

# 圆柱形等离子体中漂移波的稳定性

张承福

(北京大学物理系)

汪诗金

(中国科学院物理研究所)

1983年9月27日收到

## 提 要

在平板模型下,所谓普适模是绝对稳定的. 对于圆柱形等离子体,情形又如何呢? 两者的主要差别在于: 代替平板模型下的外行波边条件,在柱模型下则在  $r = 0$  和  $r = \infty$  处都没有波能外流. 这可有效地改变模的稳定性.

假设了指数型密度和电流分布,本文导出了漂移波的积分本征方程. 在模径向慢变的情形下,它可变为二阶微分方程. 对此方程作了数值计算,结果表明确实存在不稳定模. 对两种模型(平板模型与柱模型)作了比较.

## 一、引 言

近年来,对于等离子体中漂移波本征模稳定性的研究取得了显著的进展. Pearlstein 和 Berk 的较早期工作<sup>[1]</sup>表明,在某些参数范围内,漂移波本征模是不稳定的. 近年来的工作则表明,只要存在有限磁剪切——不论此剪切多小,在平板等离子体中都不存在不稳定的漂移波,所谓普适模实际上是绝对稳定的. 此结论已由数值计算<sup>[2,3]</sup>和解析工作<sup>[4,5]</sup>,从微分方程和积分方程<sup>[6]</sup>出发得到了证明. 这一进展重又唤起了人们对漂移波稳定性研究的兴趣.

迄今为止,关于上述结论的所有论证本质上都是基于平板模型的,并作了两个基本假定. 一是假定了外行波边条件;另一个是假定了  $r_n$  和  $L_s$  (密度变化和磁剪切的特征长度)是常数. 事实上,实际的等离子体更接近于圆柱模型. 仅当磁剪切较强、本征模局域区较窄时,平板模型才接近实际. 对于磁剪切很弱的情形,或对冷离子情形(此时不论磁剪切多强),漂移模都是非局域的,平板模型不再适用. 因此,上述结论似只对某些参数范围才适用.

本文讨论圆柱形等离子体中漂移波本征模问题. 柱模型和平板模型在物理上有两个主要差别. 首先,对于柱等离子体,外行波边条件不再成立. 实际上,等离子体中心和外层边界区都是反射波能的,显然,这对波的稳定性有极大的影响. 其次,在柱模型下,本征模在本质上是非局域的,  $r_n$  和  $L_s$  也是  $r$  的函数,它们由密度和电流分布决定,这也将改变模的结构.

在无磁剪切情形下, 我们曾导出了圆柱等离子体中静电模的积分方程<sup>[7]</sup>, 研究表明在柱等离子体中漂移模和低混杂模是不稳定的. 本文将此工作推广到有磁剪切的情形. 在小拉摩半径近似下, 积分方程可转变为微分方程. 利用解本征值问题的新的数值计算方法<sup>[8]</sup>, 对方程进行了数值计算. 结果表明, 至少对某些参数范围, 柱效应是重要的, 确实存在不稳定的漂移波本征模.

## 二、本征模积分方程的推导

### 1. 平衡分布

下面采用柱坐标  $(r, \theta, z)$ , 平衡磁场为

$$\mathbf{B} = B_0(0, b(r), 1), \quad (1)$$

其中  $b(r) = B_\theta(r)/B_0$ . 设  $|b(r)| \ll 1$ ,  $\left| \rho \frac{1}{b} \frac{db}{dr} \right| \ll 1$ , ( $\rho$  为粒子拉摩半径),  $b^2$  项可略去.  $b(r)$  由电流分布  $j(r)$  决定. 由安培定律

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j},$$

可得

$$b(r) = \frac{4\pi}{cB_0r} \int_0^r j(r') r' dr'. \quad (2)$$

令  $\alpha(r) \equiv b(r)/r$ , 它决定了磁剪切. 作为实际电流分布的一种近似, 这里设电流具有指数型分布

$$j(r) = j_0 e^{-r^2/a_J^2}, \quad (3)$$

其中  $j_0$  和  $a_J$  为两个可调参数. 相应地有

$$\alpha(r) = \alpha(0) \frac{a_J^2}{r^2} (1 - e^{-r^2/a_J^2}), \quad (4)$$

其中  $\alpha(0) = 2\pi j_0/cB_0$ .

