

# 托卡马克的反常电子输运定标律

章 扬 忠

(中国西南物理研究所)

1982 年 1 月 11 日收到

## 提 要

本文假设导致托卡马克反常电子输运的主要机制为由温度梯度所驱动的重整化电子磁漂移波。通过求解动力学过程自洽地导出了反常电子输运系数的定标律:

$$D^{(T)} = (c/\omega_{pe})^2 \{ \sqrt{(\nu_e/qR)^2/2\pi + (\nu_e/2)^2} - \nu_e/2 \}.$$

它在数值上与现有实验给出的 Alcator 定标律符合。在无碰撞 ( $\nu_e \rightarrow 0$ ) 情况下与 Ohkawa 定标律一致。同时分析了该定标律与 Alcator 定标律的偏离,并由此讨论了强磁场欧姆加热托卡马克达到热核点火的可能性。

## 一、引 言

近年来在托卡马克实验上所发现的 Alcator 定标律  $\tau_E \sim n a^{2[1]}$  ( $n$  为粒子密度,  $a$  为小环半径,  $\tau_E$  为能量约束时间) 广泛地引起人们的兴趣。因为它不仅涉及到强磁场高密度欧姆加热托卡马克是否可以作为达到点火的一种途径,而且也涉及到如何从理论上解释早年在托卡马克实验上所发现的反常电子热传导这一重要难题<sup>[2]</sup>。由于 Alcator 定标律表明  $\tau_E$  对  $n$  的依赖关系和经典输运理论所预言的  $\tau_E \sim n^{-1}$  恰恰相反,故而通常的看法认为,Alcator 定标律是由湍性输运决定的。当  $n$  升高到某个密度  $n_i$  时,由于湍性涨落受到抑制,  $\tau_E \sim n$  的关系不再成立,而  $\tau_E$  将逐渐地过渡到由经典输运所决定的定标律。自 1977 年以后,人们开始寻找符合这样一种图象的动力学机制并期望得到相应的自洽解,其中比较有吸引力的是由温度梯度驱动的低频电磁漂移波理论。

Ohkawa 于 1978 年提出了一种符合漂移撕裂模概念的唯一象模型,并得到了著名的 Ohkawa 定标律<sup>[3]</sup>:

$$D_{\text{Ohkawa}}^{(T)} = \frac{c^2}{\pi \omega_{pe}^2} \sqrt{\left(\frac{\nu_e}{qR}\right)^2 + \nu_e^2}, \quad (1)$$

其中  $\omega_{pe}^2 = 4\pi n e^2/m_e$ ,  $\nu_e$  为电子热速度,  $\nu_c$  为粒子的经典碰撞频率,  $q$  为安全因子,  $R$  为环的大半径。这个定标律与目前的实验结果相符合。此后, Drake 等人 (DGLC) 处理了碰撞电子磁漂移波(无剪切)的非线性理论<sup>[4]</sup>,他们的结果为

$$D_{\text{DGLC}}^{(T)} = \nu_e^2 \rho_e^2 / \nu_c L_T^2 = \frac{c^2}{\omega_{pe}^2} \cdot \frac{(T_e/m_e)^{1/2}}{qR}. \quad (2)$$

$\rho_e$  为电子迴旋半径,  $L_T = d(\ln T_e/dx)$ , 它恰好与无碰撞 ( $\nu_e \rightarrow 0$ ) 的 Ohkawa 定标律一致。

最近, Dominguez 和 Rosenberg (DR) 研究了由密度梯度和温度梯度所驱动的漂移撕裂模的非线性理论<sup>[5]</sup>, 所得到的结果为

$$D_{\text{DR}}^{(T)} = v_c^2 \rho_c^2 / v_c L_n L_T. \quad (3)$$

本文假设温度梯度驱动的重整化碰撞电子磁漂移波是引起托卡马克反常电子输运的主要机制. 对所感兴趣的实际情况仅考察较低的两体碰撞频率并假设湍性输运为主.

