

向列相液晶电流体不稳定性 ——偏置电场效应

王心宜 林 磊

(中国科学院物理研究所)

1982 年 7 月 20 日收到

提 要

本文考虑了外电场与液晶盒玻璃片法线成倾角 θ_0 时,沿面排列的向列相液晶 ($\epsilon_a < 0$, $\sigma_a > 0$) 的电流体不稳定性现象. 在 Dubois-Violette 等人的一维理论的基础上,我们获得了直流、正弦波和矩形波三种电场激发下的失稳条件. 重要结果包括: (1) 电荷弛豫时间随 θ_0 单调上升. (2) 对于 MBBA 液晶,存在一个临界角 $\theta_c(\omega)$ (ω 是外场频率),当 $\theta_0 > \theta_c(\omega)$ 时,失稳现象不能发生. $\theta_c(0) = 54^\circ$, (3) 对 MBBA 液晶,阈值电压随 θ_0 单调增加.

一、引 言

把介电各向异性为负 ($\epsilon_a < 0$), 导电各向异性为正 ($\sigma_a > 0$) 的向列相液晶 (如 MBBA 液晶) 沿面排列于两玻璃片之间, 当外加 (直流) 电场平行于玻璃片、电压达到某一阈值时, 会产生静态的 Freedericksz 转变^[1]; 假如外电场垂直于玻璃片, 则会发生电流体动力学失稳, 产生 Williams 畴结构^[2,3].

假如外场 $\mathbf{E}_0$ 与玻璃片法线 z 方向成一倾角 θ_0 , 则描述玻璃片间液晶指向的状态方程为

$$(K_1 \cos^2 \theta + K_3 \sin^2 \theta) d^2 \theta / dz^2 + \frac{1}{2} (K_3 - K_1) \sin 2\theta (d\theta / dz)^2 = 0, \quad (1)$$

边界条件为

$$\theta(d/2) = \theta(-d/2) = 0. \quad (2)$$

这里 θ 为指向与 z 轴 (位于玻璃片中间沿玻璃片方向) 间的夹角, K_1, K_3 为弹性常数, d 为两玻璃片之间的距离.

若 $\theta_0 \approx 0$, 或 $\theta_0 \approx 90^\circ$, 则 (1) 式将无符合 (2) 式的平凡解 (即 $\theta = \text{const}$). 因而只要 E_{x0} 和 E_{z0} [$\mathbf{E}_0 = (E_{x0}, 0, E_{z0})$] 同时存在, 无论 E_0 多么小, 指向畸变就已经发生, 且随着 E_0 的增强, 畸变将逐渐显著起来. Freedericksz 转变代表从符合 (2) 式的 (1) 式的平凡解到非平衡解的突变. 在 $0 < \theta_0 < 90^\circ$ 时, 不存在这样的平凡解, 所以没有静态的 Freedericksz 转变. 这种情况提供了发生类似 Williams 畴失稳的可能性.

本文研究了失稳的条件. 失稳以后的状态牵涉到非线性微分方程组的解, 不在本文的分析范围之内.

二、运动方程

对于 d 比较大的液晶盒, 边界条件可以忽略, 按 Dubois-Violette 等人^[4]的做法, 可把液晶看做一维的电流体.

在外场 E_0 的作用下, 出现空间电荷密度 q , q 产生附加电场 E_1 , 令 $E = E_0 + E_1$, 液晶分子质心速度 $v = (v_x, 0, v_z)$. 在一维假定下, 可以得到描述 $v_x, v_z, \theta, E_{x1}, E_{z1}$ 和 q 六个物理量的有关方程组为

