

位错在裂纹顶端的象力

龙期威 王 芳

(中国科学院金属研究所)

1984年3月27日收到

提 要

本文利用保角变换方法计算了近椭圆孔边位错象力。将椭圆一轴缩小到零,得到了裂纹情况的位错象力。

一、引 言

自从裂纹顶端无位错区的实验^[1]报道以来,人们试图从理论上去说明它的形成原因;在实际应用方面去估计它对弹塑性断裂分析会有什么影响。Chang and Ohr^[2]以及后来一些作者都从位错象力的角度去寻找无位错区形成的原因,位错象力的问题便显得特别引人注目了。

Rice 等人^[3]及 Asaro^[4]用不同的方法计算出裂纹顶端的位错象力和自由平面的表达式一样。这个结果被后来人们讨论有关问题时所较多引用。我们认为有两个问题需要进一步讨论:一是文献[3]和[4]均没有联系裂纹顶端的曲率半径考察位错象力。在一般的情况下,裂纹顶端实际是一个曲率半径很小的曲面。二是两文处理的均是半无限长的裂纹。在一般情况下,裂纹是有限长度。

二、儒阔夫斯基函数保角变换

一般断裂力学中分析裂纹问题均采用将椭圆孔的短轴取接近于零的极限求解。我们利用 Eshelby^[5]关于圆柱孔边螺位错象力的表达式,通过儒阔夫斯基函数保角变换将圆外的域变为椭圆外的域(见图1和图2)。由此可以求出椭圆孔长轴端附近位错的象力。

儒阔夫斯基函数:

$$Z = Z(\zeta) = \frac{c}{2} \left(\zeta + \frac{1}{\zeta} \right). \quad (1)$$

通过(1)式可以将物理面(Z面)上的椭圆

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > b) \quad (2)$$

映射到 ζ 面上为圆, $|\zeta| = R (R > 1)$ 为圆的半径。在此,Z面上椭圆的长半轴 a 和短半轴 b 与 ζ 面上圆的 R 和参数 c 之间的关系如下:

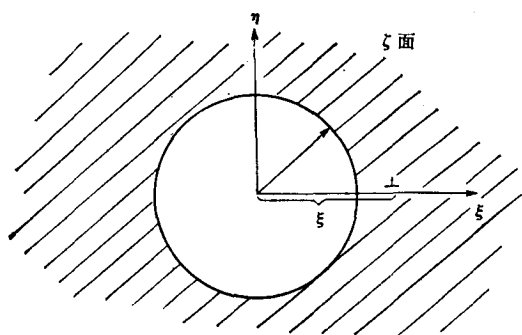


图1 圆柱孔边的位错(ξ面)

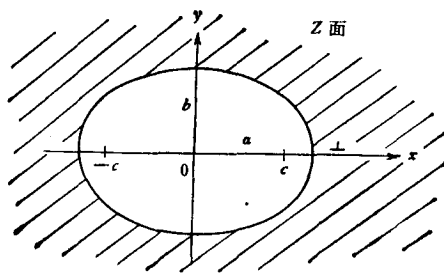


图2 椭圆孔边的位错(Z面)

$$\begin{aligned} a &= \frac{c}{2} \left(R + \frac{1}{R} \right), & b &= \frac{c}{2} \left(R - \frac{1}{R} \right), \\ c &= \sqrt{a^2 - b^2}, & R &= \sqrt{(a+b)/(a-b)}. \end{aligned} \quad (3)$$

反之,要将ξ面上的圆逆映射为Z面上的椭圆则应有

$$\zeta = \zeta(Z) = (Z \pm \sqrt{Z^2 - c^2})/c. \quad (4)$$

根据 Eshelby^[5], ξ面上圆孔边柏格斯矢量为 b_s 的螺位错象力引起的势能改变为 $E(\zeta)$, 其实轴上的表达式为(其中 μ 为切变模量)

$$\operatorname{Re} E(\zeta) = \frac{\mu b_s^2}{4\pi} \ln \frac{\xi^2 - a^2}{\xi^2} + \text{常量} \quad (5)$$

