

$\alpha_s(Q^2)$ 和重层子之间的相互作用势

勾 亮 黄 涛

(中国科学院高能物理研究所)

1983年10月21日收到

提 要

本文考虑到量子色动力学理论中大 Q^2 下的渐近自由和低 Q^2 下可能的多胶子交换效应, 提出了一种重层子之间相互作用势. 并且计算了 J/ψ 家族和 Υ 家族的质量谱, 得到了与实验一致的结果. 此外, 还讨论了 $T(i\bar{i})$ 家族的实量谱.

量子色动力学的一个重要特点是渐近自由, 这是指 QCD 中由重整化群定义的等效耦合常数在大的类空动量下减小而趋于零^[1]. 这一性质得到了许多实验的支持. 由于等效耦合常数渐近地趋于零, 因而对那些在高能区域里可应用微扰 QCD 理论的过程, QCD 能给出确定的预言, 而且, 对作为 QCD 微扰论零级近似的部分子模型能计算出高级修正.

然而, 在 QCD 理论的预言里存在着许多不确定性. 一个最大的含混点就是微扰 QCD 中的展开参量. 在不同的‘减出图象’里所定义的 Λ 参量是不同的. 依赖于 Λ 的等效耦合常数 $\alpha_s(Q^2)$ 可写成^[1]

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta \log Q^2/\Lambda^2}, \quad (1)$$

其中 $\beta = 11 - \frac{2}{3} n_f$. 由于这是微扰论的结果, 表达式 (1) 仅对 $Q^2 \gg \Lambda^2$ 时成立, 不能外推到 $Q^2 \approx \Lambda^2$, 更不能应用到 $Q^2 \ll \Lambda^2$ 区域. 显然, 选择不同的标度参量, 理论计算值是不同的. 而且, 目前实验事实告诉我们不同物理过程所确定的 Λ 值也不一样, 在深度非弹过程中偏大一点, 而在 e^+e^- 过程里偏小一点.

为了将理论计算结果与实验数据相比较, 对某种类型的过程常常要用到遵从微扰 QCD 的从低 Q^2 到高 Q^2 的演化方程. 如单举过程的结构函数, 遍举过程的分布振幅通常都依赖于低 Q^2 的值(如 Q_0^2), 要把理论计算结果与实验比较就要用到演化方程. 然而, 等效耦合常数 $\alpha_s(Q^2)$ 的表达式 (1) 只适用于足够大的 Q^2 , 实验上 Q_0^2 通常选择在 $2-3\text{GeV}^2$, 在接近于 $2-3\text{GeV}^2$ 区域时, $\alpha_s(Q^2)$ 急剧上升, 很难与实验结果相符合.

文献[2]中考虑到深度非弹散射过程确定的 $\alpha_s(Q^2 = 10\text{GeV}^2)$ 和 J/ψ 轻子衰变宽度的分枝比实验所定出的 $\alpha_s(Q^2 = 10\text{GeV}^2)$ 的不一致, 提出了胶子有质量的想法来克服这一矛盾. 由于胶子有质量, 在 J/ψ 衰变过程中增加了相空间的修正, 因而, 使 $\alpha_s(Q^2)$ 不与深度非弹过程中所确定的值相矛盾. 文献[3]中又利用口袋模型研究了夸克和胶子的‘准禁闭’的问题, 讨论了带色胶子的质量. 在实验结果所允许的范围内他们计算了胶子的有

效质量大约在 200—400 MeV.

Parisi 等人曾指出^[2], 如果胶子有非零的等效质量, 其结果将使等效耦合常数在 $\alpha_s(4m_g^2)$ 处冻结, 即 $\alpha_s(Q^2) \simeq \alpha_s(4m_g^2)$. 当 $Q^2 < 4m_g^2$ 时, 这样的想法是合理的, 因为在大 Q^2 下, QCD 微扰论的计算是基于单胶子交换得到的. 然而, 当 Q^2 接近于 2—3 GeV² 区域时, 显然只计及单胶子交换图的贡献是不够的, 必须要考虑多胶子交换图的贡献, 其效果将冻结耦合常数. 在文献[4]中讨论质子形状因子的 QCD 计算时曾唯象地引入走动耦合常数 $\alpha_s(Q^2)$ (当 $Q^2 \gtrsim \Lambda^2$)