$$E_x = E_{x0} + E_{x1} = \text{const}, \quad (3)$$

$$v_x = \text{const}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial t} + (\sigma_{\perp} + \sigma_a \cos^2 \theta) \frac{\partial E_x}{\partial x} - \sigma_a E_x \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ + \sigma_a E_x \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (q v_x) = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} (\epsilon_{\perp} + \epsilon_a \cos^2 \theta) \frac{\partial E_x}{\partial x} - \epsilon_a \sin 2\theta E_x \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ + \epsilon_a E_x \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} = 4\pi q, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} (K_1 \sin^2 \theta + K_3 \cos^2 \theta) \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{1}{2} (K_1 - K_2) \sin 2\theta \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 \\ - \frac{\epsilon_a}{4\pi} (E_x \cos \theta + E_z \sin \theta) (E_x \sin \theta - E_z \cos \theta) - \gamma_1 \frac{\partial \theta}{\partial t} \\ + (\alpha_3 \sin^2 \theta - \alpha_2 \cos^2 \theta) \frac{\partial v_z}{\partial x} = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho v_z) - \alpha_1 \left(\frac{1}{4} \sin^2 2\theta \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \sin 2\theta \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \\ - (\alpha_2 \cos^2 \theta - \alpha_3 \sin^2 \theta) \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} \right) \\ + (\alpha_2 + \alpha_3) \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \\ - \frac{1}{2} \alpha_4 \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} - \frac{1}{2} (\alpha_5 \cos^2 \theta + \alpha_6 \sin^2 \theta) \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \rho \frac{\partial}{\partial x} (v_x v_z) \\ + \frac{1}{2} (\alpha_5 - \alpha_6) \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial v_z}{\partial x} = q E_x, \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $\alpha_1 - \alpha_6, \gamma_1$ 为粘滞系数(定义见文献[5]).

容易看出, 上述方程组有平凡解 $v_x = v_z = E_{x1} = E_{z1} = q = 0, \theta = \theta_0 = -\text{tg}^{-1}(E_{x0}/E_{z0})$. [对应于 $\theta = \text{tg}^{-1}(E_{x0}/E_{z0})$ 的解能量较高, 在这里无实际意义.] 在平凡解上加上微扰, 以 $v_x, v_z, \theta_0 + \theta, E_{x1}, E_{z1}$ 和 q 这组量代入各方程并线性化. 仿照文献[4], 略去惯性项, 合并各方程可得下面的扰动微分方程组为

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} q \\ \varphi \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau} & \sigma_H E_{x0} \\ E_{x0}/\eta & b + a E_{x0}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ \varphi \end{pmatrix}, \quad (9)$$

其中 $\varphi \equiv \partial\theta/\partial x$, 并用了 $\partial^2\varphi/\partial x^2 = -k^2\varphi (k = \pi/d)$.

$$\frac{1}{\tau} \equiv 4\pi \frac{\sigma_{\parallel} + \sigma_{\perp} B}{\epsilon_{\parallel} + \epsilon_{\perp} B}, \quad (10)$$

$$\sigma_H \equiv \sigma_{\parallel} \left(\frac{\epsilon_{\perp} - \sigma_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}} \right) \frac{1+B}{1 + \frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}} B}, \quad (11)$$

$$b \equiv \frac{k^2(K_3 + K_1 B)}{\gamma(1+B)^2}, \quad (12)$$

$$a \equiv \frac{-\epsilon_a \epsilon_{\perp}(1+B)}{4\pi\epsilon_{\parallel} \left(1 + \frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}} B \right) \gamma}, \quad (13)$$

$$\gamma \equiv \frac{1}{1+B} \left[\gamma_1 - \frac{(\alpha_2 - \alpha_3 B)^2}{(\eta_2 + \eta_1 B)(1+B) + \alpha_1 B} \right], \quad (14)$$

$$1/\eta \equiv \frac{1}{\gamma} \left[\frac{-\epsilon_a}{\epsilon_{\parallel} \left(1 + \frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}} B \right)} - \frac{\alpha_2 - \alpha_3 B}{(\eta_2 + \eta_1 B)(1+B) + \alpha_1 B} \right], \quad (15)$$

$$B \equiv \tan^2 \theta_0, \quad (16)$$

$$\eta_1 \equiv \frac{1}{2} (\alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_6), \quad (17)$$

