

一维离子导体 α -LiIO₃ 中空间电荷涨落 导致的光衍射现象的理论解释 (II)

各 向 同 性 模

顾世杰 李荫远

(中国科学院物理研究所)

1982年7月1日收到

提 要

本文进一步用文献[1]中建立的理论,处理 α -LiIO₃ 单晶在 c 向加静电场后出现的偏振不变的两类衍射带:(1)垂直于 c 轴的广角衍射带(第一类);(2)与 c 轴成倾角的小角衍射带(第二类). 理论证明了前者在入射光垂直于 c 轴时有可能产生很弱的 $o \rightarrow o$ 和 $e \rightarrow e$ 衍射;而当转动晶体使入射方向与 c 轴夹角 α 由 90° 减小时, $o \rightarrow o$ 模的强度不变而 $e \rightarrow e$ 模则单调地成倍增加^[1]. 我们还发展了比文献[1]中给出的更为普遍的理论表达式,并针对第二类现象讨论了近乎平行于锥面的生长层上离子富集和涨落所引起的衍射带^[1]. 从衍射带角宽不大于 8° 这一事实估算出,生长层方向偏离程度不超过 2° , 平均间隔不小于 $5\mu\text{m}$. 同样的模型也解释了 $o \rightarrow e$ 和 $e \rightarrow o$ 的衍射光斑的现象^[1].

一、引 言

实验观察到^[2,5,6],当沿 α -LiIO₃ 的 c 向加一静电场后,会产生两种性质不同的光衍射现象. 一种衍射是入射光同衍射光的偏振方向不同,我们称之为各向异性衍射,在文献[1]中对它已经作了圆满的理论解释;另一种衍射是入射光同衍射光的偏振方向相同,我们称之为各向同性衍射. 对于后一种衍射,按文献[2]又可分为两类:第一类是衍射带垂直于 c 轴的;第二类是与 c 轴成倾角的. 本文主要是对这两类各向同性衍射模作出理论解释. 为此,先将文献[2,5,6]中观察到的有关这两类现象的一些特点简述如下:

关于第一类,当入射光垂直于 c 轴时,只能观察到很弱的或甚至观察不到 $o \rightarrow o$ 和 $e \rightarrow e$ 的衍射. 只有当入射光偏离 c 轴的垂直方向时,才能有较强的 $e \rightarrow e$ 衍射. 其衍射带的形状和弛豫时间与各向异性模的一样,但其衍射强度分布相对于透射光斑是左右对称的.

关于第二类,在入射光垂直于 c 轴时,只观察到 $o \rightarrow o$ 和 $e \rightarrow e$ 模,而无 $o \leftrightarrow e$ 模. 衍射带同 c 轴成多种倾角. 衍射带较短,最大衍射角仅有几度. 能否观察到这类现象,这与衍射带的形状及入射方向密切相关,而且此类现象并不是在所有样品或同一样品中所有部位都能被观察到. 其弛豫时间要比垂直于 c 轴的衍射现象的弛豫时间短几个数量

级。

另外,在文献[4]中还观察到,当以 C 面作通光面,入射光同 c 轴成一定角度时,会产生很弱的 $o \rightarrow e$ 和 $e \rightarrow o$ 的衍射光斑。

由于第一类偏振面不变的衍射(简称第一类问题),它的弛豫行为和带的形状同文献[1]中讨论过的各向异性衍射模是相同的,所以它们的根源也应是相同的。在第二节中计算的结果将表明情况正是这样。而第二类偏振面不变的衍射(简称第二类问题),其带的方向同 c 轴成几个不同的倾角,在文献[1]的模型中只存在波矢 $\mathbf{K}$ 垂直于 c 轴的光栅,所以不可能产生不垂直于 c 轴的衍射带。从它们的弛豫行为差别很大来看,它们的产生根源也应是不同的。我们同意文献[3]的论断,这可能是由于在晶体中存在某种特定的,其分布有较强的规律性的缺陷(如一系列生长层的界面等¹⁾),在通电流后,电荷在这类缺陷上的缀饰而形成特定的光栅所致。为简便起见,凡在文献[1]中已经建立的公式这里不再列出,引用时以编号(I.1)表示文献[1]中的(1)式。

二、第一类偏振面不变的衍射

用文献[1]中讨论各向异性模的完全相同的方法,各向异性的电荷密度涨落 $\delta\rho(x, y)$ 引起的厚相位光栅的波矢 $\mathbf{K}$ 垂直于 c 轴。以L型晶体为例,取右手坐标系, c 轴同 z 轴重合。设入射光在 yz 平面内,与 c 轴相交角为 α 。 $\mathbf{K}_1$ 和 $\mathbf{K}_2$ 分别为入射光和衍射光的波矢, $\mathbf{K}$ 为满足布拉格条件

$$\mathbf{K}_2 = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K} \quad (1)$$

的光栅波矢。由于 $\mathbf{K}$ 必定在垂直于 c 轴的平面内,所以 $\mathbf{K}_2$ 的矢头必定落在衍射光的波矢面(图1中未画出,见文献[1]的图4)同通过 $\mathbf{K}_1$ 矢头并垂直于 c 轴的平面的交线上。不管衍射光是 o 光(波矢面为一球)还是 e 光(波矢面为一旋转椭球),这交线是以 z 轴为中心的一个圆。所以所有 $\mathbf{K}_2$ 与 z 轴的夹角都等于 α ,而且 $|\mathbf{K}_2| = |\mathbf{K}_1|$ 。 $\mathbf{K}_2$ 的方向由 $\mathbf{K}_2$ 在 xy 平面上的投影与 y 轴的夹角 θ 和角 α 所确定。我们