我们在文献 [6] 中曾研究了均匀磁场中重整化的无碰撞电子磁漂移波的非线性理论. 它的主要结论为

$$D^{(T)} = \frac{\omega_{pe} T_e}{e B_0 L_T k_{\perp}^2}. \quad (4)$$

这里  $k_{\perp}$  为特征的横向波数. 引入重整化的处理之所以重要是因为它才体现了无碰撞的湍性输运机制. 而对现有的以及将来准备建造的托卡马克而言, 正是无碰撞的湍性输运为主. 这种观点最近已开始受到注意<sup>[7]</sup>. 我们在文献 [8] 中又进一步地证明, 在无碰撞情况下, 当把静电扰动修正和离子运动考虑进来之后, 它们对于反常电子输运的修正可以略去, 而且得到的离子湍性输运(主要由  $\tilde{A}_{\parallel}$  伴随的静电势  $\tilde{\phi}$  引起) 和经典输运理论给出的结果相比要小. 也就是说这种机制不影响在实验上观察到的离子输运符合经典输运理论的结论<sup>[2]</sup>. 这种分析也同样适用于两体碰撞频率不太高的情况.

本文给出的托卡马克反常电子输运定标律(见本文 (10) 式) 解决了 Ohkawa 定标律的高碰撞频率极限 ( $\nu_c \rightarrow \infty$ ) 的困难<sup>1)</sup>. (10) 式表明, 碰撞的加入导致湍性输运的降低而不是升高, 这符合于湍性输运问题的一般考虑. 另一方面, (10) 式也解决了 DGLC 定标律在概念上与 Ohkawa 定标律相互矛盾的问题. 产生这种矛盾的原因在于 DGLC 理论没有注意到湍性输运仅与湍性碰撞频率相联系, 而这种联系要求理论必须做重整化处理.

## 二、空间均匀性

在通常漂移撕裂模的线性理论中认为波的激发与磁场剪切密切相关, 这时色散关系由撕裂层边界上的匹配关系决定<sup>[9]</sup>. 从这个意义上来说, 理论在空间上具有非定域的性质. 这种特征的非定域线度即为撕裂层的宽度.

当扰动发展到非线性区时就可能出现两种情况. 一种是扰动表现为具有时空结构的非线性行波, 另一种是表现为在大尺度上无组织化的湍性状态. 这种湍性状态可以描写为线性撕裂模理论所预言的驻波结构按照傅里叶展开后的各种行波之间的位相被随机化. 因此撕裂层的非线性发展将取决于各种行波参与的非线性相互作用所给出的湍流谱的特征波谱宽度. 对输运问题有重要影响的将是湍性状态. 有关湍性状态的知识可以通过研究随机过程的平均传播函数而得出. 按照文献 [10] 的方法不难导出在 Марков 近似下平均传播函数  $G_0$  在一般磁场位形中所满足的方程为

$$\left\{ \partial_t + v_{\parallel} \nabla_{\parallel} - \left( \frac{c}{B^2} \mathbf{B} \times \nabla \right) \cdot \mathbf{D} \cdot \left( \frac{c}{B^2} \mathbf{B} \times \nabla \right) - \left( \frac{e}{mB} \partial_{\parallel} \right) \right.$$

1) 这个极限的取法为:  $\nu_c \rightarrow \infty$ ,  $(\nu_c/B_0) \rightarrow$  常数,  $(B_0^2/m_i) \rightarrow 0$ . 这时经典输运可以略去, 离子运动引起的静电修正也不重要, 以保证本文论证的自治性.

$$\begin{aligned} & \times (\mathbf{B} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{B}) \cdot \left( \frac{e}{mB} \partial_{\parallel} \right) + \left( \frac{c}{B^2} \mathbf{B} \times \nabla \right) \cdot (\mathbf{D} \cdot \mathbf{B}) \left( \frac{e}{mB} \partial_{\parallel} \right) \\ & + \left( \frac{e}{mB} \partial_{\parallel} \right) (\mathbf{B} \cdot \mathbf{D}) \cdot \left( \frac{c}{B^2} \mathbf{B} \times \nabla \right) \} G_0 = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