$$\eta_2 \equiv \frac{1}{2} (\alpha_3 + \alpha_6 - \alpha_2). \quad (18)$$

当 $\theta_0 = 0$ 时, 方程 (9) 退化为文献 [4] 的形式. 值得注意的是, 两者的方程结构是相同的. 由于

$$\tau = \frac{1}{4\pi} \frac{\epsilon_{\parallel} - \epsilon_a \sin^2 \theta_0}{\sigma_{\parallel} - \sigma_a \sin^2 \theta_0} \geq \frac{1}{4\pi} \frac{\epsilon_{\parallel}}{\sigma_{\parallel}} = \tau_0, \quad (19)$$

电荷弛豫时间 τ 比无水平外场存在时的值 τ_0 大, τ 是 θ_0 的单调上升函数. 图 1 绘出了 MBBA 液晶 ($\sigma_{\parallel}/\sigma_{\perp} = 1.5$, $\epsilon_{\parallel} = 4.72$, $\epsilon_{\perp} = 5.25$ ^[3]) τ/τ_0 随 θ_0 的变化关系.

容易证明; 一般而言 (只要 $\alpha_1 > 0$) 有 $\tau > 0$ (见附录).

三、直流电场激发

假设用直流电场激发 (E_0 与时间无关), 临界情形下指向和空间电荷均不随时间变化, 在 (9) 式中令左边为零, 因 φ 和 q 存在非零解的充要条件是其系数行列式为零. 由此得直流电压阈值条件

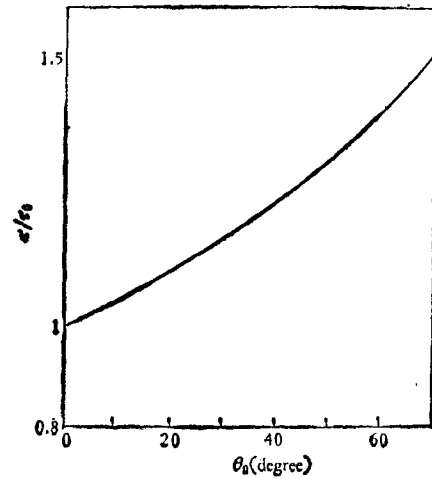


图 1

$$V_{th}^2 = (E_{z0}d)^2 = \frac{4\pi^3 \left(-\frac{\epsilon_{||}}{\epsilon_a \epsilon_{\perp}} \right) (K_3 + K_1 B) \left(1 + \frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{||}} B \right) (1+B)^{-3}}{\xi^2 - 1}, \quad (20)$$

$$\xi^2 = \frac{\epsilon_{||}^2 \left(\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{||}} - \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{||}} \right)}{\epsilon_a \epsilon_{\perp} \left(1 + \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{||}} B \right)} \left[\frac{\epsilon_a}{\epsilon_{||}} + \frac{(\alpha_2 - \alpha_3 B) \left(1 + \frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{||}} B \right)}{(\eta_2 + \eta_1 B)(1+B) + \alpha_1 B} \right]. \quad (21)$$

(20) 式要有意义就必须

$$\xi^2 > 1. \quad (22)$$

由 (22) 式得

$$B^2 + eB + C < 0, \quad (23)$$

其中

$$e = 1 + \frac{\eta_2}{\eta_1} + \frac{\alpha_1}{\eta_1} - \frac{\alpha_3}{A\eta_1}, \quad (24)$$

$$C = \frac{\eta_2}{\eta_1} + \frac{\alpha_2}{A\eta_1}, \quad (25)$$

$$A = -\frac{\epsilon_a \epsilon_{\perp}}{\epsilon_{||} \sigma_{||}} \left/ \left(\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{||}} - \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{||}} \right) \right. \quad (26)$$

不等式 (23) 有解的必要条件是判别式 $\Delta = e^2 - 4C > 0$. 设二次多项式的两个根为 B_1 和 B_2 , $B_1 > B_2$. (23) 式的解为

$$B_1 > B > B_2. \quad (27)$$

又因 $B \geq 0$, 这就要求 $B_1 > 0$, 所以 (1) $e > 0$, $C > 0$ 时, 不等式无解, 这时导电方式的不稳定性不会发生.

