

激光模简并解除及频差理论分析

张春平 张光寅

(南开大学固体能谱研究室)

吕可诚 巴恩旭 刘治国

(南开大学现代光学研究室)

1982 年 4 月 20 日收到

提 要

本文介绍了激光模简并解除的实验观察和模简并解除的原因。利用激光器的兰姆理论详细分析和计算了单模和多模运转时模简并解除后的频差,并给出了频差随腔调谐频率变化的曲线。

一、模简并解除的观察及频差的测量

光的偏振性质是光的重要属性之一。激光的偏振性质与普通光源发出的光的偏振性质又有很多不同的地方,因此需要详细研究与激光的偏振性质有关的物理问题。在没有外磁场的情况下,一般的内腔 He-Ne 激光器的各个纵模都是线偏振光而相邻激光模的偏振方向是互相垂直的^[1-3]。我们已经介绍了内腔 He-Ne 激光器的特殊偏振现象的实验观察和简并模频差的测量^[4]。我们测量的几支具有简并横模的 He-Ne 激光器的 TEM_{01} 和 TEM_{10} 模之间的频差值如表 1 所示。频差的数值因激光器而异,对于同一支激光器,随工作条件和调谐位置还有些小的变化。横模简并解除的原因是由于腔长的各向异性,反射镜上的双折射以及激活介质和模之间的相互作用。

表 1

激 光 器	内 腔 1	内 腔 2	半内腔 1
频差(兆赫)	1.82	2.2	1.65
模 式	$TEM_{00} + TEM_{01}^*$		

二、简并横模频差的理论分析

1. 单模运转

简并横模之间的频差的数值受腔的各向异性,反射镜上的双折射以及激活介质和模

之间相互作用等因素的影响。有的文献曾提到简并模频差的测量值^[5]，但还没有关于简并模频差的理论分析。我们利用激光器的兰姆理论分析，计算了上述的各个因素对简并横模间的频差的影响的大小。

首先考虑单纵模运转的情况，并设这个模是横模简并的。它由 TEM_{10} 和 TEM_{01} 模组成，相应的频率分别为 ν_p 和 ν_l 。除了特别说明以外，本文中所用的符号的意义与文献[6]和[7]相同。根据兰姆理论^[7]，简并模的两个成分的振幅方程为

$$\begin{aligned}\alpha_p &= \beta_p E_p^2 + \theta_{pl} E_l^2, \\ \alpha_l &= \beta_l E_l^2 + \theta_{lp} E_p^2.\end{aligned}\quad (1)$$

式中的 α_p , α_l , β_p , β_l , θ_{pl} , θ_{lp} , E_p 和 E_l 分别为两个模的增益系数、自饱和系数、互饱和系数和振幅。它们的频率方程为

$$\begin{aligned}\nu_p &= Q_p + \sigma_p + \rho_p E_p^2 + \tau_{pl} E_l^2, \\ \nu_l &= Q_l + \sigma_l + \rho_l E_l^2 + \tau_{lp} E_p^2,\end{aligned}\quad (2)$$

式中 Q_p , Q_l , σ_p , σ_l , ρ_p , ρ_l , τ_{pl} 和 τ_{lp} 分别为两个模 (记为 M_p 和 M_l) 的空腔谐振频率, 频率牵引系数, 自排斥系数和交叉排斥系数。简并横模之间的频差为

$$\Delta\nu_{pl} = \nu_p - \nu_l. \quad (3)$$

为了计算简并模的频差, 需要知道模振幅 E_p 和 E_l 。根据激光理论^[8]并为了简单, 我们可以认为模 M_p 和 M_l 的振幅与基模的振幅近似相等, 这对计算结果影响不大。因此, 我们就可以直接利用单模运转时的场振幅的表示式。设 $\bar{N}_{Tp}$, $\bar{N}_{Tl}$, Q_p 和 Q_l 分别为模 M_p 和 M_l 的阈值激发密度和 Q 值, 并假定激发是空间均匀的, 因此有