这里  $\mathbf{D}$  的定义为

$$\langle \mathbf{E}[\mathbf{r}(t), t] \mathbf{E}[\mathbf{r}(s), s] \rangle = \mathbf{D}(\mathbf{r}) \delta(t - s). \quad (6)$$

不难看出, 当所研究的特征波长远小于磁场剪切长度  $l_s$  时, 空间非均匀性的影响是很小的. 这时 (5) 式可以近似地写成为均匀磁场中的对应方程. 在托卡马克上所观察到的横向波长大约为毫米量级, 因此可以假设空间均匀性成立, 因而磁场剪切不会对湍流谱有重要的修正. 事实上, 在 Dominguez 和 Rosenberg 处理非线性漂移撕裂模时已经不明显地用过这个假设. 这表现在对涨落量做傅里叶变换时,  $\mathbf{B}_0 = B_0[\mathbf{e}_z + (x/l_s)\mathbf{e}_y]$  并不参与傅里叶变换. 正是这种绝热近似的假设使得他们的结果并不明显地依赖于磁场剪切.

对于湍流问题来说, 空间均匀性假设的基础在于空间相关长度  $l_c$  远小于磁场(或平均密度, 温度等)的非均匀度, 即  $l_c \ll l_s, L_n, L_T$ . 假设湍性运动满足 Gauss 过程, 这时  $D \sim (c/B_0)^2 \langle \tilde{E}_{\perp} \tilde{E}_{\perp} \rangle \tau_c$ , 这里  $\tau_c$  为横向波的相关时间. 电子磁漂移波导致的横向输运主要是由洛仑兹电场  $\tilde{E}_{\perp} \sim (v_e/c)\tilde{B}$  所引起, 故  $D \sim \tau_c v_e^2 (\tilde{B}/B_0)^2$ . 另一方面, 在 Марков 近似下求出了  $D \sim (v_e/k_{\perp})(\tilde{B}/B_0)^{[6]}$ , 故  $\tau_c^{-1} \sim (k_{\perp} v_e)(\tilde{B}/B_0)$ . 横向波的特征波速  $(\omega/k_{\perp}) \sim (\omega_{*T}/k_{\perp})$ , 故由  $l_c = (\omega/k_{\perp})\tau_c$  和非线性电子磁漂移波的结果:  $k_{\parallel}/k_{\perp} \sim \tilde{B}/B_0$ ,  $\Gamma_k \sim \omega_{pe} T_e / c B_0 L_T \sim k_{\parallel} v_e^{[6]}$ , 及  $ck_{\perp} \sim \omega_{pe}$  (见本文 (9) 式), 即可得到  $l_c \sim k_{\perp}^{-1}$ . 这说明电子磁漂移波湍性过程的横向相关长度为波长的量级.

我们还应注意, 湍性过程的空间相关长度是湍性过程的一种非定域性概念. 它与撕裂层宽度的非线性发展所意味着的空间非定域性的概念是一致的. 另一方面, 可以利用自相关时间的概念  $\tau_c^{-1} \sim k_{\perp} \delta(\omega/k_{\perp})$ , 求出电子磁漂移波的波谱宽度  $\delta k_{\perp} \sim k_{\perp}$ , 且注意到行波的特征波谱宽度与驻波的空间特征宽度也是一致的. 这两点可以使我们断言, 撕裂层的非线性特征宽度  $\Delta_{NL}$  应为  $k_{\perp}^{-1}$  的量级. 按照 (9) 式, 即有  $\Delta_{NL} \sim c/\omega_{pe}$ . 这个结论与 Ohkawa 的猜想一致<sup>[3]</sup>. 目前对撕裂模的模型实验研究已初步表明, 在剪切磁场中确实存在撕裂层, 它的宽度大约为  $\Delta = 3c/\omega_{pe}^{[11,12]}$ .