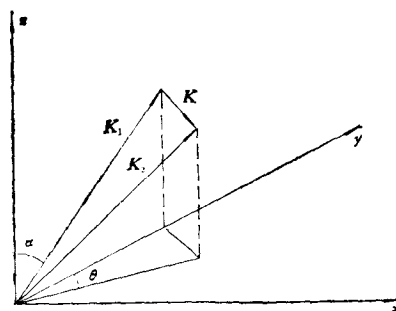


图 1

还是从(I.11)式

$$C = |\mathbf{e}_{1i} \cdot \delta\epsilon_{ik} \cdot \mathbf{e}_{2k}| / \sqrt{K_{1y}K_{2y}} \quad (2)$$

出发来讨论各种模的衍射强度,其中 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 分别为入射光和衍射光的电位移方向上的单位矢量, $\delta\epsilon_{ik}$ 为电荷密度涨落引起的介电张量的变化,见(I.9)式。

先计算 $o \rightarrow o$ 模,有 $\mathbf{e}_1 = \mathbf{i}, \mathbf{e}_2 = \mathbf{i} \cos \theta - \mathbf{j} \sin \theta$,代入(2)式,得到

$$C_{o \rightarrow o} = |\delta\epsilon_{11} \cos \theta - \delta\epsilon_{12} \sin \theta| = 0. \quad (3)$$

因为在文献[1]中已知 $\delta\epsilon_{11} = \delta\epsilon_{12} = 0$ 。

对于 $e \rightarrow e$ 模,这时 $\mathbf{e}_1$ 和 $\mathbf{e}_2$ 分别在入射面和出射面内,所以有 $\mathbf{e}_1 = \mathbf{j} \cos \alpha - \mathbf{h} \sin \alpha$,

1) 在本文后面简单地称这类缺陷为生长层界面。

$\mathbf{e}_1 = (i \sin \theta + j \cos \theta) \cos \alpha - k \sin \alpha$. 而 $\mathbf{K}$ 的单位矢量 $\mathbf{k}$ 的分量为 $k_1 = \cos(\theta/2)$, $k_2 = -\sin(\theta/2)$, $k_3 = 0$, 代入 (2) 式得到

$$C_{e \rightarrow e} = |\cos \alpha \delta \epsilon_{2j} c_{2j} - \sin \alpha \delta \epsilon_{3j} c_{3j}|.$$

由于 $\delta \epsilon_{21} = \delta \epsilon_{22} = \delta \epsilon_{33} = 0$, 所以

$$C_{e \rightarrow e} = |\delta \epsilon_{23} \sin \alpha \cos \alpha + \delta \epsilon_{32} \sin \alpha \cos \alpha \cos \theta + \delta \epsilon_{31} \sin \alpha \cos \alpha \sin \theta|,$$

其中(略去了因子 $\delta \rho$)

$$\begin{aligned} \delta \epsilon_{23} &= \delta \epsilon_{32} = (\gamma_{41} k_1 + \gamma_{42} k_2) \epsilon_{33} / |K|, \\ \delta \epsilon_{31} &= \delta \epsilon_{13} = (\gamma_{42} k_1 - \gamma_{41} k_2) \epsilon_{33} / |K|, \\ \sqrt{K_{1y} K_{2y}} &= 2\pi n_e [\bar{\alpha}] |\sin \alpha| \sqrt{\cos \theta} / \lambda, \\ |K| &= 4\pi n_e [\bar{\alpha}] \left| \sin \alpha \sin \frac{\theta}{2} \right| / \lambda. \end{aligned} \quad (4)$$

上式代入 $C_{e \rightarrow e}$ 的表达式中, 得到

$$\begin{aligned} C_{e \rightarrow e} &= \\ &= \frac{|\sin \alpha \cos \alpha \left[(1 + \cos \theta) \left(\gamma_{41} \cos \frac{\theta}{2} - \gamma_{42} \sin \frac{\theta}{2} \right) + \sin \theta \left(\gamma_{42} \cos \frac{\theta}{2} + \gamma_{41} \sin \frac{\theta}{2} \right) \right] \epsilon_{33}}{|K| \sqrt{K_{1y} K_{2y}}} \\ &= \frac{n_e^2 \lambda^2 \gamma_{41}}{4\pi^2 n_e^2 [\bar{\alpha}]} \left| \frac{\cos \alpha \cot \frac{\theta}{2}}{\sin \alpha \sqrt{\cos \theta}} \right|, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $n_e [\bar{\alpha}]$ 的定义和文献[1]中所用的相同, 这里 $\bar{\alpha} = (\pi/2) - \alpha$.