通过保角变换之后, Z面上椭圆孔边螺位错象力引起的势能改变应为

$$E(Z) = E[\zeta(Z)] = E(\zeta). \quad (6)$$

Z面上椭圆孔边位错象力则应为

$$F_z = - \frac{dE}{dZ} = - \frac{dE}{d\zeta} \left| \frac{d\zeta}{dZ} \right| = F_\zeta \left| \frac{d\zeta}{dZ} \right|. \quad (7)$$

经过计算,可以求出椭圆孔长轴边螺位错象力

$$F_x = (\mu b_s^2 / 2\pi) (a+b)^2 \{ \sqrt{x^2 - a^2 + b^2} [(x + \sqrt{x^2 - a^2 + b^2})^2 - (a+b)^2] \}^{-1}. \quad (8)$$

在我们的情况, (4) 式取正号.

三、圆孔、椭圆孔及裂纹顶端位错象力

从(8)式可以分析下列几种情形:

1. 如果 $b/a = k$ (常数), 则 $(a+b) = a(1+k)$, 即长短轴按比例减小. 当 $a \rightarrow 0$ 时, $F_x \rightarrow 0$. 这种情形, 位错象力趋近于零.

2. 如果 $b/a = 1$, 即是一个圆孔. 则

$$F_x = (\mu b_s^2 / 2\pi) a^2 [x(x^2 - a^2)]^{-1}. \quad (9)$$

此式即 Eshelby 圆孔边位错象力的表达式, 相当于(5)式的微商的负值.

3. 如令 $x = a + s$, 而 $s \ll \rho$ ($\rho = b^2/a$, 椭圆长轴端曲率半径), 可以证明 ($A = \mu/2\pi$)

$$F_s \approx (\mu b_i^2 / 2\pi)(2s)^{-1} = (Ab_i^2) / (2s). \quad (10)$$

此即自由平面的位错象力表达式,即 Rice, Thomson 和 Asaro 的公式. 一方面我们看到,只要位错和孔边距离相对于曲率半径小得多,位错所看到的曲面也就近似于一个平面. 另一方面必须指出:在裂纹顶端曲率半径非常小的情况下,能用此近似表达式的 s 的范围是非常小的. 文献[3]和[4]没有指出 s 适用(10)式的限度.

4. 令 $b = 0$, 则是一般断裂力学分析裂纹问题的惯用方法. 此时,裂纹顶端位错象力为

$$F_x = (\mu b_i^2 / 2\pi a) \left\{ \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1} \left[\left(\frac{x}{a} + \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1}\right)^2 - 1 \right] \right\}^{-1}. \quad (11)$$

类似(10)式的方式取近似,当 $s \ll a$ 时

$$F_x \approx \mu b_i^2 / 8\pi s = (Ab_i^2) / 4s. \quad (12)$$

这说明即使在尖裂纹的理想情形,裂纹顶端的位错象力也比自由平面的小一倍. 文献[3]和[4]处理的是无限长的裂纹,任何有限距离相对于它已是小量,文中再取小量为更高一级小量,故适合于(10)式情形.

四、数值结果和讨论

图 3(a) 和 (b) 为 $F\left(\frac{s}{a}\right) / \left(\frac{\mu b_i^2}{2\pi a}\right)$ 和 s/a 的关系曲线. 数值结果指出:

1. 自由平面、圆柱孔、椭圆孔和裂纹的位错象力依次变小.
2. $s/a < 0.005$ 以下,所有的曲面孔的位错象力均和自由平面相近. 在 $s/a > 0.005$ 以上,裂纹情况 ($b = 0$) 就和自由平面相差甚远.
3. 裂纹顶端的位错象力既然比过去估计的小,由它产生的无位错区也必会更小.