在此磁场中, 未扰动的粒子轨道为

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \mathbf{r}_c + \boldsymbol{\rho}, \\ \mathbf{r}_c &= (r_c, \theta_c, z_c) = (r_c, \theta_c + \alpha(r_c)v_\perp t, z_0 + v_z t), \\ \boldsymbol{\rho} &= (\rho, \zeta) = \left( \frac{v_\perp}{\Omega_0}, \zeta_0 - \Omega_0 t \right). \end{aligned} \quad (5)$$

这里  $\rho$  (或  $v_\perp$ ),  $v_z$  和  $r_c$  为三个运动常数. 平衡分布  $f_0$  可是它们的任意函数. 结合物理考虑, 我们设指数型的分布  $f_0$  为

$$f_0 = C \exp \left\{ -\frac{r_c^2}{a_c^2} - \frac{v_\perp^2}{v_\perp^2} - (v_z - u(r_c))^2/v_z^2 \right\}. \quad (6)$$

对于离子,  $u(r_c) = 0$ ; 对于电子, 应有  $u(r_c) = -j(r_c)/n_0(r_c)|e|$ . 为了与平板模型比较, 突出柱效应(因为电流也可引起不稳定性), 下面将忽略  $f_0$  中的电流效应, 即令  $u_c = 0$ . 归一化和电中性条件表明

$$C = \frac{n_0(0)}{(\sqrt{\pi} v_T)^3} \left(1 + \frac{\bar{\rho}^2}{a_c^2}\right),$$

$$a_{ce}^2 = a_{ci}^2 + \bar{\rho}_i^2 \equiv a_i^2 + \bar{\rho}^2, \quad (7)$$

其中  $\bar{\rho}^2 = v_T^2/\Omega_0^2$  (对离子). 密度分布也是指数型的,

$$n_0(r) = n_0(0) e^{-\frac{r^2}{a_c^2 + \bar{\rho}^2}}. \quad (8)$$

## 2. 扰动分布

对于  $\varphi = \varphi(r) \exp\{-i\omega t + i l \theta + i k_z z\}$  形的静电扰动,  $f_1$  的方程为

$$\begin{aligned} \frac{df_1}{dt} &\equiv \left[ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla + \mathbf{v} \times \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla_v \right] f_1 \\ &= \frac{e}{m} \nabla \varphi \cdot \nabla_v f_0 = -\frac{e}{T} f_0 \frac{d\varphi}{dt} - i\omega \frac{e\varphi}{T} f_0 \\ &\quad + \frac{c}{B_0} \left( \frac{\mathbf{r}_c}{r_c} \times \nabla_{\perp} \right)_z \varphi \frac{\partial f_0}{\partial r_c}. \end{aligned} \quad (9)$$

可用类似于文献[7]中的方法对(9)式积分. 令  $\mathbf{k}_{\perp} = (k_{\perp}, \delta)$ ,  $\varphi(\mathbf{r}_{\perp})$  的通常的傅里叶-贝塞耳变换为

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{r}_{\perp}) &= \int k_{\perp} dk_{\perp} d\delta \varphi(\mathbf{k}_{\perp}) e^{i\mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{r}} \\ &= 2\pi e^{i l \theta} (i)^l \int_0^{\infty} k_{\perp} dk_{\perp} J_l(k_{\perp} r) \varphi(k_{\perp}), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{k}_{\perp}) &= \varphi(k_{\perp}) e^{i l \theta} \\ &= \frac{1}{2\pi} e^{i l \theta} (i)^{-l} \int_0^{\infty} r dr J_l(k_{\perp} r) \varphi(r). \end{aligned} \quad (11)$$

注意到  $r$  和  $\theta$  为时间的复杂函数, 通常的形式(10)和(11)式并不适合于时间积分. 利用

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_c + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}/\Omega^2,$$

可将(10)式用  $(r_c, \theta_c)$  表示为

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{r}_{\perp}) &= \sum_n 2\pi (i)^{l+n} e^{i(l+n)\theta_c - i n \zeta} \\ &\quad \cdot \int_0^{\infty} k_{\perp} dk_{\perp} \varphi(k_{\perp}) J_{n+l}(k_{\perp} r_c) J_n\left(k_{\perp} \frac{v_{\perp}}{\Omega_0}\right). \end{aligned} \quad (12)$$

