心和指导.

参 考 文 献

- [1] P. Sprangle and A. T. Drobot, *IEEE Trans. MTT*, **25** (1977), 528.
- [2] 张晋林、曹黄强, 电子学报, **10** (1982), 7.
- [3] P. Sprangle and Robert A. Smith, *J. Appl. Phys.*, **51** (1980), 3001.
- [4] K. R. Chu, Michael E. Read and Achintya K. Ganguly, *IEEE Trans. MTT*, **28** (1980), 318.
- [5] 朱敏、吴鸿适, 应用科学学报, **1**(2) (1983), 165.

- [6] H. Döring and Wei Yu, Fifth Int. Conf. Infrared and Millimeter Waves, (1980), 6.
- [7] E. Ott *et al.*, *IEEE Trans. PS*, 3 (1975), 1.
- [8] K. R. Chu, *Phys. Fluids*, **21**(1978), 2354.
- [9] P. Sprangle *et al.*, Fourth Int. Conf. Infrared and Millimeter Waves, (1979), 93.

NUMERICAL STUDY OF THE PHYSICAL CHARACTERISTICS IN THE GYROTRON WITH A VARYING MAGNETIC FIELD

WU YUAN-YAN

(Beijing Electron Tube Factory)

ZHANG JIN-LIN

(Beijing Vacuum Electron Devices Research Institute)

ABSTRACT

In this paper, the physical characteristics of the interaction in a gyrotron with a longitudinally varying magnetic field is presented. Equations of motion used in reference [2] are improved by expressing them in normalized form and making them more accurate and more generally applicable. Numerical results are obtained for a practical case. The physical mechanism of efficiency enhancement with varying magnetic field and its effect on the gyrotron operation are discussed. Phase bunching diagrams demonstrate that the saturation phenomena will be delayed when such varying magnetic field is present.