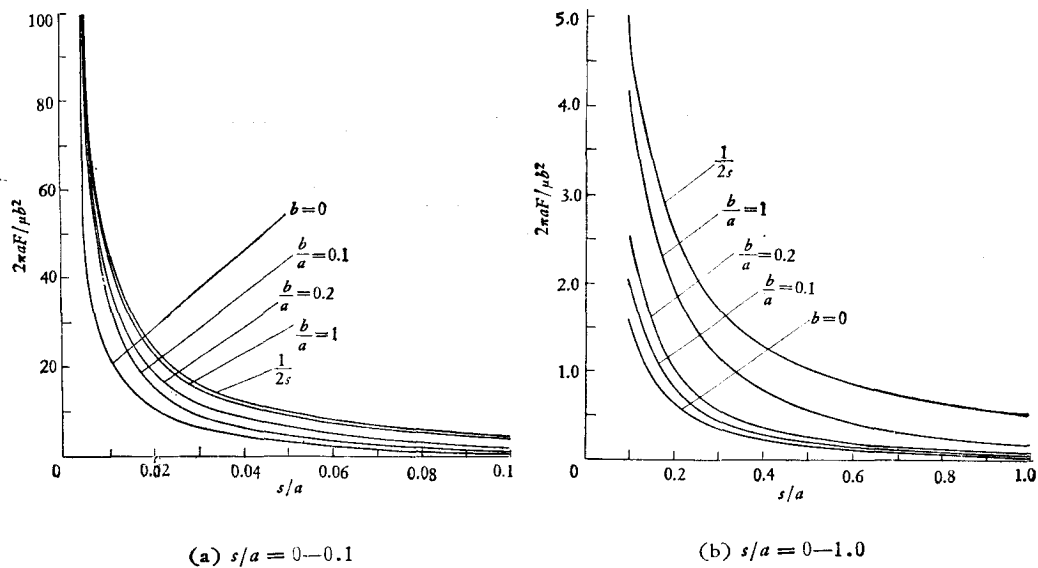


图 3 位错象力和椭圆孔边距离的关系

4. 文献[2]中认为位错在裂端应力和象力作用下的平衡距离和无位错区的大小有密切关系, 但按 Li 的估计^[6],

$$x_1 = [\sigma \sqrt{l} - \sqrt{(\sigma^2 l + 2Ab_s \tau_F)}] / 4\tau_F. \quad (13)$$

式中 l 为裂纹长度, τ_F 为位错阻力, 一般以屈服应力表之, σ 为加载应力, b_s 为柏格斯矢量. 设 $2Ab_s \tau_F / \sigma^2 l \ll 1$, 则 $x_1/l \approx (1/4\alpha^2)(Ab_s^2/l\tau_F)^2$; 当 $\tau_F = 10^{-2} - 1A$ 时取 $l \approx 5\mu\text{m}$ ^[1], $b_s \approx 10^{-10}\text{m}$, 则 $x_1/l \approx (1/\alpha^2)(10^{-6} - 10^{-10})$. 其中 $\alpha = \sigma/\sigma_F$. 通常 $\alpha = 0.4 - 0.8$, 则 $x_1/l \leq 10^{-5} - 10^{-9}$. 然而文献[1]的实验数据: $l \approx 5\mu\text{m}$, DFZ (无位错区) $\approx 1.1, 3.7\mu\text{m}$; 亦即 $\text{DFZ}/l \approx 2 \times 10^{-1}$, 或 6×10^{-1} . 这比 x_1/l 大了 5 个数量级! 可见平衡距离和实验的无位错区差的太远, 从这个途径来解释无位错区的形成有一定的困难.

作者之一及合作者关于负位错区的存在以及由之产生低位错密度区或无位错区的建议是从另一个途径来探索无位错区形成的可能性^[7].

参 考 文 献

- [1] S. Kobayashi and S. M. Ohr, *Phil. Mag. A*, **42** (1980), 763.
- [2] S. J. Chang and S. M. Ohr, *J. Appl. Phys.*, **52** (1981), 7174.
- [3] J. R. Rice and R. Thomson, *Phil. Mag.* **29** (1973), 73.
- [4] R. J. Asaro, *J. Phys. F*, **5** (1975), 2249.
- [5] J. D. Eshelby, in *Dislocations in Solids*, Vol. 1, Ed. by F. R. N. Nabarro, (1979), p. 167.
- [6] J. C. M. Li (李振民), 北京国际断裂力学学术讨论会文集(英文), 沈元、郑哲敏编, (1983), p807.
- [7] C. W. Lung (龙期或) and L. Y. Xiong (熊良钺), *phys. stat. sol. (a)*, **77** (1983), 81.