这里  $\mathbf{v}_{\perp} = (v_{\perp}, \zeta)$ .  $r_c$  和  $v_{\perp}$  为运动常数,  $\zeta$  和  $\theta_c$  为  $t$  的简单函数

$$\begin{aligned} \zeta(t') &= \zeta(t) - \Omega_0(t' - t), \\ \theta_c(t') &= \theta_c(t) + \alpha(r_c) v_z(t' - t). \end{aligned} \quad (13)$$

利用(12), (13)式, 对(9)式的积分就容易了, 可得

$$\begin{aligned} f_1 &= -\frac{e\varphi}{T} f_0 + \frac{2\pi e}{T} (i)^l \sum_n (-1)^n \frac{e^{-i n \zeta + i(n+l)\theta_c}}{\omega - k_z v_z - l\alpha(r_c) v_z - n(\Omega_0 + \alpha v_z)} \\ &\quad \cdot \int_0^{\infty} dk'_{\perp} k'_{\perp} \varphi(k'_{\perp}) J_n(k'_{\perp} \rho) J_{n+l}(k'_{\perp} r_c) \left[ \omega f_0 - \frac{(n+l)cT}{eB_0} \frac{1}{r_c} \frac{\partial f_0}{\partial r_c} \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

对于  $|\omega/\Omega_0| \ll 1$  的低频模, 则只有  $n=0$  的项是重要的.

(14)式中  $f_1$  是用  $(r_c, \theta_c)$  表示的, 要用它求出  $n_1(r, \theta)$  是困难的. 克服此困难的办法是将  $f_1$  和  $n_1$  变换到  $k_{\perp}$  空间去, 得到

$$\begin{aligned} n_1(k_{\perp}) = & -\frac{2\pi e Q_0^2}{T} \int_0^{\infty} k'_{\perp} dk'_{\perp} \varphi(k'_{\perp}) \int dv_z r_c dr_c \rho d\rho \\ & \cdot J_0(k'_{\perp} \rho) J_0(k_{\perp} \rho) J_1(k'_{\perp} r_c) J_1(k_{\perp} r_c) \\ & \cdot \left\{ 1 - \left( \omega - k_z v_z - l \alpha(r_c) v_z \right)^{-1} \left[ \omega - l \frac{cT}{eB_0} \frac{1}{r_c} \frac{\partial}{\partial r_c} \right] \right\} f_0. \end{aligned} \quad (15)$$

代入(6)式的  $f_0$ , 完成对速度的积分, 可得

$$\begin{aligned} n_1(k_{\perp}) = & -\frac{e}{2T} n_0(0) (a_c^2 + \bar{\rho}^2) \int_0^{\infty} k'_{\perp} dk'_{\perp} \varphi(k'_{\perp}) \\ & \cdot \left[ \left( 1 + \frac{\bar{\rho}^2}{a_c^2} \right) \Gamma_1(a_c^2 + \bar{\rho}^2) + \Gamma_0(\bar{\rho}^2) \Delta(k_{\perp}, k'_{\perp}) \right] \\ & \cdot \left( 1 + 2l \frac{cT}{eB_0} \cdot \frac{1}{\omega a_c^2} \right), \end{aligned} \quad (16)$$

其中

$$\begin{aligned} \Gamma_1(x) & \equiv e^{-x^2/4(k_{\perp}^2 + k'_{\perp}{}^2)} I_1\left(\frac{x}{2} k_{\perp} k'_{\perp}\right), \\ \Delta(k_{\perp}, k'_{\perp}) & \equiv \frac{2}{a_c^2} \int_0^{\infty} r_c dr_c e^{-r_c^2/a_c^2} J_1(k_{\perp} r_c) J_1(k'_{\perp} r_c) \\ & \quad \cdot \xi Z(\xi), \\ \xi & \equiv \omega / [ |k_z + l \alpha(r_c)| v_T ], \end{aligned}$$

而  $I_1$  为虚宗量贝塞耳函数,  $Z(\xi)$  为通常的色散函数.  $\alpha(r_c)$  随  $r_c$  的变化则体现了磁剪切效应.