$$E_p^2 = 8 \left[\exp\left(-\frac{\nu_p - \omega}{k u}\right) - \frac{\bar{N}_{Tp}}{\bar{N}} \right] \left[1 + \frac{\gamma_{ab}^2}{\gamma_{ab}^2 + (\nu_p - \omega)^2} \right]^{-1} \left[\frac{B^2}{h^2 \gamma_a \gamma_b} \right]^{-1}, \quad (4)$$

$$E_l^2 = 8 \left[\exp\left(-\frac{\nu_l - \omega}{k u}\right) - \frac{\bar{N}_{Tl}}{\bar{N}} \right] \left[1 + \frac{\gamma_{ab}^2}{\gamma_{ab}^2 + (\nu_l - \omega)^2} \right]^{-1} \left[\frac{B^2}{h^2 \gamma_a \gamma_b} \right]^{-1}, \quad (5)$$

式中 B 为激光跃迁能级间的跃迁矩阵元。

由于这里考虑的一对简并横模之间的频差远小于纵模间距, 所以需要利用文献[6]中给出的方程(1)和(2)中的各个系数的表示式。根据我们所考虑的问题并做适当的近似: 取 $\gamma_{ab} = \gamma'_{ab}$, $c = 0$, $Z_{\max} = \pi^{1/2}$ 阈值激发密度为

$$\bar{N}_T = \hbar k u (Q_n B^2 \pi^{1/2})^{-1}. \quad (6)$$

自饱和系数为

$$\rho_n = F \gamma_{ab} (\nu_n - \omega) \gamma_{ab}^2 [\gamma_{ab}^2 + (\nu_n - \omega)^2]^{-1}, \quad (7)$$

$$\tau_{nm} = -F \{ \gamma_{ab} (\omega - \nu_n) [\gamma_{ab}^2 + (\omega - \nu_n)^2]^{-1} \pm 2 \Delta Q_{pl} \gamma_{ab} (\gamma_a \gamma_b)^{-1} \}. \quad (8)$$

上式中的“ $\pm$ ”号分别对应 $m = n \pm 1$, ΔQ_{pl} 为空腔时的频差, $F = \eta \nu_n B^2 (32 \pi \gamma_a \gamma_b Q_n \hbar^2)^{-1}$ 。由上述方程得

$$\begin{aligned}\Delta\nu_{pl} &= \frac{\eta \nu \gamma_{ab}}{4 \pi Q} \cdot \frac{\gamma_{ab}^2 + (\nu_{pl} - \omega)^2}{2 \gamma_{ab}^2 + (\nu_{pl} - \omega)^2} \left[\frac{4 \Delta Q_{pl}}{\gamma_a \gamma_b} e^{-\left(\frac{\nu_{pl} - \omega}{k u}\right)^2} - \frac{2 \Delta Q_{pl}}{\gamma_a \gamma_b} \left(\frac{\bar{N}_{Tp} + \bar{N}_{Tl}}{\bar{N}} \right) \right] \\ &+ \frac{\eta \nu \gamma_{ab}}{4 \pi Q} \cdot \frac{1}{2 \gamma_{ab}^2 + (\nu_{pl} - \omega)^2} \left[\Delta\nu_{pl} e^{-\left(\frac{\nu_{pl} - \omega}{k u}\right)^2} - \frac{\Delta\nu_{pl}}{2} \left(\frac{\bar{N}_{Tp} + \bar{N}_{Tl}}{\bar{N}} \right) \right]. \quad (9)\end{aligned}$$

利用迭代法求解方程(9)并代入如下的参数^[9]: $\gamma_a = 20$ 兆赫, $\gamma_b = 40$ 兆赫, $\gamma_{ab} = 30$ 兆赫, $k u = 1100$ 兆赫并取 $\eta = 1.5$, 腔长为 15 厘米, 输出镜透过率为 2%, 可得到

$$\Delta\nu_{pl} = \Delta Q_{pl}(1 + \alpha(Q_{pl})), \quad (10)$$

$$\alpha(Q_{pl}) = \frac{1.43 \times 10^{14}}{18 \times 10^{14} + (Q_{pl} - \omega)^2} \{0.175 \times 10^{-14} [9 \times 10^{14} + (Q_{pl} - \omega)^2] [4e^{-\frac{(Q_{pl}-\omega)^2}{\kappa u}} - 2.6] + [e^{-\frac{(Q_{pl}-\omega)^2}{\kappa u}} - 0.65]\}. \quad (11)$$

