

理想第二类超导薄膜的纵场临界电流

吴 杭 生 顾 一 鸣

(中国科学技术大学)

1982 年 4 月 26 日收到

提 要

本文分析了一个在纵向磁场 H_e 中, 载流的理想第二类超导薄膜 ($\xi(T) \ll d \leq \lambda(T)$) 的混合态结构. 指出, 只有当 $H_e > H_{c1}(d)$ 时, 超导膜的混合态才具有无阻负载电流的能力. 本文得到的纵场临界电流曲线具有复杂的结构, 并且一般均呈现峰值效应. Heaton 及 Rose-Innes 测得的 $\text{Nb}_{3.5}\text{-Ta}_{4.5}$ 合金的 I_c - H_e 曲线和 $d > 5\lambda$ 时的理论曲线相比较, 在主要特征上是相同的.

一、引 言

第二类超导体的峰值效应^[1]是一个人们感兴趣的现象. 这个效应是指: 在单调下降的临界电流 I_c 随外磁场 H_e 的变化曲线上, 凸起一个峰(见图 1). 按照外磁场 H_e 是垂直电流 I , 还是和 I 平行, 我们把此效应称为横场峰值效应和纵场峰值效应.

早在六十年代初, 人们便发现非理想第二类超导体的横场峰值效应^[2-4]. 随后很多作者从实验和理论方面对这个效应进行了研究(见文献[11]及其所引其它文献). 1969 年, Shmidt^[5] 从理论上计算一个理想第二类超导薄膜的横场临界电流(外磁场 H_e 平行膜表面), 预言存在横场峰值效应. 最近的实验证实了这个效应^[6].

至于纵场峰值效应, 只有少数人观察到(见文献[7]和[8]), 很可能管惟炎等人观察到的负磁阻效应^[9]也是这种效应^[10], 并且缺少理论解释. 多数文献报道的第二类超导体纵场临界电流曲线形状不是如图 1 所示, 而是呈倒 U 字形, 理论研究也限于解释这种实验(例如见文献[11]及其所引其它文献).

本文把 Shmidt 理论^[5]推广到纵场情形, 定量地计算出在 $0 \leq H_e \leq H_{c1}(d)$ 范围, 一个理想第二类超导薄膜的纵场临界电流 $I_c = I_c(H_e)$. 本文还定性地探讨了在 $H_e > H_{c1}(d)$ 范围, I_c 随 H_e 变化曲线的形状. 本文得到的结果表明, 在一定条件下, 可以观察到理想第二类超导薄膜的纵场峰值效应.

如没有特殊说明, 下面各节均采用 Ginzburg 和 Landau 在文献[12]中引入的约化符号.

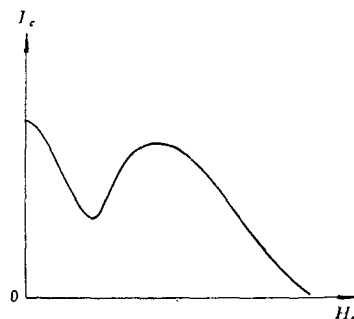


图 1

二、热力学势

考虑一个薄膜状的理想第二类超导体. 它的长、宽均为无限, 厚度为 d . 假设 $1/\kappa \ll d \lesssim 1$. 取 x 轴沿着膜的厚度方向, 坐标原点位于膜的中心点. 电流 I 和外磁场 H_e 均平行 z 轴. 在膜的表面 ($x = \pm d/2$), 总磁场 H_0 的数值为 $(H_e^2 + H_I^2)^{1/2}$, 和 z 轴的夹角为 $\theta(d/2) = \theta$ 和 $\theta(-d/2) = -\theta$, 其中 H_I 为电流 I 在膜表面产生的磁场, 又

$$\theta = \text{tg}^{-1}(H_e/H_I). \quad (1)$$

当 H_0 超过 $H_{c1}(d)$ 时, 磁通线开始在膜的表面形成. 我们合理地假设磁通线的方向和 H_0 方向相同. 因此, 在 $x = d/2$ 表面, 磁通线和 z 轴夹角 θ , 而在另一个表面 ($x = -d/2$), 磁通线和 z 轴夹角为 $-\theta$. 由于 Bean-Livingston 势垒^[14]阻止磁通线进入超导膜内, 所以在膜的表面能形成磁通线, 并不意味着超导膜能进入混合态. 那么, Bean-Livingston 势垒消失的条件是什么? 为了回答这个问题, 我们计算超导膜的热力学势.