### 3. 色散方程

泊松方程在  $k$  空间的表示式为

$$(k_z^2 + k_{\perp}^2) \varphi(k_{\perp}) = 4\pi |e| [n_{i1}(k_{\perp}) - n_{1c}(k_{\perp})]. \quad (17)$$

代入(16)式, 即得色散方程

$$\int_0^{\infty} K(k, k') \varphi(k') k' dk' = 0. \quad (18)$$

积分核为

$$\begin{aligned} K(k, k') = & \left( 1 + \frac{\bar{\rho}^2}{a_c^2} + \frac{1}{\tau} \right) \Gamma_1(a_c^2 + \bar{\rho}^2) \\ & + \Gamma_0(\bar{\rho}^2) \Delta_1(k, k') \left( 1 + 2l \frac{cT_i}{eB_0} \cdot \frac{1}{\omega a_c^2} \right) \\ & + \Delta_c(k, k') \left( \frac{1}{\tau} - 2l \frac{cT_i}{eB_0} \cdot \frac{1}{\omega(a_c^2 + \bar{\rho}^2)} \right) \\ & + \frac{2}{k'(a_c^2 + \bar{\rho}^2)} \cdot \frac{1}{k_{\perp 1}^2} (k_z^2 + k^2) \delta(k - k'), \end{aligned} \quad (19)$$

其中  $\tau \equiv T_c/T_i$ ,  $k_{\perp 1}^2 \equiv 4\pi n_0(0)e^2/T_i$ ,  $k \equiv k_{\perp}$ ,  $k' \equiv k'_{\perp}$ .

方程(18)是第二类 Fredholm 积分方程,可数值求解. 为计算方便,本文只讨论小拉摩半径极限,此时积分方程(18)可变为微分方程.

### 三、小拉摩半径极限

实际上  $\varphi(k)$  谱总是局域于某个  $|k| \leq k_{\max}$  的区域的. 对于长波模或对于冷离子情形,可有  $|\bar{\rho}^2 k_{\max}^2| \ll 1$ . 此时,(19)式中的  $\Gamma_0(\bar{\rho}^2)$  可展开为

$$\Gamma_0(\bar{\rho}^2) \simeq 1 - \frac{\bar{\rho}^2}{4} (k^2 + k'^2) + \dots \quad (20)$$

将(18),(19)式变换到  $r$  空间,有

$$\int_0^\infty K(r, r') \varphi(r') r' dr' = 0, \quad (21)$$

$$K(r, r') = \int k k' dk dk' K(k, k') J_1(kr) J_1(k'r). \quad (22)$$

将(19),(20)式代入(22)式,经计算可得

$$\begin{aligned} K(r, r') = & \left[ 1 + (\bar{\rho}^2/a_c^2) + \frac{1}{\tau} \right] e^{-\frac{r^2}{a_c^2 + \bar{\rho}^2}} \delta(r - r')/r' \\ & + \left( 1 + \frac{\bar{\rho}^2}{a_c^2} \right) \left( 1 + 2l \frac{cT_i}{eB_0} \cdot \frac{1}{\omega a_c^2} \right) \left[ \xi_i(r) Z(\xi_i(r)) \right. \\ & \cdot e^{-r^2/a_c^2} \left( 1 + \frac{\bar{\rho}^2}{4} \nabla_\perp^2 \right) \frac{1}{r} \delta(r - r') \\ & \left. + \frac{\bar{\rho}^2}{4} \xi_i(r') Z(\xi_i(r')) e^{-r'^2/a_c^2} \nabla_\perp^2 \frac{1}{r} \delta(r - r') \right] \\ & + \left[ \frac{1}{\tau} - 2l \frac{cT_i}{eB_0} \frac{1}{\omega(a_c^2 + \bar{\rho}^2)} \right] \xi_c(r) Z(\xi_c(r)) \\ & \cdot e^{-\frac{r^2}{a_c^2 + \bar{\rho}^2}} \delta(r - r')/r' + \frac{1}{k_{Di}^2} (k_x^2 - \nabla_\perp^2) \frac{1}{r} \delta(r - r'). \quad (23) \end{aligned}$$

由于(23)式中含有因子  $\delta(r - r')$ , (21) 式实际上是微分方程,即

$$A(r) \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{d}{dr} \varphi(r) + B(r) \frac{d\varphi}{dr} + C(r) \varphi(r) = 0, \quad (24)$$