但是由于电子磁漂移波所预言的纵向波长  $k_{\parallel}^{-1}$  很大<sup>[6]</sup>, 因此在托卡马克上的纵向运动并不满足空间均匀性. 但也正因为  $k_{\parallel}^{-1}$  很大, 纵向运动对于湍性碰撞频率的贡献很小, 我们可以把它略去, 即  $\Gamma_k \sim k_{\perp}^2 D^{(T)[6]}$ , 从而避免了纵向运动的空间非均匀性困难. 这时环形效应仅以唯象的方式进入理论而对横向空间均匀性假设影响不大.

以上的分析说明了为什么我们可以用均匀磁场中的电子磁漂移波的非线性理论来研究托卡马克上的反常电子输运问题.

### 三、碰撞电子磁漂移波的定标律

为了研究高密度对 Alcator 定标律的影响, 需要考虑包括两体碰撞效应的非线性电子磁漂移波理论. 由于我们仅仅为了寻求定标律故而可以用一个简单的数值

$$\nu_c = 4 \sqrt{2\pi} n z_{\text{eff}}^2 e^4 \ln \Lambda / 3 (m_e T_e^3)^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

来代替碰撞算子. 这意味着略去了两体碰撞的非线性效应.

按照相干重整化微扰论<sup>[14]</sup>, 加入碰撞后仅使理论的传播量发生改变, 即  $G_k = (\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} + i\Gamma_k) \rightarrow (\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} + i\Gamma'_k)$ , 这里  $\Gamma'_k = \Gamma_k + \nu_c$ ; 而对于重整化程序和图形结构没有影响. 换句话说, 这种线性化的碰撞算子将不破坏理论的可重整化性质. 在处理色散关系时, 由于我们略去了纵向的湍性碰撞, 因而可以认为仅有纵向的捕获粒子才做主要贡献, 所以我们可以仅选取那些接近满足纵向共振条件的粒子. 与静电波情况不同, 这种处理并不导致能量守恒问题上的矛盾<sup>[6,15]</sup>.

这时重复文献 [6] 的处理方法, 并仅考虑由温度梯度所驱动的电子磁漂移波, 则得到湍性扩散系数的定标律为

$$D^{(T)} \sim \frac{1}{k_{\perp}^2} \left( \frac{\omega_{pe} T_e}{c B_0 L_T} - \nu_c \right). \quad (7)$$

为了得到定标律的自洽表示需要估计  $k_{\perp}$  的特征值. 由安培定律出发可以得到波的能量平衡方程. 利用湍流的空间均匀性, 能流散度的系综平均值为零, 则能量平衡方程可写为

$$2\nu_N \langle \tilde{B}^2 / 8\pi \rangle = \langle \tilde{j}_{\parallel} \tilde{E}_{\parallel} \rangle. \quad (8)$$

这里  $\nu_N = -\sqrt{\pi} v_e^2 c^2 k_{\parallel} k_{\perp}^2 / 4\omega_{pe}^2$ , 为电子磁漂移波的线性增长率<sup>[6]</sup>. 另一方面, 非线性理论给出的有效电导率  $\sigma_k \sim \pi n e^2 (\omega - \omega_{*T}) / m_e \Gamma_k^2$ , 把它们代入 (8) 式后并利用  $(k_{\parallel} v_e / \Gamma_k) \sim O(1)$  和线性色散关系<sup>[6]</sup>, 得到  $(c k_{\perp})^2 \sim \omega_{pe}^2 (\omega_{*T} / \Gamma_k)$ , 把它与 (6) 式比较后即得到

$$k_{\perp} \sim (\omega_{pe} / c). \quad (9)$$

它正好符合于 Ohkawa 所估计的集肤层厚度  $d = (c / \omega_{pe})$ <sup>[3]</sup>.