设想在膜的两个表面形成的磁通线向超导体内运动. 在某一时刻, 从 $x = d/2$ 平面

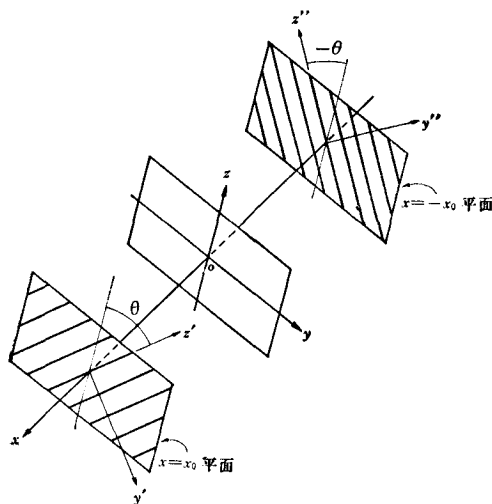


图 2

进入体内的一排磁通线位于 $x = x_0$ 平面中, 而从 $x = -d/2$ 面进入体内的另一排磁通线位于 $x = -x_0$ 平面内. 取两个辅助坐标系 (x, y', z') 和 (x, y'', z'') , 其中 z' 轴和位于 $x = x_0$ 平面内的磁通线平行, z'' 轴和位于 $x = -x_0$ 平面内的磁通线平行 (图 2). 我们假设磁通线向体内运动的过程中, 不改变其方向. 因此, z' 轴和 z 轴夹角为 θ , z'' 轴和 z 轴夹角为 $-\theta$.

膜内任一点的磁场 $\mathbf{h}(x, y)$ 为

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}_0 + \mathbf{h}_v, \quad (2)$$

$\mathbf{h}_0$ 为磁通线不存在时, 超导膜内的磁场. 易证

$$\mathbf{h}_0(x) = \hat{y}H_I \frac{\text{sh } x}{\text{sh } d/2} + \hat{z}H_e \frac{\text{ch } x}{\text{ch } d/2}, \quad (3)$$

式中 $\hat{y}$ 和 $\hat{z}$ 分别为沿着 y 轴和 z 轴的单位矢量. $\mathbf{h}_v = \mathbf{h}_v(x, y)$ 为磁通线产生的磁场. 假设超导膜的 G-L 参量 κ 比 1 大得多, 并设 $T_c - T \ll T_c$. 因此, $\mathbf{h}_v$ 满足如下方程^[13]:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_v + \nabla \times \nabla \times \mathbf{h}_v = & \frac{2\pi}{\kappa} \hat{z}' \delta(x - x_0) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(y' - ma) \\ & + \frac{2\pi}{\kappa} \hat{z}'' \delta(x + x_0) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(y'' - ma). \end{aligned} \quad (4)$$

$\hat{z}'$ 和 $\hat{z}''$ 分别为沿着 z' 轴和 z'' 轴的单位矢量. a 为位于同一平面内的相邻两根磁通线的垂直距离. 显然, 方程 (4) 的解可表示为

$$\mathbf{h}_v = \mathbf{h}_v^{(+)} + \mathbf{h}_v^{(-)}. \quad (5)$$

$\mathbf{h}_v^{(+)}$ 和 $\mathbf{h}_v^{(-)}$ 分别代表位于 $x = x_0$ 平面和 $x = -x_0$ 平面内的磁通线在膜内一点产生的磁场, 它们满足如下方程:

$$\mathbf{h}_v^{(+)} + \nabla \times \nabla \times \mathbf{h}_v^{(+)} = \frac{2\pi}{\kappa} \hat{z}' \delta(x - x_0) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(y' - ma); \quad (6)$$

$$\mathbf{h}_v^{(-)} + \nabla \times \nabla \times \mathbf{h}_v^{(-)} = \frac{2\pi}{\kappa} \hat{z}'' \delta(x + x_0) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(y'' - ma) \quad (7)$$

和边界条件

$$\mathbf{h}_v^{(+)} \Big|_{x=\pm \frac{d}{2}} = \mathbf{h}_v^{(-)} \Big|_{x=\pm \frac{d}{2}} = 0. \quad (8)$$

方程(6)和(7)的解为

$$\mathbf{h}_v^{(+)}(x, y') = \hat{z}' \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} h_k^{(+)}(x) e^{ik(y'-ma)}; \quad (9)$$

$$\mathbf{h}_v^{(-)}(x, y'') = \hat{z}'' \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} h_k^{(-)}(x) e^{ik(y''-ma)}, \quad (10)$$

式中

$$h_k^{(\pm)}(x) = \begin{cases} \frac{2\pi}{u\kappa} \frac{\text{sh} \left[u \left(\frac{d}{2} \mp x_0 \right) \right] \text{sh} \left[u \left(\frac{d}{2} \pm x \right) \right]}{\text{sh}(ud)} & x \leq \pm x_0, \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \frac{2\pi}{u\kappa} \frac{\text{sh} \left[u \left(\frac{d}{2} \pm x_0 \right) \right] \text{sh} \left[u \left(\frac{d}{2} - x \right) \right]}{\text{sh}(ud)} & x \geq \pm x_0, \end{cases} \quad (12)$$