其中

$$\begin{aligned} A(r) &= D\bar{\rho}^2 F_i(r) - 1/k_{Di}^2, \\ B(r) &= D\bar{\rho}^2 F_i'(r) = A'(r), \\ C(r) &= F_c(r) + \left( k_x^2 + \frac{l^2}{r^2} \right) / k_{Di}^2 \\ &+ D \left( 2 - l^2 \frac{\bar{\rho}^2}{r^2} \right) F_i(r) + \frac{D}{2} \bar{\rho}^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{d}{dr} F_i(r); \quad (25) \\ D &= (1 + \bar{\rho}^2/a_c^2) \left( 1 + l \frac{\bar{\rho}^2 Q_0}{a_c^2 \omega} \right) / 2, \\ F_i &= e^{-r^2/a_c^2} \xi_i(r) Z(\xi_i(r)), \end{aligned}$$

$$F_c = \left[ \left( 1 + \frac{\rho^2}{a_c^2} + \frac{1}{r} \right) + \left( \frac{1}{r} - l \frac{\rho^2}{a_c^2 + \rho^2} \frac{\Omega_0}{\omega} \right) \cdot \xi_c(r) Z(\xi_c(r)) \right] e^{-\frac{r^2}{a_c^2 + \rho^2}}. \quad (26)$$

为计算方便, 令

$$\phi(r) = \left[ r F_i(r) - \frac{r}{k_{D_i}^2 \rho^2 D} \right]^{-1/2} \varphi(r), \quad (27)$$

则(24)式成为

$$\frac{d^2 \phi}{dr^2} + Q(r) \phi = 0, \quad (28)$$

其中

$$Q(r) = \left\{ F_c(r) + \left[ k_z^2 + \frac{1}{r^2} \left( l^2 - \frac{1}{4} \right) \right] / k_{D_i}^2 + D \left[ \left( 2 - \left( l^2 - \frac{1}{4} \right) \frac{\rho^2}{r^2} \right) F_i(r) + \frac{1}{4} \rho^2 (F_i')^2 \cdot (F_i - 1/k_{D_i}^2 \rho^2 D)^{-1} \right] \right\} / A(r). \quad (29)$$

方程(28), (29)就是下面进行数值计算的基本方程.

$\varphi(r)$  或  $\phi(r)$  的边条件:  $r \rightarrow 0$  时, (24)式成为

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{d}{dr} \varphi - \frac{l^2}{r^2} \varphi = 0,$$

故

$$\varphi \sim J_l(r) \sim r^{|l|} \text{ 或 } \phi \sim r^{|l| - \frac{1}{2}}.$$

对于  $|l| > 1$  的模,  $\varphi(0) = \varphi'(0) = 0$ , 即等离子体中心处是波能的反射点. 当  $r \rightarrow \infty$  时, (24)式成为

$$\frac{d^2 \varphi}{dr^2} - k_z^2 \varphi = 0,$$

故

$$\varphi \sim e^{-|k_z| r} \rightarrow 0 \text{ 或 } \phi \sim \frac{1}{\sqrt{r}} e^{-|k_z| r} \rightarrow 0.$$

即没有波能离开等离子体, 波能将从等离子体边界反射回来.

为了更清楚的看出(24)式与平板模型的差别, 考虑  $T_i \rightarrow 0$  的极限情形. 此时(28), (29)式为

$$\rho_i^2 \frac{d^2}{dr^2} \phi(r) + Q(r) \phi(r) = 0, \quad (30)$$

其中

$$Q(r) = \left\{ - \left( 1 - \frac{\omega_*}{\omega} \right) \left( 1 + \xi_c Z(\xi_c) \right) + \frac{1}{2 \xi_c^2} \frac{m_c}{m_i} - \frac{\rho_i^2}{r^2} \left( l^2 - \frac{1}{4} \right) + \frac{r^2 \rho_i^2}{a_c^4} \cdot \left( 1 + (k_{D_c} \rho_i)^{-2} e^{r^2/a_c^2} \right)^{-1} - k_{D_c}^{-2} e^{r^2/a_c^2} \right\}$$

$$\cdot \left( k_z^2 + \frac{1}{r^2} \left( l^2 - \frac{1}{4} \right) \right) \left\} [1 + (k_{De} \rho_s)^{-2} e^{r^2/a_c^2}]^{-1}. \quad (31)$$