从(3)和(5)式出发就能解释实验中所观察到的现象: 对于 $o \rightarrow o$ 模, (3)式的 $C_{o \rightarrow o} = 0$ 说明这样的衍射模强度为零, 即是不出现的. 对于 $c \rightarrow c$ 模, 从(5)式看出, 也只有当 $\alpha \approx \pi/2$ (入射光不垂直于 c 轴)时, 才不为零. 为了看出衍射强度是怎样随 α 变化的, 我们需要求出 $\eta N(\mathbf{K}) \sim C_{e \rightarrow e}^2 N(\mathbf{K})$. 按文献[1]中所述, $N(\mathbf{K}) \sim |d\mathbf{K}/d\theta|$. 从图1可以直截了当地看出

$$\left| \frac{d\mathbf{K}}{d\theta} \right| = \sqrt{\left(\frac{dK_x}{d\theta} \right)^2 + \left(\frac{dK_y}{d\theta} \right)^2} = K_c \sin \alpha.$$

略去常数因子 ($n_e [\bar{\alpha}]$ 变化不大, 也看作常数), 得到相对的衍射强度

$$I_{c \rightarrow c} \sim C^2 N(\mathbf{K}) \sim \left| \frac{\cos^2 \alpha \cot^2 \frac{\theta}{2}}{\sin \alpha \cos \theta} \right|. \quad (6)$$

当 α 偏离 $\pi/2$ 很小时, $\cos \alpha \approx (\pi/2) - \alpha$, 因之衍射强度正比于 $[(\pi/2) - \alpha]^2$, 这正是实验所观察到的情况. α 从 $\pi/2$ 减小时, 强度单调地增强. 现在以垂直于 y 轴的面作为通光面时, α 不可能小于 55° , $0 < \theta < 90^\circ$, 所以 (6) 式不会发散. 然而要观察 $\alpha < 55^\circ$ 的现象, 只有以 c 面(垂直于 c 轴)作为通光面时才有可能. 这时 (5) 式的推导不变, 只是现在要把 (5) 式中的因子 $\sqrt{K_{1y} K_{2y}}$ 变成 $\sqrt{K_{1z} K_{2z}}$, 相当于把其中的分母因子 $\sin \alpha \sqrt{\cos \theta}$ 改成 $\cos \alpha$. 这样 (6) 式变为

$$I_{c \rightarrow c} \sim \left| \sin \alpha \cot^2 \frac{\theta}{2} \right|. \quad (7)$$

从图 1 可看出, 这时衍射光带是一圆弧, α 越小, 圆弧的曲率半径越小. 而衍射强度也是随着 α 减小(入射光趋于平行于 c 轴)而减弱, 直至入射光完全平行于 c 轴时, 与垂直于 c 轴时一样, $c \rightarrow c$ 衍射完全消失.

显然, 这种模式的衍射强度的分布相对于透射光斑($\theta = 0$)是对称的.

至于在实验中有时也能在入射光垂直于 c 轴时观察到很微弱的 $o \rightarrow o$ 和 $c \rightarrow c$ 模的衍射, 这可能是下列两种原因所产生的: 第一, 如文献[1]中所讨论的, 由于可能存在沿 c 轴方向的涨落, 光栅波矢 $\mathbf{K}$ 可以有一个很小的 z 向分量, 从而导致 $o \rightarrow o, c \rightarrow c$ 模的产生. 第二, 如果考虑二次衍射, 那么一次的 $o \rightarrow c$ (或 $c \rightarrow o$) 衍射后的第二次衍射 $c \rightarrow o$ ($o \rightarrow c$) 就可能产生 $o \rightarrow o$ ($c \rightarrow c$) 的衍射. 当然这是很弱的, 而且相继两次的衍射不对称性是相反的, 平均后不对称的效果也会消失, 这样产生的 $o \rightarrow c \rightarrow o$ 或 $c \rightarrow o \rightarrow c$ 模也是对称的. 以上二者导致的衍射强度可能是同数量级的.

三、一般情况

至此, 我们只讨论了那些波矢 $\mathbf{K}$ 垂直于 c 轴的厚光栅所产生的衍射现象. 以下我们讨论 $\mathbf{K}$ 在任意方向的问题. 当空间电荷按照某种特定缺陷的分布而出现空间涨落时, 这种缀饰^[3,7]加强潜在的“光栅型”不均匀性的衍射效应, $\mathbf{K}$ 的方向为缺陷的空间分布的特性所决定. 如文献[3]考虑了 $\alpha\text{-LiIO}_3$ 六个生长锥面, 则 $\mathbf{K}$ 基本上在六个锥面的法线方向上, 其绝对值为生长层之间的间隔所决定. 为此, 先写出可取任意方向的 $\mathbf{K}$ 的理论分析. 这既与下面的问题有关, 而且也有普遍意义. 也可以用于以光学或声学的方法在这类晶体中建立起各种波矢 $\mathbf{K}$ 的光栅.

以 $\alpha\text{-LiIO}_3$ 晶体作为例子. 但本方法可用于任何对称类型的单轴晶体. 设晶体内有一电荷密度涨落 $\delta\rho(\mathbf{r})$, (I.4) 式作傅氏展开后, 考虑各正弦光栅的衍射情况. 为简单起见, 只讨论垂直于 c 轴入射的情况. 即 $c \parallel z$, $\mathbf{K}_1$ 沿 y 轴, 见图 2. 取通过 $\mathbf{K}_1$ 的 Σ 面同 zx