$u = \sqrt{1 + k^2}$. 采用 Shmidt 文章相同的方法, 计算每单位体积, 超导膜的热力学势 Φ , 得到

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= \Phi - \Phi_0 \\ &= \frac{2\varepsilon(\infty)}{ad} - \frac{4\pi}{\kappa^2 ad} I_1 - \frac{8\pi}{\kappa ad} H_c \left(1 - \frac{\text{ch } x_0}{\text{ch}(d/2)} \right) \cos \theta \\ &\quad + \frac{8\pi}{\kappa ad} H_l \frac{\text{sh } x_0}{\text{sh}(d/2)} \sin \theta + \frac{4\pi}{\kappa^2 a^2 d} \frac{\text{sh}^2 \left(\frac{d}{2} - x_0 \right)}{\text{sh } d} \cos 2\theta + \frac{4\pi}{\kappa^2 ad} I_2, \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $\Phi_0 = -\frac{2H_c^2}{d} \text{th} \frac{d}{2} + \frac{2H_l^2}{d} \text{cth} \frac{d}{2}$ 为磁通线不存在时, 每单位体积超导膜的热力学势; $\Delta\Phi$ 是因存在磁通线, 超导膜热力学势密度增加值。(13)式中的 I_1 与 I_2 定义和文献[1]相同, 即

$$I_1(x_0) = \int_0^\infty \frac{dk}{u} \left[1 - 2 \frac{\text{sh} \left[u \left(\frac{1}{2} d - x_0 \right) \right] \text{sh} \left[u \left(\frac{d}{2} + x_0 \right) \right]}{\text{sh}(ud)} \right], \quad (14a)$$

$$I_2(x_0, a) = \sum_{\substack{m=-\infty \\ (m \neq 0)}}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{u} \frac{\text{sh} \left[u \left(\frac{1}{2} d + x_0 \right) \right] \text{sh} \left[u \left(\frac{d}{2} - x_0 \right) \right]}{\text{sh}(ud)} e^{ikma}. \quad (14b)$$

$\Delta\Phi$ 中各项的物理意义是很清楚的. 头二项表示单位长度磁通线的能量. $\epsilon(\infty)$ 为在无限大超导体中, 单位长度磁通线的能量. 第二项是因镜像力引起磁通线能量减小. 第三项和第四项表示迈斯纳电流对磁通线的排斥力. 第六项表示位于同一平面 ($x = x_0$ 平面或 $x = -x_0$ 平面) 中的磁通线之间排斥能的两倍. 第五项表示位于 $x = x_0$ 平面的一排磁通线和位于 $x = -x_0$ 平面的另一排磁通线之间的相互作用能. 当 $\theta > \pi/4$ 时, $\cos 2\theta < 0$, 这个相互作用是吸引力; 当 $\theta < \pi/4$ 时, 是排斥力. 为了便于数值计算, 把 (13) 式改写成如下形式:

$$\begin{aligned} \Delta\Phi = & \frac{8\pi}{\kappa ad} H_{c1}(d) \left[\left(1 - \frac{1}{\text{ch}(d/2)} \right) - \tilde{H}_c \left(1 - \frac{\text{ch } x_0}{\text{ch}(d/2)} \right) \cos \theta \right. \\ & \left. + \tilde{H}_l \frac{\text{sh } x_0}{\text{sh}(d/2)} \sin \theta \right] - \frac{4\pi}{\kappa^2 ad} \Delta I_1 \\ & + \frac{4\pi}{\kappa^2 d a^2} \cos 2\theta \frac{\text{sh}^2 \left(\frac{d}{2} - x_0 \right)}{\text{sh } d} + \frac{4\pi}{\kappa^2 ad} I_2, \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$\tilde{H}_c = H_c/H_{c1}(d), \quad (16)$$

$$\tilde{H}_l = H_l/H_{c1}(d), \quad (17)$$

$$\Delta I_1 = I_1(x_0) - I_1(x_0 = 0) = \int_0^\infty \frac{dk}{u} \frac{\text{ch}(2ux_0) - 1}{\text{sh}(ud)}. \quad (18)$$

$H_{c1}(d)$ 为超导膜的下临界磁场. 它的表达式见文献 [13] 中的 (12) 式.

三、Bean-Livingston 势垒消失的条件

先考察只加静磁场情形. 假设 H_c 小于 H_{c1} 或比 H_{c1} 稍大, 因而可取 $a > d$. 在此情形, (15) 式简化为

$$\begin{aligned} \Delta\Phi = & \frac{8\pi}{\kappa ad} H_{c1}(d) \left\{ \left(1 - \frac{1}{\text{ch}\left(\frac{d}{2}\right)} \right) - \tilde{H}_c \left(1 - \frac{\text{ch } x_0}{\text{ch}\left(\frac{d}{2}\right)} \right) \right\} \\ & - \frac{4\pi}{\kappa^2 ad} \Delta I_1 + \frac{4\pi}{\kappa^2 a^2 d} \frac{\text{sh}^2 \left(\frac{d}{2} - x_0 \right)}{\text{sh } d} + \frac{4\pi}{\kappa^2 ad} I_2. \end{aligned} \quad (19)$$

图 3 示出给定 H_c , $\Delta\Phi$ 随 x_0 的变化曲线. 它们是根据 (19) 式算出的. 从图 3 可见, Bean-Livingston 势垒^[14]高度随 H_c 增大而减小, 直到 H_c 增至 H_b 以上, Bean-Livingston 势垒消失. H_b 是下方程的根:

$$\left. \frac{\partial \Delta\Phi}{\partial x_0} \right|_{x_0=\frac{d}{2}} = \left\{ -\frac{4\pi}{\kappa^2 ad} \frac{\partial I_1}{\partial x_0} + \frac{8\pi H_b}{\kappa ad} \frac{\text{sh } x_0}{\text{ch}\left(\frac{d}{2}\right)} \right\}_{x_0=\frac{d}{2}} = 0. \quad (20)$$