另一个情况是: (2) $e < 0$, $C \geq 0$, $\Delta > 0$, 此时有 $B_1 > 0$, $B_2 \geq 0$, 由此定出不稳定性发生的 θ_0 的取值范围必须限制在

$$\text{tg}^{-1} \sqrt{B_1} \geq \theta_0 > \text{tg}^{-1} \sqrt{B_2}. \quad (28)$$

对 MBBA 液晶, 有^[3] $\epsilon_{||} = 4.72$, $\epsilon_{\perp} = 5.25$, $\sigma_{||}/\sigma_{\perp} = 1.5$, $\alpha_1 = 6.5\text{cp}$, $\alpha_2 = -77.5\text{cp}$, $\alpha_3 = -1.2\text{cp}$, $\eta_2 = 103.5\text{cp}$, $\eta_1 = 23.8\text{cp}$, 这是属于 (3) $e > 0$, $C > 0$ 的情况. 此时 $B_1 = 1.92$, $B_2 = -7.84$, 从 (27) 式得

$$\theta_0 < \theta_c = 54^\circ. \quad (29)$$

这样对 MBBA 一类液晶可确定出一个临界角 θ_c , 当 $\theta_0 < \theta_c$ 时, 不稳定性可以发生; 而当 $\theta_0 > \theta_c$ 时, 不稳定性将不能发生, 从物理上看, 这个临界角 θ_c 的存在显然是合理的. 根据 (20) 式计算的 MBBA 液晶的 V_{th} 与 θ_0 的关系 ($\theta_0 < 54^\circ$) 见图 2.

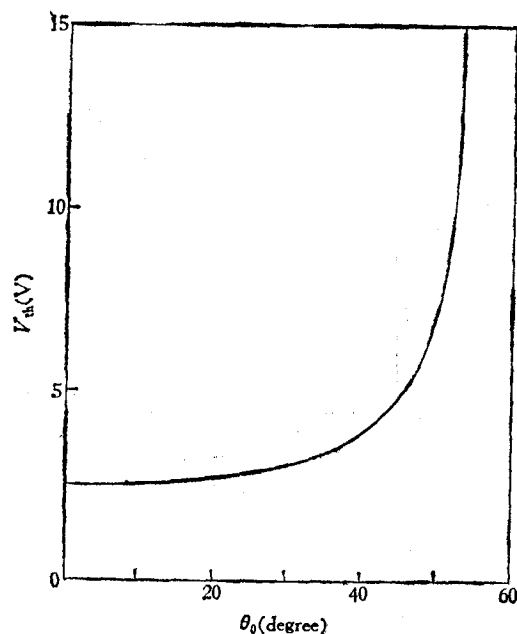


图 2

从下面的讨论将可以看到, 上述直流电场的结果对交流电场的导电区仍是必要条件, 此外, 在介电区(高频区)也存在临界角, 其数值比 θ_c 要小.

四、正弦波电场激发

假设外场 $E_0 \sim \cos \omega t$, $E_{x0} = e_0 \cos \omega t$ (根据定义, θ_0 与时间无关).

1. 导电区阈值

根据文献 [1] 的 (5.29) 式或文献 [6] 的 (17.63) 式, 得导电区阈值电场的近似表达式

$$E_{th}^2 = \frac{e_0^2}{2} = (b/a) [\xi^2 / (1 + \omega^2 \tau^2) - 1]^{-1}. \quad (30)$$

$V_{th} (\equiv E_{th} \cdot d)$ 在不同的 θ_0 下随正弦波外场频率 $f (\equiv \omega/2\pi)$ 变化的关系 (MBBA 液晶) 见图 3, 所用参数和图 2 相同.