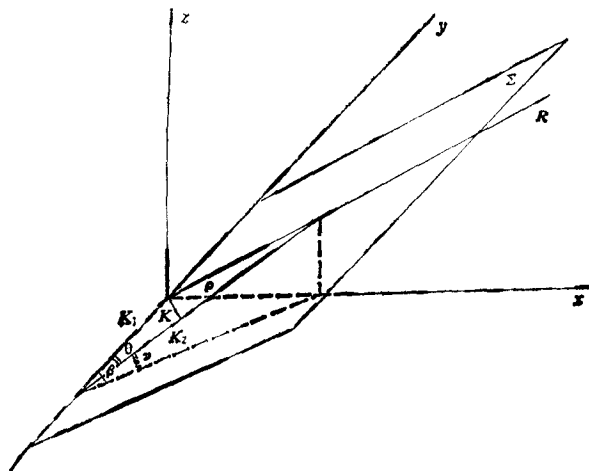


图 2

平面的交线 $\mathbf{R}$ 与 x 轴的夹角为 ρ . $\mathbf{R}$ 指向正 z 向时, ρ 为正. 讨论衍射光 ($\mathbf{K}_2$) 在 Σ 面上的情况. $\mathbf{K}_2$ 同 $\mathbf{K}_1$ 的夹角为衍射角 θ . $\mathbf{K}_2$ 指向正 $\mathbf{R}$ 边时 (即 $\mathbf{K}_2 \cdot \mathbf{R} > 0$) θ 为正, 反之为负. ρ 的范围为 $-\pi/2 \rightarrow \pi/2$, θ 为 $-\pi \rightarrow \pi$, 这包括了全空间的衍射情况. 由于下面的计算都是一些繁复的三角和代数的运算, 这里不仔细地列出全部运算过程, 只把最后结果和有关的量写出. 从图 2 可算出波矢 $\mathbf{K}$ 的单位矢量的分量为

$$k_1 = \sin \alpha \cos \rho, \quad k_2 = -\cos \alpha, \quad k_3 = \sin \alpha \sin \rho,$$

$$\sin \alpha = \sin \theta |K_2/K|, \quad \cos \alpha = (|K_1| - |K_2| \cos \theta)/|K|,$$

以及各种光的单位偏振矢量为

$$o \text{ 光: } \mathbf{e}_1 = \mathbf{i}, \quad \mathbf{e}_2 = \mathbf{i} \cos \beta - \mathbf{j} \sin \beta,$$

$$e \text{ 光: } \mathbf{e}_1 = \mathbf{h}, \quad \mathbf{e}_2 = -(\mathbf{i} \sin \beta + \mathbf{j} \cos \beta) \sin \nu + \mathbf{h} \cos \nu,$$

其中

$$\sin \nu = \sin \theta \sin \rho, \quad B(\theta, \rho) = \sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \rho} = \cos \nu,$$

$$\sin \beta = \sin \theta \sin \rho / B(\theta, \rho), \quad \cos \beta = \cos \theta / B(\theta, \rho). \quad (8)$$

最后从图 2 可以看出, e 光的 $\mathbf{e}_2$ 与 c 轴的夹角为 ν . 这样即可直截了当地写出

$$o \rightarrow o \text{ 模: } C_{o \rightarrow o} = \frac{n_0^2 \gamma_{13} \lambda^2}{8\pi^2 n_c^2 B(\theta, \rho)} \left| \sin \rho \cot \frac{\theta}{2} \sqrt{\cos \theta} \right|; \quad (9)$$

$$e \rightarrow e' \text{ 模: } C_{e \rightarrow e'} = \frac{n_c^{3/2} \lambda^2 |\sin \theta \sin \rho|}{4\pi^2 A_2(\theta) B(\theta, \rho) \sqrt{n_c[\nu]} \cos \theta} \left| \gamma_{33} n_c B^2(\theta, \rho) - \gamma_{41} n_c \sin \theta \cos \rho \right. \\ \left. - \gamma_{42} [n_c[\nu] \sin^2 \theta \cos^2 \rho - (n_c - n_c[\nu] \cos \theta) \cos \theta] \right|; \quad (10)$$

$$o \rightarrow e' \text{ 模: } C_{o \rightarrow e'} = \frac{n_c^2 \lambda^2}{4\pi^2 A_3(\theta) \sqrt{n_0 n_c[\nu]} \cos \theta} \left| \gamma_{41} (n_0 - n_c[\nu] \cos \theta) B(\theta, \rho) \right. \\ \left. + n_c[\nu] \sin \theta [\gamma_{42} \cos \rho B(\theta, \rho) - n_0^4 \gamma_{13} \sin^2 \theta \sin^2 \rho \cos \rho / n_c^4 B(\theta, \rho)] \right|; \quad (11)$$

$$e \rightarrow o \text{ 模: } C_{e \rightarrow o} = \frac{n_c^{3/2} \lambda^2}{4\pi^2 A_1(\theta) B(\theta, \rho) \sqrt{n_0 \cos \theta}} \left| \gamma_{42} n_c \sin \theta \cos \rho \right. \\ \left. + \gamma_{41} (n_c \cos \theta - n_0 + n_0 \sin^2 \theta \sin^2 \rho) \right|. \quad (12)$$

这里 $\gamma_{13}, \gamma_{33}, \gamma_{41}, \gamma_{42}$ 为电光张量元, $n_c[\nu]$ 为电位移矢量与 c 轴交 ν 角的光线的折射率.

$$A_1(\theta) = n_c^2 + n_0^2 - 2n_c n_0 \cos \theta,$$

$$A_2(\theta) = n_c^2 + n_c^2[\nu] - 2n_c n_c[\nu] \cos \theta,$$

$$A_3(\theta) = n_0^2 + n_c^2[\nu] - 2n_0 n_c[\nu] \cos \theta.$$

从最后所得到的(9)–(12)式可以看出如下一些特性:

1) 只有 $o \rightarrow o$ 衍射强度分布相对透射光斑是对称的 (见 (9) 式). $e \rightarrow e'$ 模由于衍射光的偏振方向同 c 轴的夹角是随衍射方向变的, 所以也带有各向异性的特点, 故用 $e \rightarrow e'$ 表示, 以便区别于 $e \rightarrow e$ 模.