易证, 由此式定出的 H_b 和 Shmidt 引入的 H_s ^[5] 是符合的, 即

$$H_b = H_s. \quad (21)$$

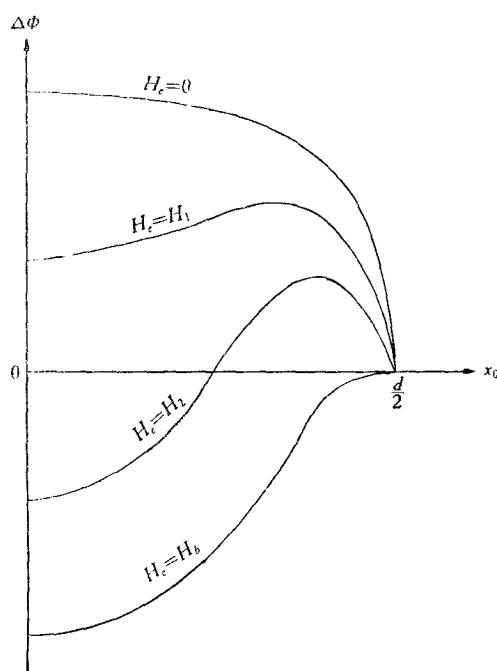


图 3

$$0 < H_1 < H_2 < H_3$$

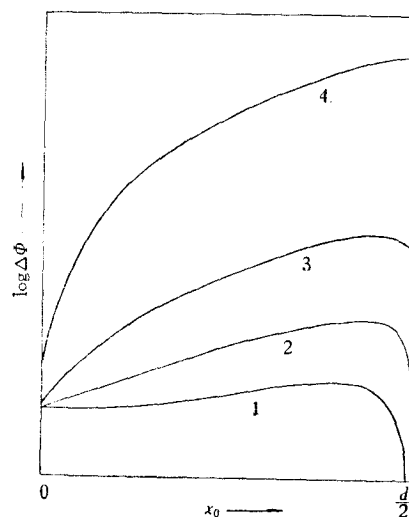


图 4

曲线 1 为外磁场 H_e 给定, 但 $H_i = 0$; 曲线 2, 3, 4 为 H_e 不变, 但 H_i 分别为 H'_1 , H'_2 , H'_3 , 且 $H'_1 < H'_2 < H'_3$

给定 H_e , 让 H_i 取不同的值, 由(15)式计算出 $\Delta\phi$ 随 x_0 变化曲线. 计算结果表明, 不论 H_e ($H_e < H_s$) 取什么值, 只要 H_i 足够大, 便可使势垒消失, 并且 $\frac{d\Delta\phi(x_0)}{dx_0} > 0$ (见图 4). 因此, 势垒消失的条件为

$$\left. \frac{d\Delta\phi(x_0)}{dx_0} \right|_{x_0=\frac{d}{2}} = 2\kappa H_{ci}(d) \left[\tilde{H}_e \operatorname{th} \frac{d}{2} \cdot \cos \theta + \tilde{H}_i \operatorname{cth} \frac{d}{2} \cdot \sin \theta \right] - \left. \frac{\partial I_1}{\partial x_0} \right|_{x_0=\frac{d}{2}} = 0. \quad (22)$$

由(20)式解出 $\frac{\partial I_1}{\partial x_0}$, 代入(22)式, 并计及(21)式, 得到

$$H_i \sin \theta = (H_s - H_e \cos \theta) \left(\operatorname{th} \frac{d}{2} \right)^2. \quad (23)$$

给定 H_e/H_s , 由此式算出 H_i/H_s . 结果画在图 5 中. 从图 5 可见, 存在一个临界厚度 d_c . 当 $d > d_c$ 时, H_i/H_s 随 H_e/H_s 单调地减小. 当 $d < d_c$ 时, H_i/H_s 先随 H_e/H_s 增大而增大, 到达一个极大值后, 再随 H_e/H_s 增加而减小. d_c 可用下面的方法得到. 当 H_e 足够小时, 不难证明(23)式的解为

$$H_i \approx \left(\operatorname{th} \frac{d}{2} \right)^2 H_s + \frac{H_e}{H_s} \left\{ \frac{1}{2 \left(\operatorname{th} \frac{d}{2} \right)^2} - 1 \right\}. \quad (24)$$