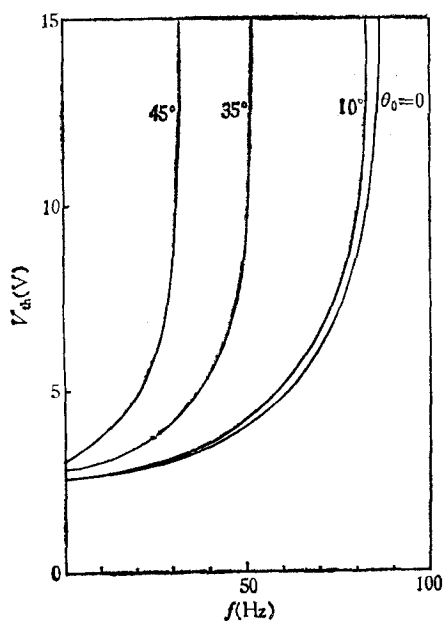


图 3

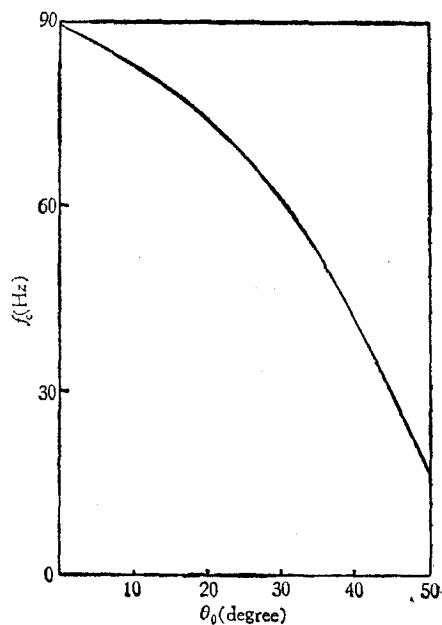


图 4

2. 截止频率

方程 (30) 右边的分母必须大于零, 这就给出一个截止频率

$$\omega_c = (\xi^2 - 1)^{1/2} / \tau. \quad (31)$$

这个频率给出了导电方式的频率上限, 在 ω_c 之上是介电区.

对 MBBA 液晶, ω_c 随 θ_0 的变化见图 4, 其中所用参数和图 2 相同.

3. 临界厚度

根据文献 [4], 当样品的厚度 $d < d_c$ 时, 导电区全部消失, 令 $a = \omega_c$ 得

$$d_c = \pi[(K_3 + K_1 B \tau)/\tau(1 + B)(\xi^2 - 1)^{1/2}]^{1/2}. \quad (32)$$

4. 介电区阈值

随着 ω 增大, 电荷的弛豫时间 τ 将大于 ω^{-1} , 这时电荷的运动跟不上外场的改变. 而当外场的电压幅度提高时, 指向的弛豫时间 $T[(b + aE_{x0})^{-1}]$ 将会变小. 在这种情况下, 仿照文献 [6] 中 (p.696) 的做法, 有

$$q = q_0, \quad (33)$$

$$\varphi = \varphi_1 \cos \omega t + \varphi_2 \sin \omega t. \quad (34)$$

以此代入 (9) 式, 存在非零解的条件为

$$(y + b)^2 + \omega^2 = \xi^2 y(y + b), \quad (35)$$

$$y = \frac{1}{2} a c_0^2. \quad (36)$$

方程 (35) 给出电场 e_0 和 ω 的关系式. 由于不同的波矢 $k(b \propto k^2)$ 将给出不同的电场值, 而最优化波矢给出阈值电场. 换言之, 阈值电场取决于 b 的最优值.

从 $dy/db = 0$ 和 (35) 式得

$$b = \frac{1}{2} (\xi^2 - 2)y. \quad (37)$$

把 (37) 式代入 (35) 式, 得阈值电场(近似值)为

$$E_{th}^2 = \frac{c_0^2}{2} = \frac{2\omega}{a\xi^2}. \quad (38)$$

介电区阈值电压和正弦波外场频率 f 、偏角 θ_0 的关系见图 5, 所用 MBBA 液晶参数与图 2 相同 ($V_{th} = E_{th} \cdot d$).