由(11)式可以得到 $\Delta\nu_{pl}$ 随调谐频率变化的曲线(如图1). 图1中的调谐参量为 $\Delta Q_{pl} - \omega$, ω 为原子跃迁的中心频率. 由(10), (11)式和图1可知简并横模的频差的大小主要决定于空腔的各向异性(包括反射镜上的双折射的影响)造成的频差 ΔQ_{pl} , 而激活介质与激光模的作用所形成的附加频差的最大值约为 $\frac{1}{6} \Delta Q_{pl}$.

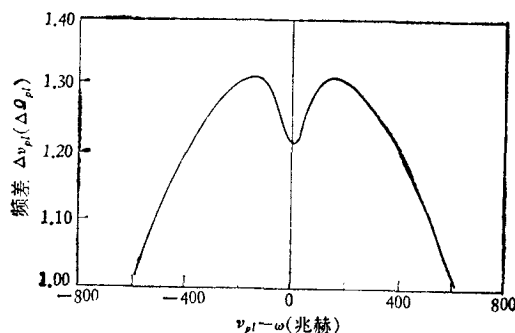


图1 简并模的频差随调谐频率的变化

2. 双简并模运转

设双简并模运转时的两个简并模为 M_1 和 M_2 , 平均频率为 ν_1 和 ν_2 . 我们仅讨论其中一个简并横模 M_1 的两个简并成分 M_p 和 M_l , 其频率为 ν_p 和 ν_l , 如图2所示. 在讨论激光模之间的相互作用时, 由于我们仅关心模 M_p 和 M_l 间的频差且 M_1 和 M_2 间的模间距很大, 所以可把 M_2 作为一个模来考虑. 这样, 就可以得到双简并模情况下的频差公式(已取 $\sigma_p \doteq \sigma_l$)

$$\Delta\nu_{pl} = \Delta Q_{pl} + \rho_p E_p^2 - \rho_l E_l^2 + \tau_{p1} E_l^2 - \tau_{pl} E_p^2 + \tau_{p2} E_2^2 - \tau_{l2} E_2^2. \quad (12)$$

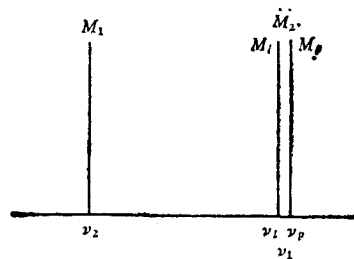


图2 简并模的频谱示意图

虽然可以利用兰姆理论中双模运转时的理论公式计算方程(12)中的 E_p^2 , E_l^2 和 E_2^2 随调谐的变化, 但是, 由于耦合类型的差异, 所得到的功率调谐曲线会有很大的不同, 在零磁场下 He-Ne 激光器的 6328 埃的跃迁是属于弱耦合的^[9]. 为了得到我们所用的激光器的实际功率调谐曲线, 我们利用与文献[4]图1类似的装置进行了测量. 利用激光腔长的自然伸长或外加冷、热风控制使腔长变化时, 各个激光模依次扫过多普勒增益曲线. 为了使照相机能清楚地拍下其中一个激光模的功率调谐曲线, 我们在荧光屏前放置一个随激光模同步移动的狭缝. 此狭缝仅让一个激光模的示波图形通过而到达照相机. 照相机拍下的这个激光模一次通过增益曲线的图形如图3(a)所示, 这个图形的上端的包迹即为这