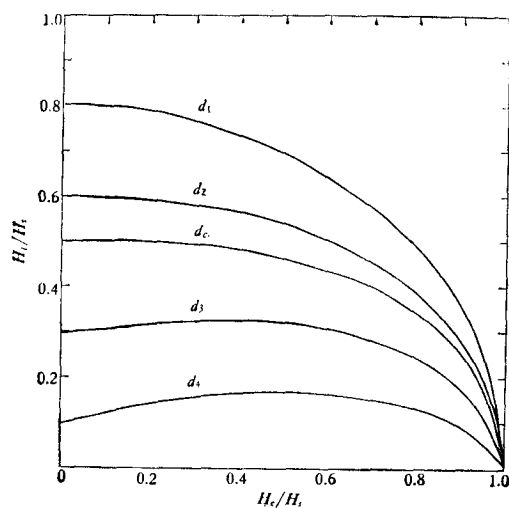


图 5

$$d_1 > d_2 > d_c > d_3 > d_4$$

由此式可见, $\text{th} \frac{d_c}{2} = \sqrt{0.5}$, 因而

$$d_c = 1.76. \quad (25)$$

当 $d \gtrsim 5.0$ 时, $\text{th} \frac{d}{2} \approx 1$, (23) 式简化为

$$H_l \sin \theta + H_c \cos \theta = H_s, \quad (26)$$

即

$$H_l = \sqrt{H_s^2 - H_c^2}. \quad (27)$$

四、临界厚度 d'_c

由 (24) 式得到, 当 $H_c = 0$ 时, 使 Bean-Livingston 势垒消失的 H_l 值为

$$H_l(0) = H_s \left(\text{th} \frac{d}{2} \right)^2. \quad (28)$$

让 $H_l(0)$ 和 $H_{c1}(d)$ 相等, 定义另一个临界厚度 d'_c :

$$H_s \left(\text{th} \frac{d'_c}{2} \right)^2 = H_{c1}(d'_c) \quad (29a)$$

即

$$d'_c = 2 \text{th}^{-1} \sqrt{H_{c1}(d'_c)/H_s}. \quad (29b)$$

给定 G-L 参量 κ , 用数值计算方法从方程 (29b) 算出 d'_c . 计算步骤如下: 选定 d 的数值, 由 (19) 式算出图 3 中的曲线. 取使 Bean-Livingston 势垒消失的最低磁场 H_c 为 H_s . 再由文献 [13] 中的公式 (12) 计算出 $H_{c1}(d)$. 画出 $y = 2 \text{th}^{-1} \sqrt{H_{c1}(d)/H_s}$ 随 d 变化曲线. 同图中, 画出 $y = d$ 直线. 它们交点的横坐标就是 d'_c . 计算结果画在图 6 中. 图

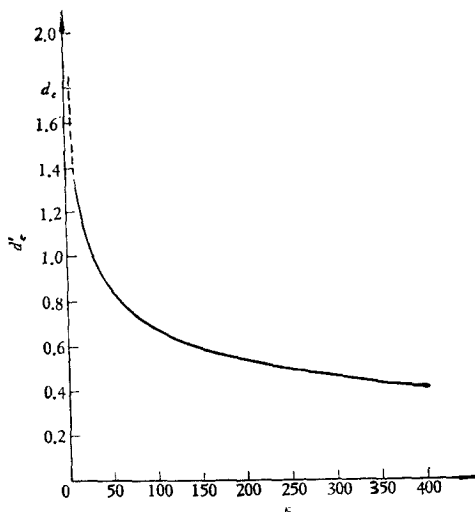


图 6

中实线是根据计算结果画的, 虚线是外延的. 在图中还标出了 $d_c = 1.76$ 的位置.

从图 6 可见: d'_c 随 κ 增大而减小. 当 κ 较大(设 $\kappa > \kappa_c$) 时, $d'_c < d_c$; 当 κ 较小($\kappa < \kappa_c$) 时, $d'_c > d_c$. 从图读出 κ_c 的数值大约为 7.

五、高 κ 超导膜

理想第二类超导薄膜临界电流曲线的特性, 因临界厚度 d_c 和 d'_c 的比值不同而不一样. 在这一节中, 我们先讨论 $\kappa > \kappa_c$ 情形. 此时, $d'_c < d_c$. 根据 d 相对 d_c 和 d'_c 的大小, 分三种情形来讨论.

1. $d < d'_c$

图 7 中曲线 2 和曲线 1 分别是按 (23) 式和下式画出的

$$H_I = \{H_A^2(d) - H_c^2\}^{1/2}. \quad (30)$$

图的横坐标为 H_c , 纵坐标为 H_I . 这两条曲线交点的横坐标为 $H_c = H^*$. 图中画斜线区域是超导膜的混合态区域, 未画斜线区域是迈斯纳态区域.

在 $0 \leq H_c < H^*$ 区域, 曲线 1 位于曲线 2 上面. 因此, 给定 H_c , 只要 I 足够地大, 使得 $H_I > \{H_A^2(d) - H_c^2\}^{1/2}$ 时, 表面势垒消失. 这样, 在排斥力 $-\frac{d\Delta\Phi(x_0)}{dx_0}$ 作用下, 分别在