从 (12), (36), (37) 和 (38) 式得波矢

$$k^2 = \frac{\tau(1 + B)^2}{(K_3 + K_1 B)} \cdot \frac{\xi^2 - 2}{\xi^2} \omega. \quad (39)$$

5. 介电区临界角

由于 $b > 0$, (37) 式要求 $\xi^2 > 2$, 利用 (21) 式有

$$\left(\frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}} - \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}} \right) \frac{\alpha_2 - \alpha_3 B}{(\eta_2 + \eta_1 B)(1 + B) + \alpha_1 B} < \frac{2\epsilon_a \sigma_{\perp}}{\epsilon_{\parallel} \sigma_{\parallel}} \quad (40)$$

或

$$B^2 + b'B + C' < 0, \quad (41)$$

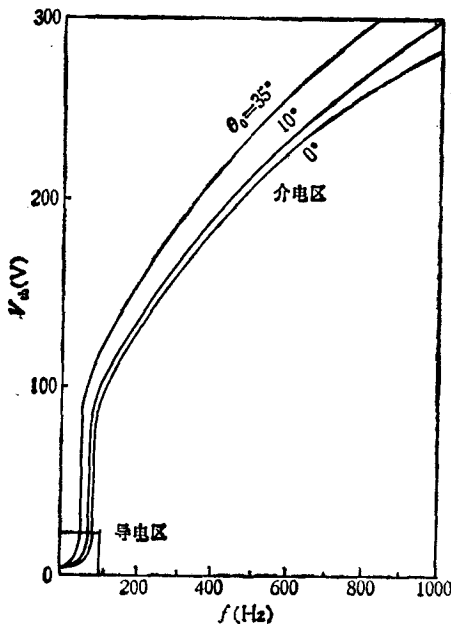


图 5

$$b' = 1 + \frac{\eta_2}{\eta_1} + \frac{\alpha_2}{\eta_1} - \frac{\alpha_2}{2A\eta_1}, \quad (42)$$

$$C' = \frac{\eta_2}{\eta_1} + \frac{\alpha_1}{2A\eta_1}. \quad (43)$$

仿照第三节的讨论, 可以得出介电区发生不稳定性的相应结论.

对 MBBA 液晶, 有

$$B^2 + 5.47B - 5.35 < 0. \quad (44)$$

从而定出临界角 $\theta_c = 40^\circ$. 当外场倾角大于 θ_c 时, 介电方式的不稳定性被禁戒.

五、方波电场激发

在方波电场激发下, (9) 式在 $\theta_0 = 0$ 时有解析解^[7]. 对 $\theta_0 \neq 0$ 的情形作相似的讨论, 就得到倾斜电场下的相应结果.

1. 导电区结果

1) 发生不稳定性的电场阈值曲线呈图 6 的形状. $f(\equiv \omega/2\pi)$ 为方波频率, E 为外场强度. 由图 6 可见, 导电区阈值曲线成封闭形状, 曲线的下部分是 Helfrich 阈值, 上部分是新的再现稳定阈值, 介电区阈值曲线贯穿了这个区域.

2) Helfrich 阈值在低频极限下为

$$E_{H1}^2 = \frac{4\pi k^2 \left(-\frac{\epsilon_{||}}{\epsilon_a \epsilon_{\perp}} \right) (K_3 + K_1 B) \left(1 + \frac{\epsilon_{\perp} B}{\epsilon_{||}} \right) (1+B)^{-2}}{\xi^2 - 1}. \quad (45)$$

3) 再现稳定阈值在低频极限下为

$$E_R^2 = \left[\frac{\epsilon_{||} + \epsilon_{\perp} B}{4\pi(\sigma_{||} + \sigma_{\perp} B)} - \frac{k^2(K_3 - K_1 B)}{r} \right] \left[-\epsilon_a \epsilon_{\perp} (1+B)/4\pi\gamma \left(1 + \frac{\epsilon_{\perp} B}{\epsilon_{||}} \right) \right]^{-1}. \quad (46)$$