再利用  $L_T$  的定义:  $J/\sigma = D^{(T)} n T_e / L_T^2$  及  $J = B_0 c / 4\pi q R$ , 则得了扩散系数定标律的自洽表示:

$$D^{(T)} = \frac{c^2}{\omega_{pe}^2} \left\{ \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left( \frac{\nu_c}{qR} \right)^2 + \left( \frac{\nu_c}{2} \right)^2} - \frac{\nu_c}{2} \right\}. \quad (10)$$

当  $\nu_c \rightarrow 0$  时它即回到了无碰撞的 Ohkawa 定标律(见本文 (1) 式).

(10) 式给出的碰撞效应对湍性扩散的影响与 Ohkawa 定标律 (1) 式所预言的略有区别. 显然, (10) 式以自洽的方式给出了由于碰撞所引起的“混合长度”增长的效应<sup>[3]</sup>. 但是 (10) 式给出的由碰撞导致的频率加宽效应却被 Ohkawa 略去了. 事实上, 由 (10) 式可以明显地看出正是这两种效应的组合使得  $\nu_c \rightarrow \infty$  时湍性扩散系数趋于零. 也就是说两体碰撞的增加将抑制湍性扩散而不是使湍性扩散增长.

#### 四、碰撞随机过程

为了用随机过程的方法来分析包括碰撞的湍性输运问题, 需要把文献 [10] 的结果推广到包括碰撞的情况. 为方便起见我们仅考察无磁场问题. 在 Марков 近似下单粒子平均传播函数所满足的方程为

$$\{\partial_t + \mathbf{v} \cdot \nabla - \partial \cdot \mathbf{D} \cdot \partial\} G = 0, \quad (11)$$

其中

$$\mathbf{D} = \frac{1}{m^2} \int ds \langle \mathbf{F}[\mathbf{r}(t), t] \mathbf{F}[\mathbf{r}(s), s] \rangle. \quad (12)$$

$\mathbf{F}[\mathbf{r}(t), t]$  代表单粒子在  $t$  时刻受到总的微观力. 我们把微观力分为两类: 一类是尺度大于 Debye 长度的涨落力  $e\tilde{\mathbf{E}}$ , 另一类则为小于 Debye 长度的碰撞力  $\mathbf{F}_c$ . 由于这两种力为随机独立的, 故 (12) 式写为

$$\mathbf{D} = \left(\frac{e}{m}\right)^2 \int ds \langle \mathbf{E}[\mathbf{r}(t), t] \mathbf{E}[\mathbf{r}(s), s] \rangle + \frac{1}{m^2} \int ds \langle \mathbf{F}_c[\mathbf{r}(t), t] \mathbf{F}_c[\mathbf{r}(s), s] \rangle. \quad (13)$$

对于碰撞力  $\mathbf{F}_c$  来说, 由于它不是连续的, 可写为  $m(\Delta\mathbf{v}/\Delta t)$ , 这里  $\Delta t$  代表两次碰撞的时间间隔, 它也是碰撞力的自相关时间; 而  $\Delta\mathbf{v}$  代表一次碰撞所造成的速度变化. 对  $s$  积分后,

$$\begin{aligned} \frac{1}{m^2} \int ds \langle \mathbf{F}_c[\mathbf{r}(t), t] \mathbf{F}_c[\mathbf{r}(s), s] \rangle &= \frac{1}{m} \langle \mathbf{F}_c[\mathbf{r}(t), t] \Delta\mathbf{v}(t) \rangle \\ &= \langle \Delta\mathbf{v}(t) \Delta\mathbf{v}(t) \rangle / \Delta t. \end{aligned}$$