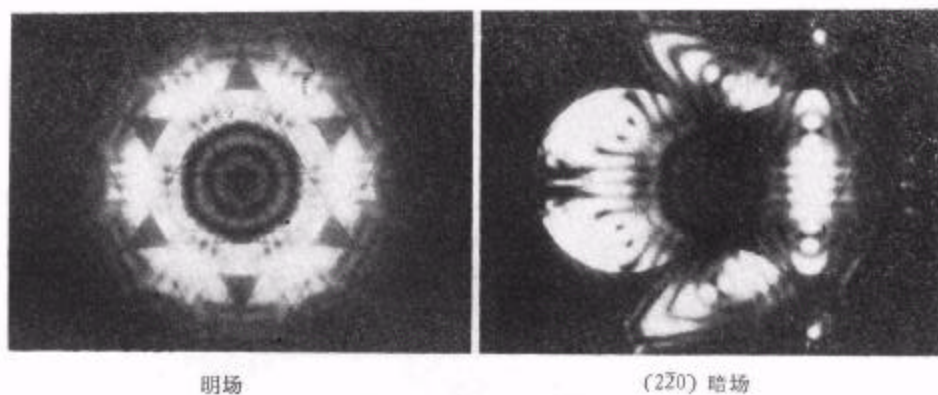
THE IMAGE FORCE ON THE DISLOCATION NEAR A CRACK TIP

LONG QI-WEI WANG LI

(Institute of Metal Research, Academia Sinica, Shenyang)

ABSTRACT

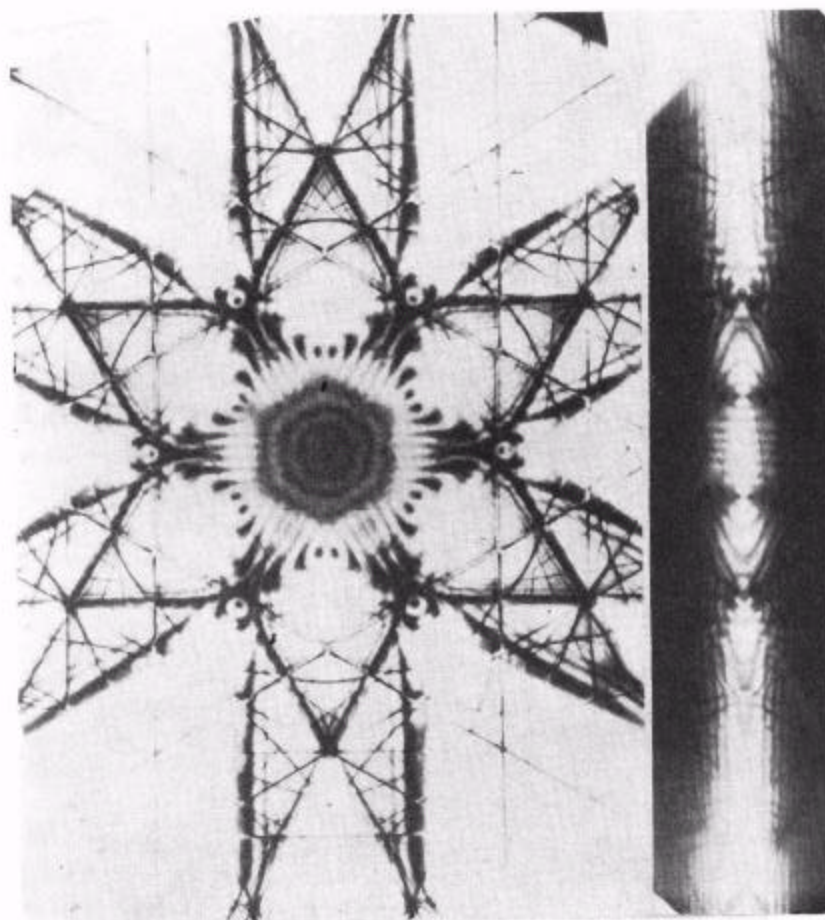
The image force on the dislocation near an elliptical hole is calculated by conformal mapping technique. Allowing one axis of the ellipse to dwindle to zero, the crack limit solution is obtained.