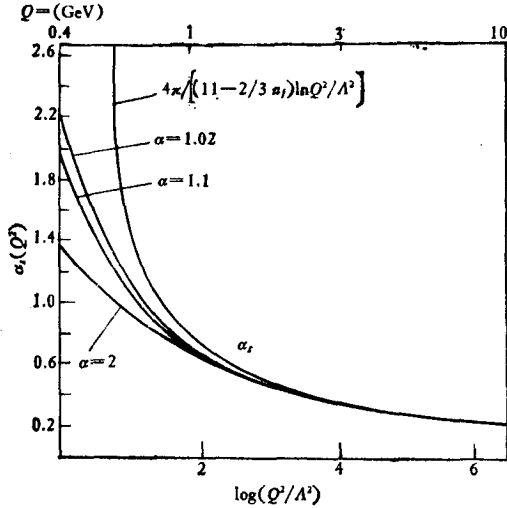


图1 $\Lambda = 400 \text{ MeV}$; $n_f = 4$

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta \log\left(\frac{M^2 + Q^2}{\Lambda^2}\right)} \quad (2)$$

来近似地表达这种多胶子交换效应, 显然应有 $M^2 \geq \Lambda^2$. 图 1 给出了随着 $\alpha = M^2/\Lambda^2$ 的取值不同 $\alpha_s(Q^2)$ 的变化曲线.

然而, 在讨论重夸克之间的相互作用势时, Richardson 根据渐近自由理论和大距离下线性势的讨论曾提出了一种内插势^[5], 其基本想法是将(1)式内插到所有的 Q^2 , 即令

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta \log(1 + Q^2/\Lambda^2)}. \quad (3)$$

由(3)式作 Fourier 变换, 在大距离下正好给出禁闭的线性势. (3)式相当于(2)式中 $M = \Lambda$ 的情形. 我们认为, Richardson 势虽然从(3)式可给出线性禁闭势, 但(3)式不可能对所有的 Q^2 成立, 当 $Q^2 \lesssim \Lambda^2$ 时, 等效耦合常数 $\alpha_s(Q^2)$ 的表达式(3)已无任何意义, 没有理由必须取成 $\log(1 + Q^2/\Lambda^2)$ 的形式. 一般地讲, 当 $Q^2 \gtrsim \Lambda^2$ 时, 取(2)式是较合理的. 在大 Q^2 下, 三种表达式是一致的, 因此, 不破坏微扰 QCD 的计算结果.

为了得到坐标空间中势的形式, 我们定义

$$V(q^2) = \begin{cases} -C_F \frac{\alpha_s(q^2)}{q^2} & \text{当 } q^2 \gtrsim \Lambda^2, \\ V_L(q^2) & \text{当 } q^2 < \Lambda^2. \end{cases} \quad (4)$$

其中 $C_F = 4/3$. 引入三维 Fourier 变换

$$V(r) = \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \int d^3q V(q^2) e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}}. \quad (5)$$

由于 $V(q^2)$ 是 q^2 的函数, 角度积分后得到

$$V(q^2) = \frac{2}{\pi r} \int dq V(q^2) q \sin qr. \quad (6)$$

这里已将 $V(q^2)$ 分成两个区域来定义, 因而积分 $V(r)$ 也分为两项:

$$V(r) = V_a(r) + V_L(r), \quad (7)$$

其中

$$V_a(r) = \frac{-8}{3\pi r} \int_{\Lambda}^{\infty} dq \frac{\sin qr}{q} \alpha_s(q^2), \quad (8)$$

$$V_L(r) = \frac{2}{\pi r} \int_0^{\Lambda} dq V(q^2) q \sin qr. \quad (9)$$

将(2)式代入(8)式就得到 $V_a(r)$, 它依赖于参量 Λ 和 α . 计算的数值表明(见图 2), 当 α 值大于或接近 1 时, $V_a(r)$ 趋于 Richardson 内插势, 当 α 增大时, 在 $r > 1\text{fm}$ 区域, $V_a(r)$ 逐渐偏离 Richardson 势(这一结果与文献[3]中胶子质量 $\mu \approx 0$ 情况类似). 在图 2 中已