利用时间均匀性, (13) 式中第二次对 (11) 式的贡献为  $\boldsymbol{\theta} \cdot \langle \Delta\mathbf{v} \Delta\mathbf{v} \rangle \cdot \boldsymbol{\theta} / \Delta t$ , 它正是熟知的碰撞算子<sup>[46]</sup>. 写成数值形式后, (11) 式变为

$$\{\partial_t + \mathbf{v} \cdot \nabla - \boldsymbol{\theta} \cdot \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\theta} + \nu_c\} G = 0. \quad (14)$$

(14) 式不难推广到磁场中的横向扩散问题. 这时按文献 [6] 的处理方法得到

$$D^{(T)} = \left(\frac{\nu_c}{B_0}\right)^2 \sum_{\mathbf{k}} \frac{k_{\perp}^2 D^{(T)} + \nu_c}{(\omega - k_{\parallel} \nu_c)^2 + (k_{\perp}^2 D^{(T)} + \nu_c)^2} k_{\perp}^2 |A_{\mathbf{k}}|^2. \quad (15)$$

利用共振粒子贡献为主的假设, 并对上式取典型值后得到

$$D^{(T)} = \left(\frac{c}{\omega_{pe}}\right)^2 \left\{ \sqrt{\left(\frac{k_{\perp} \nu_c \tilde{B}}{B_0}\right)^2 + \left(\frac{\nu_c}{2}\right)^2} - \frac{\nu_c}{2} \right\}. \quad (16)$$

比较 (16) 式和 (10) 式后即可看出  $(\tilde{B}/B_0) \sim (\sqrt{2\pi} k_{\perp} qR)^{-1}$ . 这时我们可以看到, 如果仅通过降低温度使  $\nu_c$  升高, 那末湍性扩散受到抑制而湍性涨落  $(\tilde{B}/B_0)$  并不受到直接影响. 然而通过增加密度使  $\nu_c$  升高, 那末不仅湍性扩散受到抑制而且湍性涨落  $(\tilde{B}/B_0)$  也要降低. 此外, 我们还要注意到, 由于碰撞加入, 以往关于存在湍性涨落阈值的概念将受到修正<sup>[47,61]</sup>.

## 五、与 Alcator 定标律的偏离

(10) 式表明,  $\nu_c \sim \nu_c/qR$  时,  $D^{(T)}$  开始显著地偏离 Alcator 定标律. 我们把这个条件决定的密度称为 Alcator 定标律的失效密度  $n_i$ .

$$n_i = \frac{3T_e^2}{4\sqrt{\pi} qR z_{\text{eff}}^2 e^4 \ln \Lambda}. \quad (17)$$

该式表明  $n_i$  仅与  $(T_e^2/qR)$  有关.

失效条件  $\nu_c \gtrsim \nu_c/qR$  有明确的物理意义. 因为无碰撞湍性输运为主要的条件要求粒子横向的平均自由程应大于横向波长, 即  $\bar{\lambda}_{\perp} > \lambda_{\perp}$ . 由  $\bar{\lambda}_{\perp} = v_{\perp}/\nu_c$  ( $v_{\perp}$  为粒子横向漂移速

度) 则得到无碰撞湍性输运为主的条件为  $\nu_c < (k_{\perp} \nu_c)(\tilde{B}/B_0)$ , 又由  $k_{\perp}(\tilde{B}/B_0) \sim (\sqrt{2\pi q R})^{-1}$ , 即得到  $\nu_c < \nu_c/qR$ , 它就是失效条件.