个模的功率调谐曲线。为了拍摄具有横模的四模运转时的功率调谐曲线,可放宽狭缝让一个基模和一个最邻近的横模的示波图形通过而到达照相机,狭缝仍与模同步运动,就可得到如图 5(b) 所示的图形。我们用国内几个单位的内腔 He-Ne 激光器进行测量都得到类似的曲线,即使在对称调谐位置也不会出现一个模被抑制掉的情况,只是出现小的下凹,非常类似于无耦合时的功率调谐曲线。我们的结果与文献 [6] 的结果不同,这可能是我们使用的是内腔激光器,偏振方向互相垂直的两个模之间的耦合变弱,另外管内气压较高,碰撞交叉弛豫过程较强。由交叉弛豫理论^[10]可知,激光模的功率近一半是烧孔区域外的激发粒子提供的。因此,即使两个激光模的烧孔区相重合,也不会出现一个模完全消失的情况。由扫描干涉仪测量的模间距和图 3(a) 可得到模 M_1 和 M_2 的功率调谐曲线,如

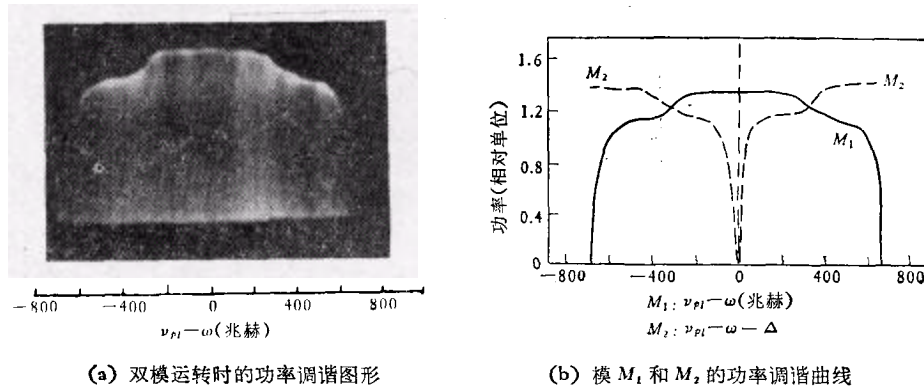


图 3

图 3(b) 所示。我们假定在 $\nu_1 = \frac{\Delta}{2} + \omega$ (Δ 为纵模间距) 时, 图 3(b) 中的功率曲线对应的 E_i^2 的值与无耦合时的值 E_{i0}^2 近似相等, 从而由图 3(b) 得出各个调谐位置的归一化的 E_i 的值。当 $\Delta = 650$ 兆赫, $Z_i \left(\omega + \frac{\Delta}{2} - \omega \right) \approx 1.2$ 可得到

$$E_{i0}^2 = \frac{8[1.2\eta^2\pi^{1/2} - 1]}{\frac{\eta_i^2 B^2}{\hbar^2 \gamma_a \gamma_b} \left[\frac{2\gamma_{ab}^2 + \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2}{\gamma_{ab}^2 + \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2} \right]} \quad (13)$$

与单模中的处理类似, 我们可得到 M_p 和 M_l 的 E_p^2 和 E_l^2 随调谐变化的表示式

$$E_i^2 = \frac{8[1.2\eta_i^2\pi^{1/2} - 1]}{\frac{\eta_i^2 B^2}{\hbar^2 \gamma_a \gamma_b} \left[\frac{2\gamma_{ab}^2 + \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2}{\gamma_{ab}^2 + \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2} \right]} f \quad i = p, l, \quad (14)$$

式中 f 为由图 3(b) 所确定的功率调谐变化的相对系数。计算 $\Delta\nu_{pl}$ 时, 我们把(12)式右边分成两部分, 与 E_i^2 有关的项单独考虑, 其他项的处理与单模时类似。由方程(7), (8)和(14)得到

$$(\Delta\nu_{pl})_1 = \Delta Q_{pl} \left\{ 1 + \frac{\eta\nu\gamma_{ab}}{4\pi Q} \left[\frac{2}{\gamma_a\gamma_b} + \frac{0.5}{\gamma_{ab}^2 + (\nu_{pl} - \omega)^2} \right] \right\} (f_p + f_l), \quad (15)$$