2) 从(9)–(12)式可看出, 当相同的 θ 值, ρ 变化时, 衍射强度也不一样, 即在不同的衍射面上衍射强度是不同的, 即使对于 $o \rightarrow o$ 模也是如此.

3) 在(9)–(12)式中, ρ 总是以偶函数的形式出现. 即对于 $\pm \rho$, 衍射强度是相同的,

所有衍射相对于 xy 平面对称的。尽管在我们现在处理的 C_6 点群中没有这样的对称元。

4) 在 $\rho \approx 0$ 时, 一般很难确定强度分布(相对透射光斑)哪一侧是强的, 哪一侧是弱的。从 (10)–(12) 式可以看出, 在透射光斑的两侧都有可能出现强度极小。以 $e \rightarrow o$ 模为例: 令 (12) 式等于零, 得到

$$an_e \sin \theta \cos \rho + n_e \cos \theta - n_0 + n_0 \sin^2 \theta \sin^2 \rho = 0, \quad (13)$$

其中 $a = r_{42}/r_{41}$ 。一般来说, (13) 式在 $\pm \theta$ 侧最多各有一个根, 以下两个特殊情况很易解出:

$\rho = 0$, (13) 式变成

$$an_e \sin \theta + n_e \cos \theta - n_0 = 0.$$

这就是文献[1]中的 $E(\theta) = 0$ 方程。在 $a = 1.6$ 时, $\theta_{\min} = 3.16^\circ$, 只有一个极小, 它位于强度分布的弱侧。

$\rho = 90^\circ$, (13) 式变成

$$\cos \theta = n_e/n_0.$$

这时 $\theta_{\min} = \pm 23^\circ$, 即在平行于 c 轴方向的 $e \rightarrow o$ 衍射的强度分布相对透射光斑是对称的, 并在透射光斑的两侧相距 $\pm 45^\circ$ (晶体外) 处都有强度极小。显然这是一种“偶然简并”的情况。对于 $o \rightarrow e'$ 模, 这时分布也是对称的, 但无极小值。

上面的计算中, 我们已预先假定满足布拉格条件的波矢 $\mathbf{K}$ 总是存在的。在每一个具体问题中, 可能只在 $\mathbf{K}$ 空间中某些区域内对应的光栅是存在的。这就会给相应的问题带来更多的变化。在下一节的讨论中将会清楚地看到这一点。

总之, 在各向异性晶体中形成的相位光栅具有许多有趣的各向异性特性。这些特性在诸如厚记录介质的全息术, 光学四波混频, 声光效应等问题中都是很重要的。

四、第二类偏振面不变的衍射

我们在前面已经肯定了文献[3]的基本观点, 即以 α -LiIO₃ 的生长层被空间电荷缀饰所产生的光栅效应来解释这一类现象。但是, 所采用的薄光栅近似是不妥当的。首先, 我们在文献[1]和本文中讨论过的光衍射现象的主要特性都与晶体的特定对称性密切相关, 一经用于薄光栅近似, 对称性的特征就全不存在了。其次, 衍射光的规律性应从布拉格条件求出, 而在薄光栅近似中不存在这样的要求。我们知道, 只有当 $Q = 2\pi\lambda d/n\Lambda^2 \ll 1$ 时^[8,9], 才能作薄光栅近似(其中 λ ——为光波长; d ——为晶体厚度; Λ ——为光栅常数)。例如, 对于 $\lambda = 0.63\mu\text{m}$, $d = 1\text{cm}$, $n = 1.8$, 即使 $\Lambda = 10\mu\text{m}$ 时, $Q = 2.2 \times 10^2 \gg 1$ 。对于 1cm 厚的样品(若 $\lambda = 0.63\mu\text{m}$), 只能在处理最大衍射角远远小于 1° 的情况下, 才可用薄光栅近似。

现在也以生长层的界面作为准周期性的缺陷, 我们考虑切制的晶体样品只包含一种生长层^[3]。这样, 所谓准周期性, 就意味着作空间傅氏展开时, 相应的波矢 $\mathbf{K}$ 只分布在一定的范围内。如果是一有确定周期的正弦分布, 那么 $\mathbf{K}$ 分布缩成 $\mathbf{K}$ 空间中一个点。如果是完全无规的, 那么 $\mathbf{K}$ 分布将扩大到 $\mathbf{K}$ 空间中一个半径很大的球内。为明确起见, 对

应生长层的光栅的 $\mathbf{K}$ 其方向分布在一立体角 Ω 内, 绝对值在 $K_l < K < K_u$ 区间内, K_l 和 K_u 分别为 K 的绝对值的下限和上限. 这就是说, 相应的 $H(\mathbf{K})$ 在 $\mathbf{K}$ 空间中的两个锥台内不为零(见图 3), 其中已经取生长层的平均法线方向平行于 zx 平面. 有了 $\mathbf{K}$ 的分布, 就可从 (9)–(12) 式算出各种衍射模的衍射强度. 下面用几何方法更直观地解释一些实验现象.