膜的两个表面形成的磁通线向体内运动, 在

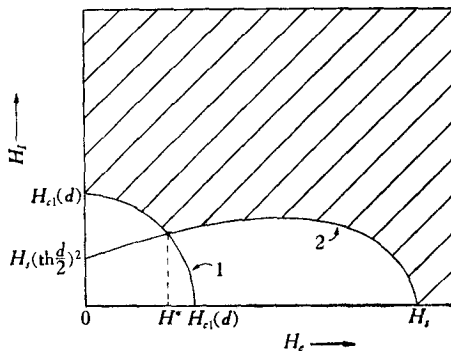


图 7

$x = 0$ 平面相遇, 发生磁通线切割, 经过交叉相联 (crossing-joining) 和伸直 (straightening) 后, 形成一排平行 z 轴的磁通线^[15,16]. 但是, 这种磁通线链能否稳定地存在呢? 用 Shmidt 文章^[5]的方法, 计算在膜的中心平面中出现一排平行 z 轴的磁通线时, 超导膜的热力学势增加值 $\Delta\Phi$, 得到

$$\Delta\Phi = \frac{4\pi}{\kappa ad} \left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch} \frac{d}{2}}\right) (H_{c1}(d) - H_c) + \frac{4\pi}{\kappa^2 ad} I_z. \quad (31)$$

重要的一点是: 在此表示式中, 只出现 H_c , 不出现 H_l . 因此, 当 $H_c < H^* < H_{c1}(d)$ 时, $\Delta\Phi > 0$, 上述磁通线链是不稳定的. 这意味着, 当 $H_c < H^*$ 时, 临界电流是由 (30) 式给出的. 采用非约化符号, 由此式得到

$$I_c = \frac{c}{2\pi} \{H_{c1}^2(d) - H_c^2\}^{\frac{1}{2}} \quad \text{当 } H_c < H^* \text{ 时}. \quad (32)$$

在 $H^* < H_c < H_{c1}(d)$ 区域, 曲线 1 位于曲线 2 的下方. 因此, 给定 H_c , 只要 $H_l \sin \theta > (H_l - H_c \cos \theta) \left(\operatorname{th} \frac{d}{2}\right)^2$, 超导膜处于混合态. 仿照上面的讨论, 可得出结论: 当 $H^* < H_c < H_{c1}(d)$ 时, 在超导膜混合态不能出现稳定的磁通线分布, 因而临界电流由方程 (23) 给出. 采用非约化符号, 得到

$$H_l^2 = \{H_c(H_l^2 + H_c^2)^{\frac{1}{2}} - H_c^2\} \left(\operatorname{th} \frac{d}{2\lambda}\right)^2. \quad (33)$$

图 8 给出 I_c 随 H_c 变化曲线. 图中 AB 段是按 (32) 式画的. 它是椭圆曲线的一段, 并且

$$I_c(0) = \frac{c}{2\pi} H_{c1}(d) \quad \text{当 } H_c = 0 \text{ 时}; \quad (34)$$

BC 段是按方程 (33) 画的. 和 AB 段相反, 在 BC 段, I_c 随 H_c 增加而增大. 图中 CDE 段是用虚线画出的. 它定性地表示出在 $H_c > H_{c1}$ 区域, I_c 随 H_c 的变化趋势. 它是根据下述考虑画出的:

在 $H_c > H_{c1}(d)$ 区域, 在超导膜的混合态, 能出现稳定的磁通线分布. 根据前述的理由, 可以看出, 在超导膜中, 开始出现的是一排平行 z 轴、位于 $x = 0$

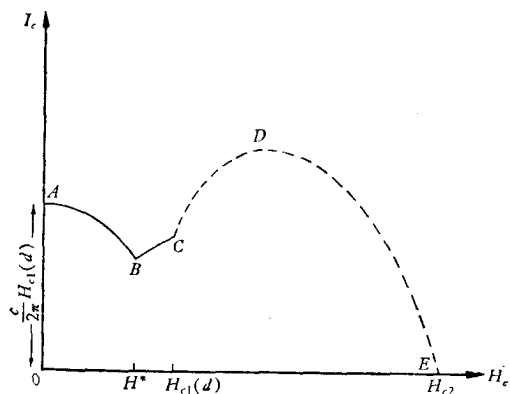


图 8

平面中的磁通线链. 随着 I 增大, 磁通线间距 a 减小, 磁通线之间的排斥能逐渐增大. 因此, 当 I 足够大时, 磁通线不再是只出现在 $x = 0$ 平面中, 它们还分布在 $x = x_0$ 和 $x = -x_0$ 平面内. 这样, 可降低磁通线之间的排斥能. 设位于 $x = x_0$ 和 $x = -x_0$ 平面中的磁通线和 z 轴夹角分别为 $\theta(x_0)$ 和 $\theta(-x_0)$. 随着 I 继续增大, 将出现更多排磁通线. 距中心平面越远, 磁通线倾斜角 $\theta(x)$ 越大. 这是一种螺旋结构. 在文献 [17] 中, Русинов 和 Мкртчян 分析一个在静磁场中, 超导膜的混合态结构, 得出结论: 表面的存在对磁通线格

子类型和格子常数均没有影响. 由此, 我们猜测, 当 $H_e > H_{c1}(d)$ 时, 在纵场中, 载流超导膜混合态的螺旋结构也和大块超导体的相同, 不受表面的影响. 根据磁通切割模型^[11,15,16], 当倾斜角梯度 $\frac{d\theta(x)}{dx}$ 超过一定临界值后, 上述螺旋结构不再是稳定的, 因而发生磁通线切割. 使螺旋结构开始出现不稳定的电流就是临界电流 I_c . Clem 和 Yeh 半定量地计算出由此机制决定的纵场临界电流曲线. 他们的结果总结在文献 [11] 的图 12 中. 图 8 中的虚线 CDE 就是参照 Clem 和 Yeh 算出的 I_c - H_e 曲线形状画出的.