(10) 式表明, 随着密度的升高,  $D^{(T)}$  不断地下降. 因此很感兴趣的问题是当经典扩散起主要作用时  $D_c$  处于新经典输运理论的什么区. 为此我们注意到新经典输运理论给出了坪区向经典区过渡的临界碰撞频率  $\nu_2 \sim (\nu_c/qR)^{1/2}$ . 它正好是在决定 Alcator 定标律的失效条件时对应的碰撞频率. 故当  $\nu_c < \nu_2$  时  $D^{(T)} \sim k_{\perp}^{-2} \nu_2$ . 可以假设新经典理论中的坪区和碰撞区的输运系数采用硬连接, 则坪区的经典扩散系数  $D_{c,p} \sim \rho_c^2 \nu_2$ . 于是, 当  $\nu_c < \nu_2$  时  $D^{(T)}/D_{c,p} \sim (k_{\perp} \rho_c)^{-2} \gg 1$ . 这是因为电子漂移动力方程的正确性依赖于  $k_{\perp} \rho_c \ll 1$  的条件. 这个关系表明, 电子的经典扩散主要由碰撞区决定. 这时不难求出  $D^{(T)} \sim D_c$  时的碰撞频率  $\nu_c^* = [\nu_c/(\sqrt{2\pi q R})(k_{\perp} \rho_c)] \gg \nu_2$ , 对应的密度也大于失效密度  $n_i$ . 但是由于目前发现托卡马克装置上可能达到的最大密度  $n_{\max} \sim (B_0/R)^{1/2}$ , 所以就目前磁场技术所能达到的磁场强度  $B_0$  和有意义的装置尺度  $R$  和电子温度  $T_e$  来说, 很难达到使  $D_c \geq D^{(T)}$  所需要的高密度. 因此我们仍可以仅用 (10) 式来决定装置的能量约束时间  $\tau_E$ , 这时定标律与 Alcator 定标律的偏离并不是由于经典输运开始起作用, 而在于两体碰撞对湍性输运的影响开始起作用.

最近, Wagner 研究了是否可以利用强磁场欧姆加热的托卡马克来达到点火的可能性问题<sup>[20]</sup>. 他给出的判据为

$$n\lambda_c = \frac{n\lambda_c [\text{m}\cdot\text{sec}]^{-1}}{(1.8)10^{18}(B[T]/A)^2 \left[ \frac{1}{2}(1+x^2) \right]} < 1.83/A, \quad (18)$$

其中  $A = R/a$ ,  $B$  为磁场(单位是 Tesla),  $x$  为非圆截面因子.  $n\lambda_c$  为密度与热传导系数之积. Wagner 认为存在一个以这样方式达到点火的“窗口”, 其临界指标为,  $B[T] = 16$ ,  $A = 2.5$ ,  $n\lambda_c [\text{m}\cdot\text{sec}]^{-1} = 5 \times 10^{19}$ . 由于对现实的装置来说  $B[T] < 20$ , 而  $A \geq 2.5$ , 故而  $n\lambda_c$  值的系数因子将起到重要作用. 比如当  $n\lambda_c [\text{m}\cdot\text{sec}]^{-1} = 1 \times 10^{20}$  时, (18) 式给出的判据无法满足. 但是, Wagner 所取的  $n\lambda_c$  参考值  $5 \times 10^{19}$  是由现有高密度的实验结果推出来的. 这里并没有考虑到由于温度升高而给定标律带来的影响. 按照 (10) 式可以估计出, 在理想点火温度  $T_0 = 4.3\text{keV}$  时无碰撞湍性输运为主. 因而所得的  $n\lambda_c$  值将为  $T_e = 1\text{keV}$  的现有实验所推出的  $n\lambda_c$  值的两倍多. 这样, 如上所述, Wagner 给出的判据 (18) 式不能满足. 所以他依据 Alcator 经验定标律外推到点火情况而得到的存在一个依靠强磁场欧姆加热托卡马克来实现热核点火的“窗口”的论据不能成立.