设入射光沿 y 轴(相当于实验中的入射方向为 $[11\bar{2}0]$). 考察包含 y 轴和锥体轴线的面(Σ 面)上的衍射. 这相当于图 2 中 $\rho = 90^\circ - 47^\circ 45'$ 的 Σ 面. 在这面上 $\mathbf{K}$ 分布在两个近似于三角形的梯形内(见图 4), 三角形顶角为 ω , 斜边长约等于 $|K_u|$. 由于这类现象中的衍射带较短, 即最大衍射角 $\theta_{\max}$ 很小, $\theta_{\max}$ 总可以从实验测得. 以 $o \rightarrow o$ 模为例,

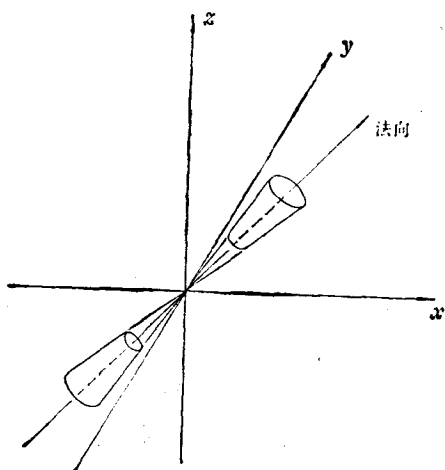


图 3

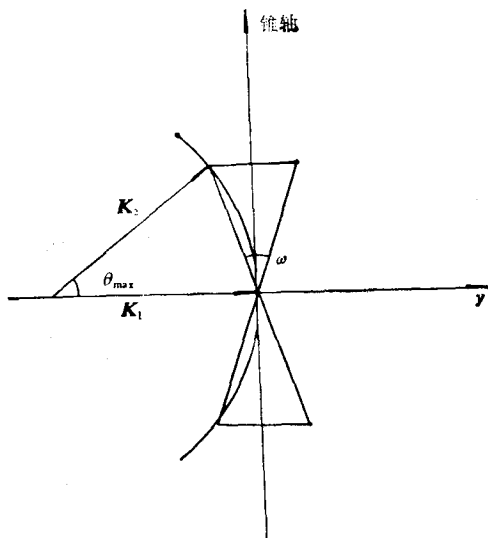


图 4

经过简单的考虑后就可以算出

$$\omega = \theta_{\max}, K_u = 2K_l \sin \frac{\theta_{\max}}{2} \approx \theta_{\max} K_l. \quad (13')$$

图 3 中的 x, z 轴在图 4 中处在通过锥轴的与纸面垂直的面上, z 轴朝纸外, x 轴朝纸后. 与实验的情况比较相当于 y 沿 $[11\bar{2}0]$ 方向, 而锥轴为 $(\bar{1}101)$ 面(生长层的平行面)的法向.

由于必须满足布拉格条件 $\mathbf{K}_2 = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}$, 所以只有端点落入这两个三角形内的 $\mathbf{K}_2$, 才有可能产生衍射. 在图 4 的情况下($\mathbf{K}_1$ 垂直于锥轴), 透射斑两边的衍射带是等长的. 如果 $\mathbf{K}_1$ 偏离锥轴的垂直方向, 与 y 轴交一 α 角(图中未画出), 显然, 这时透射斑一边的 $|\theta_{\max}|$ 同原来的差不多, 而另一边的 $|\theta_{\max}|$ 变小. 这就是实验中有时观察到两边衍射带不等长的原因. 当偏离角大于 $\omega/2$, 小于 ω 时, 衍射只发生在透射斑的一侧. 如果偏离大于 ω 时, 那么就观察不到这类衍射. 这正是这类现象是否能观察到同入射光的方向有关的原因, 实验中就发现入射方向在 $[11\bar{2}0]$ 时容易观察到, 而垂直这个方向就较难观察到. 在图 4 的情况下, 衍射带与 c 轴的夹角约等于 47° , 这与实验值约等于 45° ^[5] 是一致的.

第二类现象的观察都是在入射光垂直于 c 轴的情况下进行的。从直接的衍射带照片^[1]和傅氏频谱的照片^[2]中,都可测出这类衍射的最大衍射角与各向异性的衍射带上强度极小的角度差不多,约 8° 左右。这相当于 $o \rightarrow o$ 衍射模中的 $|\theta_{\max}| = 4.2^\circ$ 。从 (13') 式可算出 $\omega = 4.2^\circ$, $K_u = 0.07K_o$ 。不难看出,在这种情况下要存在 $o \leftrightarrow c$ 模,布拉格条件要求 $|K|$ 至少要大于 $|K_o - K_c| = 0.08|K_o|$,而在这类现象中最大可能存在的 K_u 也小于这个值,所以是不可能产生偏振面转 90° 的衍射的。只有当入射光与 c 轴的夹角很小时(从 C 面透光),才可能观察到 $o \leftrightarrow c$ 衍射,这时其分布不是带状而是一个“斑点”。下节将讨论这种现象。

这样我们不但定性地解释了第二类问题的一些主要特性,而且还可以从最大衍射角算出准周期结构中最短平均间隔.例如,如果最大衍射角为 8° ,就可算出生长层界面之间最短的平均间隔不小于 $5\mu\text{m}$,生长层界面之间的取向的最大偏离不超过 $\pm 2^\circ$.

从(10)式可知, $e \rightarrow e'$ 模也是可以存在的, 并且相对透射光斑其强度分布是不对称的. 也可能有强度极小出现. 但由于现在的衍射角太小, 这样在(10)式中主要的贡献来自 $r_{33}n_e(1 - \sin^2\theta \sin^2\rho)$ 这一项, 衍射带强度显得基本上是对称的. 而 $o \rightarrow o$ 模始终是对称的.