由于图 8 中的曲线 CDE 和 ABC 反映了不同的临界电流机制, 所以很可能在 C 点, 临界电流曲线的微分呈不连续的跳跃.

2. $d_c < d < d_c$

注意到, 在此情形下,

$$H_e \left(\text{th} \frac{d}{2} \right)^2 > H_{c1}(d). \quad (35)$$

所以, 图 7 应由图 9 代替. 图 9 中曲线 1 和曲线 2 的意义和图 7 相同. 画斜线区域是混合态区域, 未画斜线的区域是迈斯纳态区域.

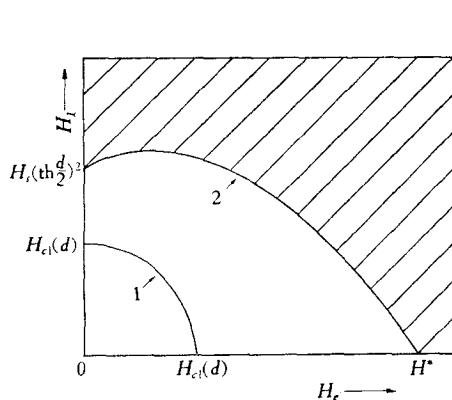


图 9

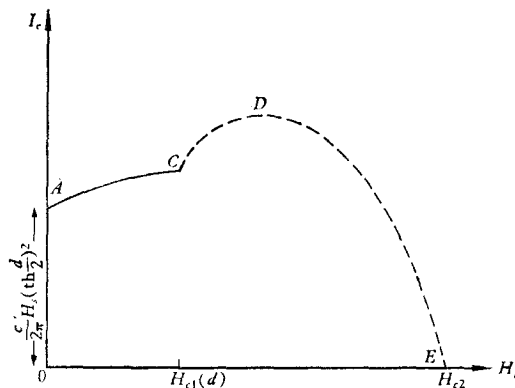


图 10

和图 7 不同, 在此情形, 曲线 2 完全位于曲线 1 之上. 因此, 临界电流曲线应如图 10 中曲线 ACDE 表示的. 在 C 点, $H_e = H_{c1}(d)$. 曲线 AC 是按方程 (33) 画的. 曲线 CDE 是根据文献 [11] 算出的 I_c - H_e 曲线形状画的. 注意到, 沿着 AC, I_c 随 H_e 增加而增大; 并且在 C 点, 曲线的导数可能是不连续的.

3. $d > d_c$

图 11 中的曲线以及标以斜线区域的意义和图 9 相同. 注意到, 曲线 2 是单调下降曲线. 仿照前面所述的分析, 可知, 临界电流曲线应如图 12 所示. AC 是单调下降曲线. 它的方程是 (33) 式. 如果把曲线 AC 按方程 (33) 延长, 那么它将与 H_e 轴交于 $H_e = H_c$ 点. A 点的纵坐标为

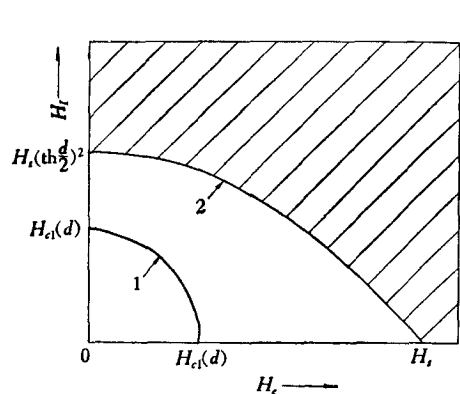


图 11

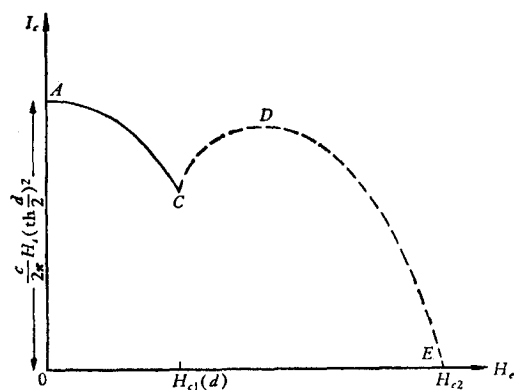


图 12

$$I_c(0) = H_s \left(\text{th} \frac{d}{2} \right)^2. \quad (36)$$

曲线 CDE 是参照文献 [11] 计算出的 I_c-H_s 曲线形状画的。注意到, C 点是个尖点。

六、低 κ 超导膜

再来讨论 $\kappa < \kappa_c$ 情形。此时, $d'_c > d_c$ 。

仿照第五节的分析,可以看到,当 $\kappa < \kappa_c$ 时,超导膜的临界电流曲线如图 8、图 12 和图 13 所示。它们分别适用于 $d < d_c$, $d > d'_c$ 和 $d_c < d < d'_c$ 超导膜。