式中

$$f_i = \frac{\left[\gamma_{ab}^2 + \left(\frac{\Delta}{2} \right)^2 \right] [1.2\eta_i^2\pi^{1/2} - 1] f}{\eta_i^2 \left[2\gamma_{ab}^2 + \left(\frac{\Delta}{2} \right)^2 \right]} \quad i = p, l. \quad (16)$$

代入 $\eta_p = 1.5$, $\eta_l = 1.6$, $\gamma_a = 20$ 兆赫, $\gamma_b = 40$ 兆赫和 $\nu/Q = 26 \times 10^6$ 赫等有关数值, 由(15)式计算的 $(\Delta\nu_{pl})_1$ 的调谐曲线如图 4 中的曲线 1 所示. 其次, 再考虑模 M_2 对频差的影响, 因为模间距 $\Delta\nu_{p2} = \nu_p - \nu_2 \approx \Delta\nu_{l2} \gg \gamma_a, \gamma_b$, 所以

$$(\Delta\nu_{pl})_2 = (\tau_{p2} - \tau_{l2}) E_2^2 = \frac{\eta\nu\gamma_{ab} B^2}{32\pi Q \gamma_a \gamma_b \hbar^2} \left[\frac{\frac{1}{2} \Delta\nu_{pl}}{\gamma_{ab}^2 + (\nu_{p2} - \omega)^2} \right] E_2^2, \quad (17)$$

式中

$$E_2^2 = \frac{16\hbar^2 \gamma_a \gamma_b}{B^2} \left(\frac{1.2\eta^2}{\pi^{1/2}} - 1 \right) \left(\frac{\gamma_{ab}^2 + \left(\frac{\Delta}{2} \right)^2}{2\gamma_{ab}^2 + \left(\frac{\Delta}{2} \right)^2} \right) f_2. \quad (18)$$

这里 f_2 为由图 3(b) 确定的功率随频率变化的因子. 由模 M_2 引起的附加频差 $(\Delta\nu_{pl})_2$ 的调谐曲线如图 4 中曲线 2 所示, 这个附加频差值较小且只出现在对称调谐位置, 总频差 $\Delta\nu_{pl}$ 为 $(\Delta\nu_{pl})_1$ 和 $(\Delta\nu_{pl})_2$ 之和. 在中心调谐处有最大值. 图 4 中的频差以 ΔQ_{pl} 为单位.

3. 四模运转情况

在我们测量的有简并横模的几支激光器中, 通常都有两个简并横模和两个弱的基模频率成分. 图 5(a) 表示由扫描干涉仪测量的频谱图. 其中, M_3 和 M_4 为两个相邻的基模, M_1 和 M_2 为两个相邻的 TEM_{01}^* 模. 仅需要考虑 M_1

中包含的 M_p 和 M_l 两个简并成分, 利用

前述的方法同时测得 M_1 和 M_3 的功率调谐图形如图 5(b) 所示, 由它的包迹可得功率调谐曲线. 为了画出四个模的功率调谐曲线, 我们选定 M_1 和 M_3 的功率调谐曲线如图 5(b) 中的图形的包迹所示, 因为 M_2 和 M_4 的功率调谐曲线的形状与 M_1 和 M_3 的相同, 只是在频率位置上差一个纵模间距. 因此, 只要把 M_1 和 M_3 对应的曲线同时向高频边和低频边各平移半个纵模间距, 即得到 M_1-M_4 的功率调谐曲线(图 6(a)). 图 6 中的横坐标是对应 M_1 画的, 对应 M_2 的频率值为 $\nu_{pl} - \omega - \Delta$, 对应 M_3 的频率值为 $\nu_{pl} - \omega - \Delta_T$, M_4 的频率值为 $\nu_{pl} - \omega - \Delta - \Delta_T$, Δ 和 Δ_T 分别为纵模和横模间距.