五、衍射光斑

在文献[4]中以 C 面作为通光面, 当入射光与 c 轴的夹角合适时, 能在透射光斑两边观察到 $e \rightarrow o$ 和 $o \rightarrow e$ 的衍射光斑。上面已经指出, 用生长层模型也可以解释这种现象。图 5 表示 α - LiIO_3 晶体的六个生长层区。 z 轴(c 轴)垂直于纸面。取 I 区作为讨论的对象, 那么情况就如图 6 表示: C 面(平行于 xy 面)是通光面, 入射光为 O 光, 在晶体外同 c 轴交角为 α' , 在晶体内交角为 α ($\sin \alpha = \alpha' / n_0$), 入射面同 zx 平面的夹角为 ϕ ($-180^\circ < \phi < 180^\circ$)。由这个生长层导致的光栅的 $\mathbf{K}$, 其大致方向同 $\mathbf{R}$ 重合, $\mathbf{R}$ 是生长层的法向, 它同 c 轴的交角为 $\phi = 47^\circ 45'$ 。由于 $\mathbf{K}$ 的角分布很小, 从下面的讨论将会清楚地看到衍射光

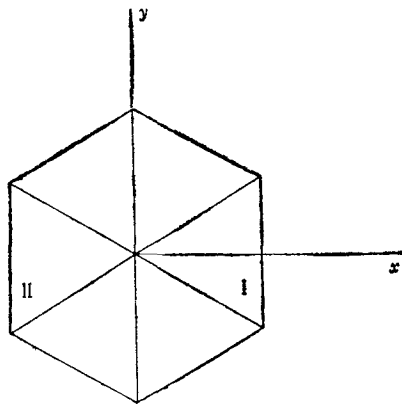


图 5

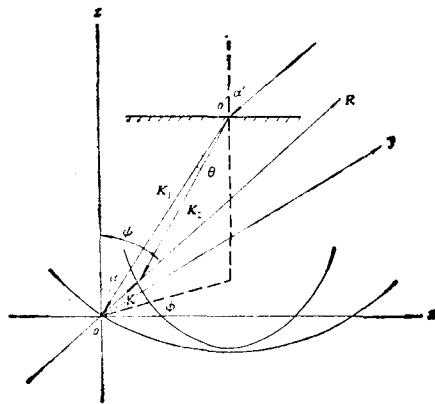


图 6

1) 杨华光,内部交流.

是一个光斑而不是带状,所以我们就认为可允许的 $\mathbf{K}$ 同 $\mathbf{R}$ 重合,而 $K_l < |\mathbf{K}| < K_u$.

我们考察 $o \rightarrow e$ 模,那么布拉格条件就要求: $\mathbf{K}_1$ 的矢头既要落在 $\mathbf{R}$ 上,又要落在 e 光的波矢面上. 现在这个波矢面就是一个以 o' 为中心的旋转椭球,其半长轴平行于 c 轴,等于 $2\pi n_o/\lambda = K_o$,半短轴等于 $2\pi n_e/\lambda = K_e$. 图 6 中只示意地画出了两个波矢面同 zx 平面的一部分交线.

这样,就可以从图 6 中求出 $o \leftrightarrow e$ 衍射光斑可能出现的 α 和 ϕ 的范围,以及衍射光同透射光之间的夹角 θ . 为此,首先列出 $\mathbf{K}$ 要满足的方程. $\mathbf{K}$ 必须同 $\mathbf{R}$ 重合,所以从图 6 中有

$$K_x = K_z \tan \phi, K_y = 0, \quad (14)$$

其长度在范围 (K_l, K_u) 中

$$K_l < |\mathbf{K}| = \sqrt{K_x^2 + K_z^2} < K_u. \quad (15)$$

最后, $\mathbf{K}$ 还要落在 e 光的波矢面上

$$\frac{(K_x - K_o \sin \alpha \cos \phi)^2}{K_e^2} + \frac{(K_y - K_o \sin \alpha \sin \phi)^2}{K_e^2} + \frac{(K_z - K_o \cos \alpha)^2}{K_o^2} = 1. \quad (16)$$

因此可以从 (14)–(16) 式算出可允许的 K_x , K_z , K_2 等值. 作为例子,表 1 中列出了 $\alpha = 32^\circ$ 和 36° , $\phi = 0^\circ$ 和 180° 时的一些计算值. α 一定, $\phi = 0^\circ$ 时, θ 最小; $\phi = \pm 180^\circ$ 时, θ 最大. 在实验^[4]中只指出了实验时的 α 值,不知 ϕ 值. 其结果是(见文献[4]的图 1): $\alpha = 32^\circ$ 时, $\theta_{\text{out}} = 1^\circ$; $\alpha = 36^\circ$ 时, $\theta_{\text{out}} = 1.2^\circ$ 和 1.4° , 同表 1 比较,它们都在计算值的范围之内. 理论也指出了当 ϕ 一定, α 变大时,衍射光同透射光之间的夹角也增大的趋势.

表 1

α	ϕ	$ \mathbf{K} $	θ_{out}
32°	0°	$0.008K_o$	0.75°
32°	180°	$0.018K_o$	1.7°
36°	0°	$0.010K_o$	0.95°
36°	180°	$0.024K_o$	2.4°

文献[4]中只说现象仅发生在 α 的一定范围之内,而无具体数值. 因此我们只能假定一些 K_l 和 K_u 来看一下 α 的可能范围. 例如,若 $K_l = 0.001K_o$,那么 $\alpha < 10^\circ$ 时(不管 ϕ 等于多少)就无 $o \leftrightarrow e$ 衍射光斑;若 $K_l = 0.0033K_o$, $\alpha < 20^\circ$ 时就没有这种衍射. 前者相当于生长层的平均间隔最长不超过 0.4mm ,后者相当于 0.1mm . 若 $K_u = 0.07K_o$ (第三节中确定的值),那么在 $\phi = \pm 180^\circ$, $\alpha > 50^\circ$ 时,无衍射光斑; $K_u = 0.01K_o$, $\alpha > 40^\circ$ 时,无衍射光斑等等. 前者相当于生长层平均间隔最短为 $5\mu\text{m}$,后者为 $30\mu\text{m}$. 所以,生长层分布的情况决定了可能产生这类 $o \leftrightarrow e$ 衍射的入射角的范围. 反之,如能仔细地测量这种关系,就能得到生长层的一些有用的信息.