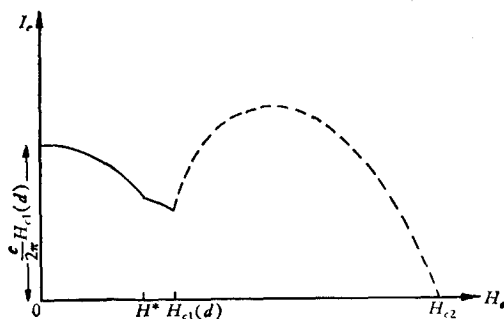


图 13

七、结 束 语

1) 从图 8、图 10 和图 12 可以看到,当 $\kappa > \kappa_c$ 时,只有对较薄 ($d < d_c$) 和较厚 ($d > d'_c$) 的超导膜才可以观察到纵场峰值效应。

2) 和 $\kappa > \kappa_c$ 超导膜不同,当 $\kappa < \kappa_c$ 时,不论膜的厚度取何数值,均能观察到纵场峰值效应。

3) 不论 κ 取何数值,当 $d \geq 5\lambda$ (非约化符号) 时,临界电流曲线均如图 12 所示。图中曲线 AC 的方程为 (27) 式,即

$$I_c = \frac{c}{2\pi} \{H_s^2 - H_c^2\}^{1/2}. \quad (37)$$

它是椭圆曲线的一部份。C 点是个尖点。这些正是文献 [7] 和 [8] 的作者观察到的纵场临界电流曲线的特点。

4) 本文讨论对于 $d \gg \lambda$ 超导膜是不适用的。理由如下: 我们知道, 当 $d \gg \lambda$ 时, 穿透层只是邻近表面的很薄一层。因此, 在膜的两个表面形成的磁通线一旦离开表面, 便不再受到迈斯纳电流的排斥作用, 这样也就不会发生我们在第五节中指出的磁通切割现象, 由此导出的结论——当 $H_c < H_{c1}(d)$ 时, 在纵场中, 载流的超导膜的混合态不能出现稳定的磁通线分布——自然也不再成立了。事实上, 对无限大超导体 ($d \gg \lambda$) 来说, 即使在 $H_c < H_{c1}$ 范围, 磁通线分布也是呈螺旋结构的, 并且这种分布是稳定的^[1]。文献 [11] 的分析表明了, 由这种结构决定的临界电流曲线是呈倒 U 字形的, 不出现峰值效应。

参 考 文 献

- [1] A. M. Campbell and J. E. Evetts, *Adv. Phys.*, **21**(1972), 199.
- [2] T. G. Berlincourt and R. R. Hake, *Phys. Rev.*, **131**(1963), 140.
- [3] S. H. Auter, E. S. Rosenblum and K. H. Gooen, *Phys. Rev. Lett.*, **9**(1962), 489.
- [4] W. DeSorbo, *Rev. Mod. Phys.*, **36**(1964), 90.
- [5] В. В. Шмидт, *ЖЭТФ*, **61** (1971), 398.
- [6] Л. П. Ичкидзе и В. И. Скобелкин, *ФНТ*, **7** (1981), 117.
- [7] J. Heaton and A. Rose-Innes, *Phys. Lett.*, **9**(1964), 112.
- [8] M. A. R. LeBlanc, *Phys. Lett.*, **16**(1965), 30.
- [9] 管惟炎等, *物理学报*, **30** (1981) 1284.
- [10] 吴杭生、顾一鸣, *物理学报*, **31** (1982), 1126.
- [11] J. R. Clem and S. Yeh, *J. Low Temp. Phys.*, **39**(1980), 173.
- [12] В. Л. Гинзбург и Л. Д. Ландау, *ЖЭТФ*, **20**(1950), 1064.
- [13] А. А. Абрикосов, *ЖЭТФ*, **46** (1964), 662.
- [14] C. P. Bean and J. D. Livingston, *Phys. Rev. Lett.*, **12**(1964), 14.
- [15] J. R. Clem, *J. Low Temp. Phys.*, **38**(1980), 353.
- [16] Е. Н. Brandt, *J. Low Temp. Phys.*, **39**(1980), 41.
- [17] А. И. Русинов и Г. С. Мкртчян, *ЖЭТФ*, **61** (1971), 773.

THE LONGITUDINAL CRITICAL CURRENT OF A THIN FILM OF TYPE II SUPERCONDUCTORS

WU HANG-SHENG GU YI-MING

(University of Science and Technology of China)

ABSTRACT

The structure of the mixed state of a current-carrying thin film of ideal type II superconductors in longitudinal magnetic field H_z is analysed. We show that the lossless current flow through the films in the mixed state is possible only if H_z is larger than $H_{c1}(d)$. The curves of longitudinal critical current obtained have complex structure and show peak effect in general. The main feature of the theoretical I_c - H_z curve of the films with thickness d larger than 5λ is identical with that observed by Heaton and Rose-Innes in $\text{Nb}_{35}\text{Ta}_{45}$ alloys.