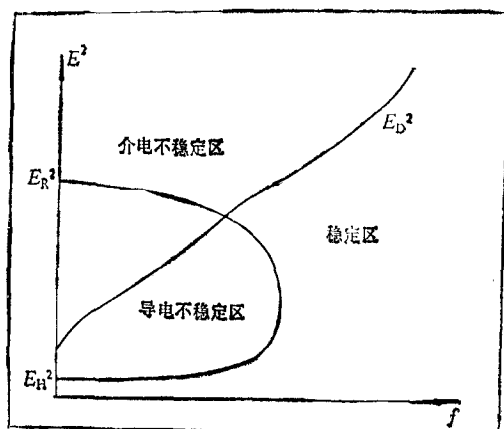


图 6 方波电场激发下的阈值曲线和不稳定区示意图^[7]

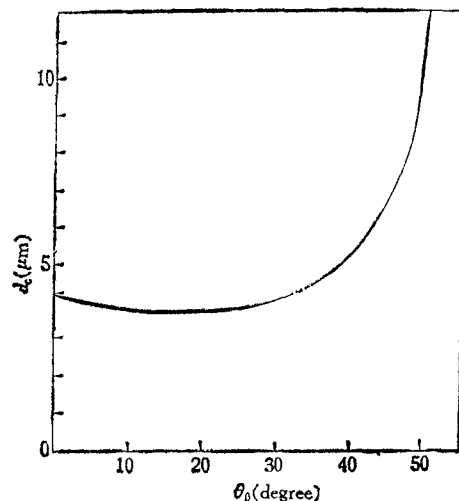


图 7

2. 介电区结果

1) 介电低频情况

$$E_D^2 = (a\tau\xi^2)^{-1}[1 + 4f\tau(1 - \ln 2f\tau)]. \quad (47)$$

2) 介电高频情况

$$E_D^2 = 15.1f/a\xi^2. \quad (48)$$

3. 样品最小厚度

$$d_c = \pi \left[f(K_s + K_1 B) \frac{\xi^2}{r(\xi^2 - 1)} \right]^{1/2}. \quad (49)$$

对 MBBA 液晶, 方波激发, d_c 和 θ_0 的关系如图 7 所示, 所用参数与图 2 相同, 在 $\theta_0 = 30^\circ$ 时, $d_c = 4\mu\text{m}$; $\theta_0 = 45^\circ$, $d_c = 7\mu\text{m}$. 将样品厚度小于 d_c 时, 导电区将不复存在.

六、讨 论

本文考虑了偏置电场下的向列相液晶发生电流体动力学不稳定性的阈值条件. 在倾斜电场作用下, 阈值时的分子运动情况与垂直电场会有所不同. 例如: 会有左右不对称性. 因此在本文所讨论的阈值上, 不稳定性图案是否就是一般的 Williams 畴, 还待进一步研究.

在第一节中对倾斜电场下的 Freedericksz 转变的考虑用了强锚泊 (strong anchoring) 边界条件 (2) 式. 在 (2) 式不成立的弱锚泊情况^[8], 结果可能有所不同.

对处于垂直电场 ($\theta_0 = 0$) 作倾斜排列的向列相液晶, 理论和实验均证明了不存在 Freedericksz 转变^[9,10], 与本文讨论的 (倾斜电场平面排列) 情况极其相似. 可是, 由于本文所用的 θ_0 实在是 (3)–(8) 式的平凡解 (代表位于液晶盒中心液晶分子和外场垂直状态), 不能单纯地把 $[(\pi/2) - \theta_0]$ 理解为外电场与 (无电场时) 分子原始方向的夹角, 所以本文结果不能简单地挪用上述倾斜排列的情况. 然而可以预见, 后者的阈值电压会与预倾角的大小有关.

感谢谢毓章教授和赵静安副教授有益的讨论.