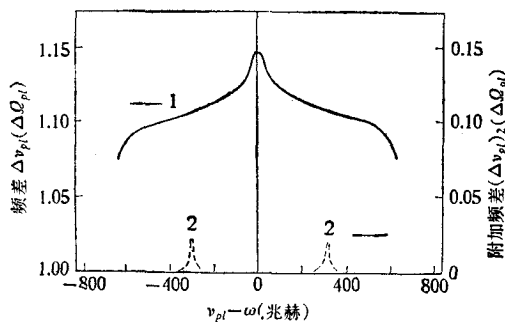


图 4 简并模频差的调谐曲线

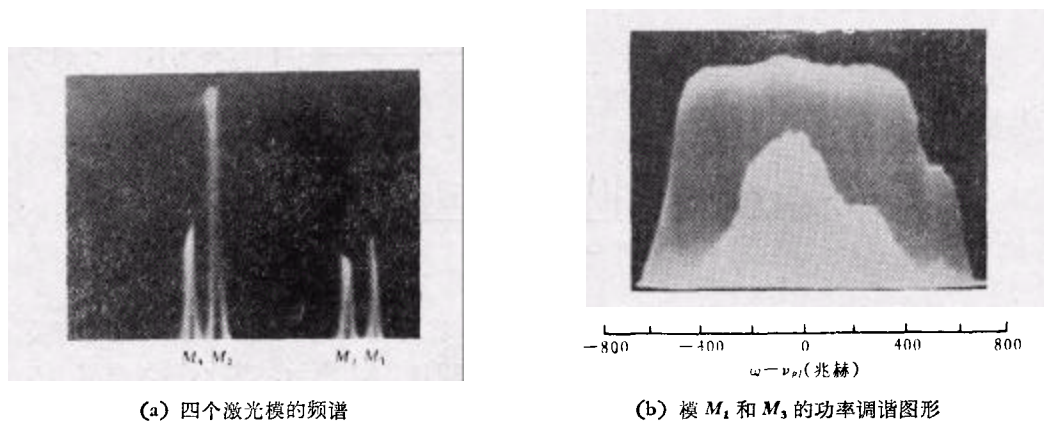


图 5

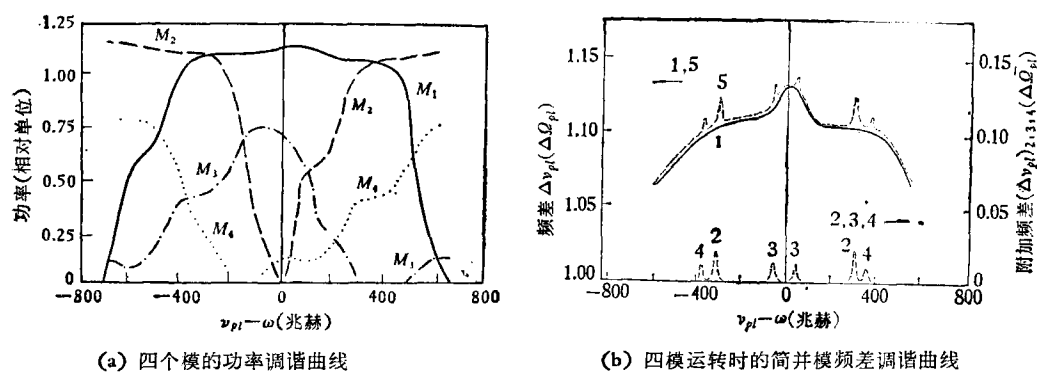


图 6

利用双模运转中所述的分析方法和类似的公式可得知模 M_2 , M_p 和 M_l 对频差的影响与双模运转时类似,只是因功率调谐曲线不同而稍有变化.由计算得到的模 M_p 和 M_l 产生的频差 $(\Delta\nu_{pl})_1$ 和 M_2 引起的频差 $(\Delta\nu_{pl})_2$ 如图 6(b) 中的曲线 1 和 2 所示.与模 M_p 和 M_l 的模间距很大的 M_3 和 M_4 产生的附加频差仅出现在对称调谐位置. M_3 和 M_4 相对于 M_p (或 M_l) 的对称调谐位置分别在 ± 50 兆赫和 ± 375 兆赫.根据图 6(b) 中的功率调谐曲线和类似于(18)式可算出 M_3 和 M_4 所引起的附加频差 $(\Delta\nu_{pl})_3$ 和 $(\Delta\nu_{pl})_4$,如图 6(b) 中的曲线 3 和 4 所示.这几个频差之和即为总的频差 $\Delta\nu_{pl}$,如图 6(b) 中曲线 5 所示.图 6 中的频差值均以 ΔQ_{pl} 为单位.