另一方面, 由于在热核点火温度下对现有密度而言两体碰撞对于湍性输运的修正并不重要. 如果  $n \sim (B_0/R)$  的关系仍然正确, 那末可以推断出托卡马克的  $n\tau_E \sim (q/R\sqrt{T_e})(B_0 a)^2$ . 因为  $B_0 a$  由磁场在应力许可下所能达到的最大强度  $B_{\max}$  决定, 这说明在磁场技术和二级加热允许的条件下, 尺寸较小的托卡马克比较更容易实现热核点火的指标, 除非所采用的二级加热手段会导致和 (10) 式偏离较大的定标律. 这样一种分析表明, Ohkawa 唯象模型和本文动力学处理所给出的定标律 (1) 式及 (10) 式都支持了强磁场托卡马克的概念. (1) 式和 (10) 式的不同在于, 后者认为进一步提高密度 (比如对现有 Alcator-C 的尺度使  $n > 10^{16}\text{cm}^{-3}$ ) 对于增加约束性能会带来显著的好处, 而前者则认

为进一步提高密度对于改善约束性能已经没有什么潜力了。

### 参 考 文 献

- [ 1 ] E. Apgar *et al.*, Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1976 (IAEA, Vienna 1977), Vol. I, p. 247.
- [ 2 ] L. A. Artsimovich *et al.*, Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1968 (IAEA, Vienna 1969), Vol. I, p. 157.
- [ 3 ] T. Ohkawa, *Physics Lett.*, **67A**(1978), 35.
- [ 4 ] J. F. Drake *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **44**(1980), 994.
- [ 5 ] R. R. Dominguez, M. Rosenberg, *Phys. Fluids*, **24**(1981), 472.
- [ 6 ] 章扬忠, 物理学报, **30**(1981), 1649.
- [ 7 ] J. F. Drake, A. B. Hassam, *Phys. Fluids*, **24**(1981), 1262.
- [ 8 ] 章扬忠, 物理学报, **31**(1982), 1123.
- [ 9 ] J. F. Drake, Y. C. Lee, *Phys. Fluids*, **20**(1977), 1341.
- [10] 章扬忠, 物理学报, **30**(1981), 584.
- [11] R. L. Stenzel, W. Gekeleman, *Phys. Rev. Lett.*, **42**(1979), 1055.
- [12] N. Wild, W. Gekeleman, R. L. Stenzel, *Phys. Lett.*, **46**(1981), 339.
- [13] S. I. Braginskii, Review of Plasma Physics, ed. by M. A. Leontovich (Consultants Bureau, New York, 1965) Vol. I, p. 1.
- [14] 章扬忠, 物理学报, **30**(1981), 1020.
- [15] 章扬忠, 物理学报, **30**(1981), 1565.
- [16] D. C. Montergomery, D. A. Tidman, Plasma Kinetic Theory (McGraw-Hill, Inc. 1964), §2.2.
- [17] T. H. Dupree, *Phys. Fluids*, **10**(1967), 1049.
- [18] R. D. Hazeltine, F. L. Hinton, *Phys. Fluids*, **16**(1973), 1883.
- [19] M. Murakami, J. D. Callen, L. A. Berry, *Nucl. Fusion*, **16**(1977), 347.
- [20] C. E. Wagner, *Phys. Rev. Lett.*, **46**(1981), 654.

## A SCALING LAW FOR THE ANOMALOUS ELECTRON TRANSPORT IN TOKAMAKS

ZHANG YANG-ZHUNG

(Southwestern Institute of Physics, Leshan, Sichuan, China)

### ABSTRACT

It is assumed in the paper that the dominant mechanism for the anomalous electron transport in Tokamaks is the renormalized electron magnetic drift wave driven by temperature gradient. A scaling law for the anomalous electron transport coefficient  $D^{(T)}$  has been derived by solving self-consistently the kinetic process, it reads

$$D^{(T)} = (c/\omega_{pe})^2 \{ \sqrt{(v_e/qR)^2/2\pi + (v_e/2)^2} - v_e/2 \}$$

It coincides in numerical values with the Alcator scaling law given by the Tokamak's experiments, and it agrees with the Ohkawa scaling law in the collisionless limit ( $\nu_e \rightarrow 0$ ). Furthermore, its deviation from the Alcator scaling law is analyzed, and the possibility of achieving the thermonuclear ignition for a high-field ohmically heating Tokamak is also discussed based on the scaling law.