附录 $\gamma > 0$ 的证明

由熵产生率的正定性得热力学不等式 (参见文献 [6])

$$r_1 > 0, \quad (\text{A.1})$$

$$r_1(2\alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6) > r_1^2. \quad (\text{A.2})$$

由 (A.2) 式及对易关系 $\alpha_4 + \alpha_5 = \alpha_6 - \alpha_3$ (参见文献 [5]) 得

$$\frac{1}{2} r_1(\alpha_4 + \alpha_5) > \frac{1}{2} \alpha_3 r_1. \quad (\text{A.3})$$

两边同加上 $-\frac{1}{2} r_1 \alpha_3$, 有

$$r_1 \eta_2 > \alpha_1^2. \quad (\text{A.4})$$

在 (A.3) 式两边同加上 $\frac{1}{2} r_1 (\alpha_2 + 2\alpha_3)$, 有

$$r_1 \eta_1 > \alpha_3^2. \quad (\text{A.5})$$

由 (A.4) 及 (A.5) 式得

$$r_1 (\eta_1 \sin^2 \theta_0 + \eta_2 \cos^2 \theta_0 + \alpha_1 \cos^2 \theta_0 \sin^2 \theta_0) > (\alpha_3 \sin^2 \theta_0 - \alpha_2 \cos^2 \theta_0)^2 + [(\alpha_3 + \alpha_2)^2 + r_1 \alpha_1] \cdot \sin^2 \theta_0 \cos^2 \theta_0. \quad (\text{A.6})$$

α_1 一般是正值 (参见文献 [6]), 利用 (A.1) 式可见 (A.6) 式右端第二项为正值. 故在 (A.6) 式中略去此项后不等式仍成立, 即有 $r > 0$ [由 (14) 式定义].

参 考 文 献

- [1] P. G. deGennes, *The Physics of Liquid Crystals*, Clarendon, London, (1974).
- [2] E. Dubois-Violette *et al.*, in *Liquid Crystals*, ed. L. Liebert, Academic, New York, (1978).
- [3] W. J. A. Goossens, in *Advances in Liquid Crystals*, Vol. 3, ed. G. H. Brown, Academic, New York, (1978).
- [4] E. Dubois-Violette, P. G. deGennes and O. Parodi, *J. Physique*, **32** (1971), 305.
- [5] L. Lam (林磊), *Z. Physik B*, **27** (1977), 347.
- [6] M. Stephen and J. Straley, *Rev. Mod. Phys.*, **46** (1974), 619.
- [7] I. W. Smith *et al.*, *J. Physique*, **36** (1975), C1—237.
- [8] H. Mada, *Mol. Cryst. Liq. Cryst. Lett.*, **82** (1982), 53.
- [9] E. Guyon, P. Pieranski and M. Boix, *Lett. Appl. Eng. Sci.* **1** (1973), 19.
- [10] D. Meyerhofer, *Phys. Lett., A*, **51** (1975), 407.

ELECTROHYDRODYNAMIC INSTABILITIES OF NEMATIC LIQUID CRYSTALS—EFFECT OF AN INCLINED ELECTRIC FIELD

WANG XIN-YI LIN LEI

(*Institute of Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

Electrohydrodynamic instabilities of a planar nematic liquid crystal ($\epsilon_a < 0, \sigma_a > 0$) under an inclined electric field (at an angle θ_0 with the normal of the glass plates of the cell) are considered. On the basis of the one-dimensional theory of Dubois-Violette *et al.*, conditions for the onset of instabilities under the excitation of static, sinusoidal and square wave electric fields, respectively, are obtained. Major results include: (1) Relaxation time of charge increases monotonically with θ_0 . (2) For MBBA, there exists a critical angle $\theta_c(\omega)$ (ω is frequency of external field), when $\theta_0 > \theta_c(\omega)$ instability cannot occur. $\theta_c(0) = 54.2^\circ$. (3) For MBBA, threshold voltage is a monotonic increasing function of θ_0 .