三、讨 论

由图 1、图 4 和图 6 可看出,在中心频率处,单模时的频差曲线呈现下凹,而多模时则呈现上凸.这种差别主要是由频差公式中简并模本身的模强度引起的,由频差公式可看出,除了其他因子以外,可以近似地认为频差与模强成正比.单模激光器的功率曲线在中心频率处出现“兰姆下陷”,而多模运转时,功率调谐曲线在中心频率处则不出现下陷(参看图 3 和图 6).另外,在多模时的频差公式中的另一个随频率变化的因子在中心频率处有最大值,这也使得多模时的频差在中心频率处出现最大值.由上述的计算可以看出,简

并模的频差的大小主要决定于空腔的各向异性(包括反射镜膜层的双折射)引起的频差 ΔQ_{pl} 。激光模的作用所产生的附加频差约为 ΔQ_{pl} 的 1/10 左右,在这当中,简并模本身的相互作用又是主要的,其他的模仅在对称调谐位置由于烧孔重叠引起耦合加强才有小的贡献。在腔长的一个调谐周期内,简并模的频差的变化约在 $1.15-1.06\Delta Q_{pl}$ 之间。在调谐曲线两端,由于激光功率迅速减小,频差也减小。在调谐过程中,始终有两个简并横模存在,由于二者所处的频率位置不同,因而二者产生的频差也稍有不同。因此,可以预计到在频差的周期变化中有时会出现两个非常靠近的频率成分。我们利用频谱仪观察频差变化时,可以看到差频信号所占的频域较宽,有时会变成稍微分开的两个成分,其变化的最大范围约为 150 千赫,通常为几十千赫。引起频差起伏的另一原因是腔长的不对称性起伏。不同的激光器的简并横模的频差不同是由于各个激光器的空腔不对称性的差异不同和激光功率不同引起的。由计算可知,若简并横模间的频差为 2 兆赫时,相当于腔长的各向异性差为 17 埃。由此也可以估计反射镜的曲率半径的各向异性的大小(介质镜膜层的双折射引起的频差一般为几十千赫到几百千赫)。理论预计与实验观测是一致的。

参 考 文 献

- [1] D. Lenstral and G. C. Herman, *Physica*, **95**(1978), 405.
- [2] East K Hasle, *Optics Commun*, **31**(1979), 206.
- [3] D. Lenstral, *Physics Reports*, **59**(1980), 301.
- [4] 张春平等, *物理学报*, **31**(1982), 1541.
- [5] J. P. Goldsbough, *Appl. Opt.*, **3**(1964), 267.
- [6] R. L. Fork and M. A. Pollack., *Phys. Rev.*, **139A**(1965), 1408.
- [7] W. E. Lamb, *Phys. Rev.*, **134A** (1964), 1429.
- [8] H. Kogelnik and T. Li, *Appl. Opt.*, **5**(1966), 1550.
- [9] M. Sargent, W. E. Lamb, Jr and R. L. Fork, *Phys. Rev.*, **164**(1967), 450.
- [10] P. W. Smith, *J. Quantum Electronic*. **QE-8**(1972), 704.

REMOVAL OF LASER MODE DEGENERACY AND THEORETICAL ANALYSIS OF THEIR FREQUENCY DIFFERENCE

Zhang Chun-pin Zhang Guang-yin

(Solid Energy Spectrum Laboratory, Nankai University)

Lü Ke-cheng Ba En-xu Liu Zhi-guo

(Modern Optics Laboratory, Nankai University)

ABSTRACT

This paper presents experimental observations and the cause for removal of laser mode degeneracy. Frequency difference between degenerate laser modes were analyzed and calculated in detail. Graphical plot of frequency difference between degenerate laser modes after removing degeneracy versus cavity detuning is given.