明场

(220) 暗场

图 2 硅<111>CBED 图样



明场

(220) 暗场

图 3 硅<111>大角度 CBED 图样

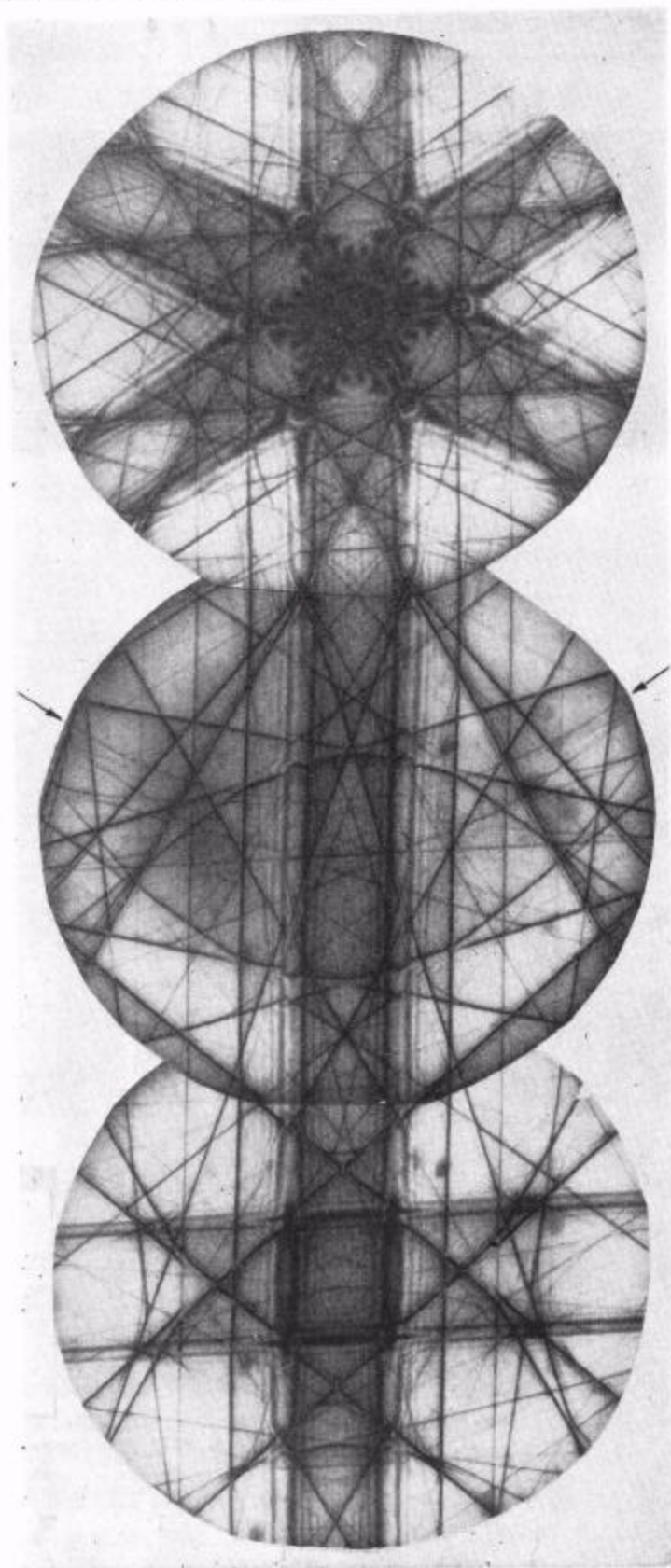


图4 大角度 CBED 组叠图
硅 $\langle 111 \rangle$ 到 $\langle 332 \rangle$