如果光从不同的生长区通过,情况也会有所不同. 图 7 为光通过图 5 中的 I, II 区的不同情况. 其中 $\cdot$ 点表示波矢 $\mathbf{K}$ 分布的区域,从图 7 可以看出,在 I 区,当一非偏振光从

右边($-z$ 向)入射时,由于 $|K_o| > |K_e|$,入射光中的 o 光成分产生的 e 光衍射光的波长要通过 a 处,而其中 e 光成分产生的 o 光衍射光要通过 b 处。这样在透射斑上方为 o 光斑,其下方为 e 光斑。入射方向相反时,衍射光斑的位置正好对换一下。同样,从图7看出,通过II区的情况正好同通过I区的情况相反。图7同文献[4]中的图3完全相对应。

$o \rightarrow o, e \rightarrow e$ 模在上述情况是不存在的。这从图6的波矢图中不难看出这一点。因为 K 的存在区域不会与入射光所在的波矢面相交。

所以生长层的模型可定性和半定量地解释文献[4]中所观察到的实验现象。这同第二类问题的根源是相同的,只是入射光的方向不同,观察到不同的现象而已。

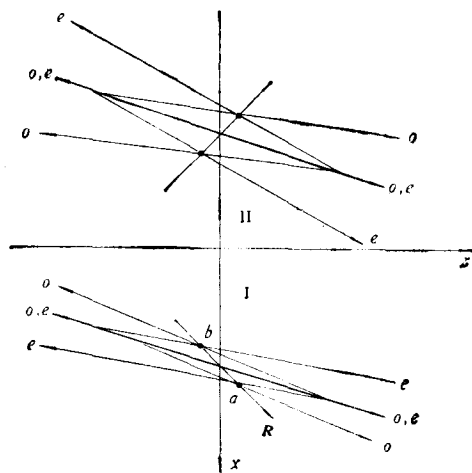


图7 粗线表示入射和透射光;细线表示衍射光

六、讨 论

由于要严格地处理一个由多个厚光栅组合成的复合体的衍射问题有很大困难,所以我们没有讨论一个扩展光束同时通过 α -LiIO₃的六组生长层的一般情况。我们认为它们除了产生更多一些的衍射花样以外,不会有更多的物理内容。

我们的模型不能处理弛豫时间的问题,只能说第二类问题的弛豫时间同缺陷(在这里是生长层)的性质密切相关。

总之,我们已用空间电荷密度涨落的理论模型统一地解释了几乎全部 α -LiIO₃加静电场后的光衍射现象。肯定了模型的正确性,并能从看来令人费解的现象中得到许多有意义的信息。

参 考 文 献

- [1] 顾世杰,李荫远,本刊本期.
- [2] 许政一等,物理学报, **31**(1982), 615.
- [3] 顾本源等,中国科学, (5), (1979), 447; *Scientia Sinica*, **22** (1979), 1010.
- [4] 王琇、徐晓非,四川大学学报(自然科学), (1981), 64.
- [5] 杨华光,物理学报, **29**(1980), 1039.
- [6] 杨华光等,物理学报, **30**(1981), 928.
- [7] 古元新等,物理学报, **29**(1980), 711.
- [8] H. Kogelnik, *Bell System Tech. J.*, **48** (1969), 2909.
- [9] H. J. Eichler, *Optica Acta*, **24** (1977), 631.

THEORETICAL EXPLANATION OF THE LIGHT DIFFRACTION DUE TO SPACE CHARGE FLUCTUATION IN THE QUASI ONE- DIMENSIONAL IONIC CONDUCTOR

—— α -LiIO₃ (II)

ISOTROPIC MODES

GU SHI-JIE LI YIN-YUAN (Y. Y. Li)

(Institute of Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

In ref. [1] a theory has been formulated for treating the anisotropic modes ($o \leftrightarrow e$) of diffraction observed in α -LiIO₃ single crystals under a d. c. field. In the present article we consider the isotropic modes ($o \rightarrow o$, $e \rightarrow e$) of diffraction observed in similar conditions with the same material. There are two kinds of diffraction bands: (1) those perpendicular to the c -axis and wide in angular extension^[2], and (2) those inclined to the c -axis and limited in angular extension^[3]. For the former, our theoretical derivation yields the experimental findings that with the incident beam normal to the c -axis only very weak $o \rightarrow o$ and $e \rightarrow e$ bands may appear, while the $o \rightarrow o$ band remains weak but the intensity of the $e \rightarrow e$ band multiples as the angle between the incident beam and the c -axis decreases from $\pi/2$. For the latter, we took into account the grating effect of growth layers of the crystal enhanced by the enrichment of space charge. From the angular extension of an inclined band is about 8° , we estimated the deviation in parallelism between growth layers being no more than 2° and their average spacing about or larger than $5 \mu\text{m}$. We also explained the diffraction spots reported in ref. [4]. The theory were given in a version more general than that in ref.[1].