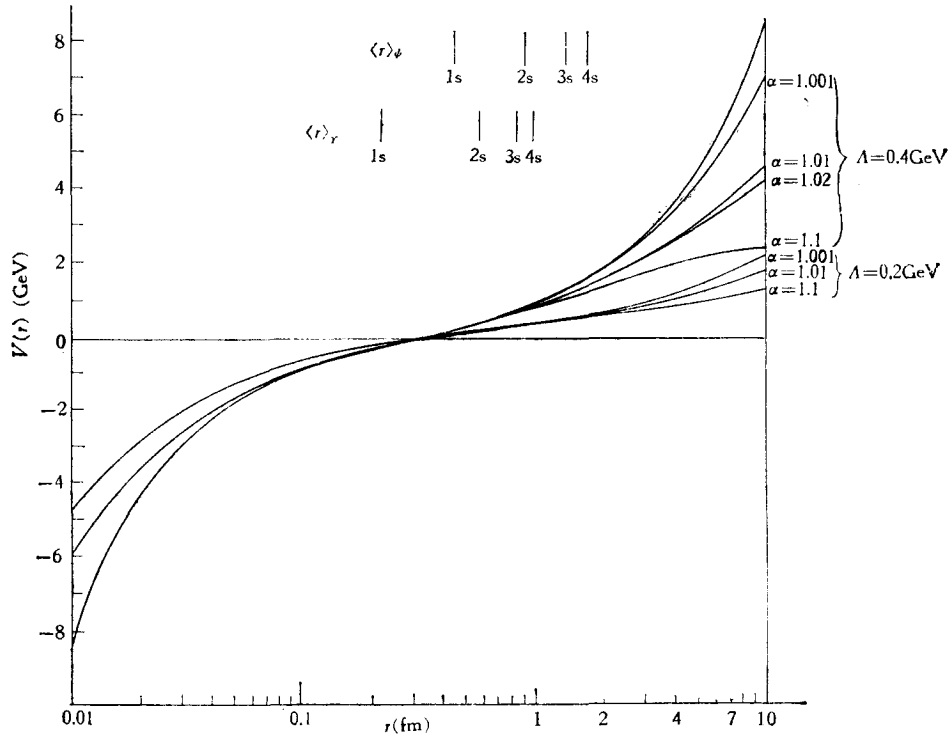


图 2

取了 $\Lambda = 400\text{MeV}$ (由于 $\Lambda_{\text{n.om}} \simeq 2.16\Lambda_{\overline{MS}}^{[6]}$, 则相当于 $\Lambda_{\overline{MS}} = 185\text{MeV}$). 因为不知道 $V_L(q^2)$ 的具体形式, 也无法由积分(9)式给出 $V_L(r)$, 但从(9)式可知, 这仅影响大距离的行为($r \gtrsim 1\text{fm}$), 因为 $q^2 > \Lambda^2$. 由格点规范理论知, 在大距离区域是线性禁闭势, 这正好补偿了 $V_a(r)$ 在 $r > 1\text{fm}$ 区域内 $V_a(r)$ 的下降, 因而整个 $V(r)$ 是个禁闭势. $V_a(r)$ 只是在 $r < 1\text{fm}$ 区域内的近似相互作用势.

因为 $V_L(r)$ 仅在 $r \gtrsim 1\text{fm}$ 区域里起作用, 所以, $V_L(r)$ 会影响 J/ψ 家族中的 E_{3s} , E_{4s} , 对 $2s$ 影响较小, 也会影响 γ 家族中的 E_{4s} . 我们可以期望, 如果在(8)式中忽略 $V_L(r)$, 直接利用 $V_a(r)$ 计算 J/ψ 家族的低激发态质量谱和 γ 家族质量谱仍然会获得较好的结果.

自 J/ψ 粒子发现以来, 已有相当多的势模型来解释这一家族的质量谱以及它们的衰变性质. 由于粲粒子较重, 内部相对动量较小, 可在 Schrödinger 方程的基础上利用引入的唯象相互作用势, 如线性势, 库仑-线性势, 对数势, Richardson 势等计算它的谱. 这些势都取得了不少的成功. 现在, 我们把 $V_a(r)$ 势代入到 Schrödinger 方程里, 并求出其能级间隔, 与实验结果比较见表 1 (这里取 $\Lambda = 400\text{MeV}$, $V(r) \simeq V_a(r)$).

表 1 $V_a(r)$ 势下的 J/ψ 谱

		$E_{2s} - E_{1s}(\text{MeV})$	$E_{3s} - E_{2s}(\text{MeV})$
实 验 值		590 ± 20	344 ± 20
Richardson 势的预言 ^[2]		590(输入)	412
$\alpha = 1.02$	$m_c = 1.3\text{GeV}$	590.9	393.6
	$m_c = 1.4\text{GeV}$	588.2	386.5
	$m_c = 1.5\text{GeV}$	583.7	383.1
$\alpha = 1.05$	$m_c = 1.3\text{GeV}$	566	360
	$m_c = 1.4\text{GeV}$	564	358
	$m_c = 1.5\text{GeV}$	363	354

从表 1 可以见到: 1) 当 $\alpha = 1.02$ 时, 计算结果 ($E_{3s} - E_{2s}$) 比 Richardson 势的结果更接近于实验值; 2) 当 $\alpha \gtrsim 1.05$ 时, 即使是 ($E_{2s} - E_{1s}$) 能级间隔理论值与实验值也偏离较大. 而且, 也无法通过调节参量 m_c 来使理论值接近实验值. 其实, 从图 2 所给出的势的形状就可以理解这两点结论. 当 $\alpha = 1.02$ 时, $V_a(r)$ 在 $r > 1\text{fm}$ 区偏离线性势才较大, 因而对 E_{2s} , E_{3s} 影响不大, 而 $\alpha \gtrsim 1.05$ 时, $V_a(r)$ 在 $r > 1\text{fm}$ 区域就偏离了线性势, 因而对 E_{2s} , E_{3s} 影响比较大. 如果进一步把 $V_L(r)$ 势考虑在内, 那么将会得到与实验符合较好的结果.

从表 1 中选取一组与实验符合较好的参量计算 γ 家族能谱, 表 2 列出了这些结果. 从表 2 可见到, 对 γ 家族虽然忽略了 $V_L(r)$, 仍可获得与实验符合较好的结果. 此外, 我们还可进一步推测 $T(i\bar{i})$ 家族的能谱, 所得结果列在表 3.

表 2 $V_a(r)$ 势下的 γ 谱
($\Lambda = 400\text{MeV}$, $\alpha = 1.02$, $m_b = 4.5\text{GeV}$)

	$E_{2s} - E_{1s}(\text{MeV})$	$E_{3s} - E_{2s}(\text{MeV})$	$E_{4s} - E_{3s}(\text{MeV})$
实 验 值	560 ± 20	331 ± 20	222 ± 20
Richardson 势	555	331	260
$V_a(r)$ 势	558.5	329.4	252

综上所述, 我们结合高 Q^2 的渐近自由和低 Q^2 下多胶子交换图象的不同特点唯象地引入等效耦合常数 (2) 式, 从而得到了重层子之间相互作用势 $V(r) = V_a(r) + V_L(r)$. $V_a(r)$ 形式与口袋模型中假定胶子有质量时获得的形式相类似. 利用 J/ψ 能谱的实验值所确定的参量来计算 γ 家族的质量谱, 与实验符合的比较. 此外, 还讨论了可能的

表 3 $V_a(r)$ 势下的 $T(t\bar{t})$ 谱
($A = 400\text{MeV}$, $\alpha = 1.02$)

	$E_{23} - E_{13}(\text{MeV})$	$E_{35} - E_{25}(\text{MeV})$	$E_{45} - E_{35}(\text{MeV})$
$m_t = 30\text{GeV}$	675.7	315.3	212.3
$m_t = 35\text{GeV}$	659	314.5	209.5

$T(t\bar{t})$ 家族的能级间隔。 我们希望在进一步考虑了 $V_L(r)$ 时, 将获得更好的理论预言。

感谢沈齐兴与我们进行了有益的讨论。

参 考 文 献

- [1] H. D. Politzer, *Phys. Rev. Lett.*, **30** (1973), 1346; D. J. Gross and F. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.*, **30** (1973), 123.
- [2] G. Parisi and R. Petronzio, *Phys. Lett. B*, **94** (1980), 51.
- [3] A. De Rujula, R. C. Giles and R. L. Jaffe, *Phys. Rev. D*, **17** (1978), 285;
李中强、丁亦兵、赵光达, 科学通报, **24**(1982), 1488.
- [4] S. J. Brodsky, Tao, Huang and G. P. Lepage, *Particles and Fields 2* (edited by Anton Z. Capri and Abdul N-Kamal), (1983), p. 143.
- [5] J. L. Richardson, *Phys. Lett. B*, **82** (1979), 272.
- [6] R. D. Field, R. Gupta, S. Otto and L. Chang, *Nucl. Phys. B*, **186** (1981), 429.

$\alpha_s(Q^2)$ AND INTERACTION POTENTIAL BETWEEN THE HEAVIER STRATONS

GOU LIANG HUANG TAO

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

In this letter, we suggest a possible interaction potential between the heavier stratons by considering the asymptotic freedom at the large Q^2 and the multi-gluons effect at the lower Q^2 in the QCD, and calculate the spectrum of the J/ψ and the γ families. The result is in agreement with experiments. In addition, we discuss a possible mass spectrum of $T(t\bar{t})$ family.