这里

$$\rho_s^2 = \frac{T_e}{m_i} \frac{1}{\Omega_{i1}^2}, \quad k_{De}^2 = 4\pi n_0(0) e^2 / T_e.$$

如果假定  $(k_{De} \rho_s)^{-2} \rightarrow 0$ ,  $\rho_s^2/r^2 \rightarrow 0$ ,  $l^2 \rho_s^2/r^2 \rightarrow k_z^2 \rho_s^2$ ,  $r^2 \rho_s^2/a_c^2 \rightarrow 0$ , 且有  $\alpha(r) \simeq \alpha'(r_0)(r - r_0)$ , 则 (31) 式中的  $Q(r)$  趋于平板模型的值. 而实际上 (31) 式中的  $\left( l^2 - \frac{1}{4} \right) \rho_s^2/r^2$  项在小  $r$  时是重要的, 它决定了波能在等离子体中心的反射. (31) 式中最后一项来自非电中性, 在等离子体外层的低密度区它是重要的, 使波能在外边界区反射回来. 对于非局域模,  $\alpha(r)$  对  $r$  的非线性变化也是重要的. 图 1 定性显示了柱模型 (实线) 与平板模型 (虚线) 下  $\text{Re}Q(r)$  的差别.

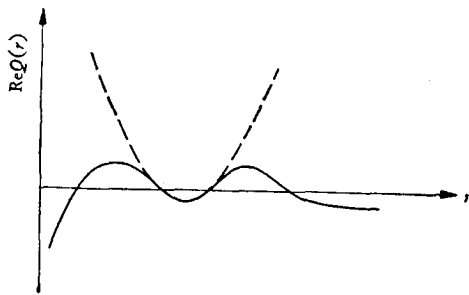


图 1

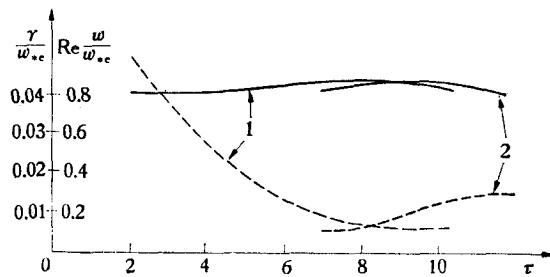


图 2

实线为  $\text{Re} \frac{\omega}{\omega_{*c}}$ ; 虚线为  $\frac{\gamma}{\omega_{*c}}$

### 四、数值计算结果

对方程(28)进行了数值求解. 计算是初步的. 计算结果表明, 确实存在不稳定的本征模, 至少对某些参数范围, 柱效应是重要的.

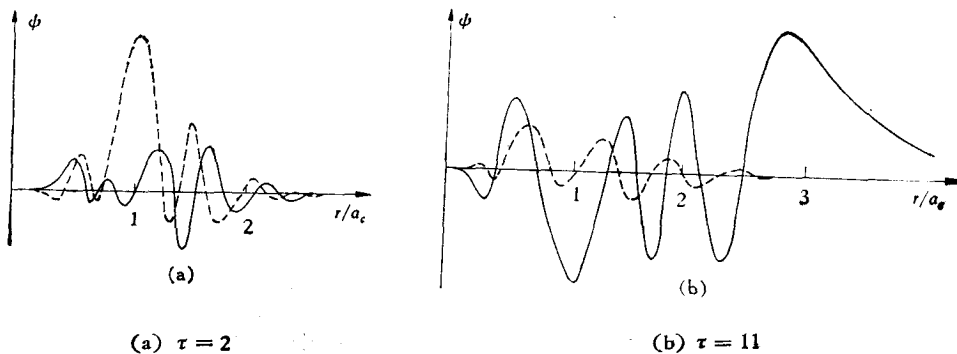


图 3

实线为  $\text{Re}\phi$ ; 虚线为  $\text{Im}\phi$

作为一组参数，我们取  $a_c/\rho_s = 21, a_j/\rho_s = 14, l = 5, B_\theta(a_c)/B_0 = 0.05, k_z\rho_s = -0.0125$  (相应于有理面位置在  $r_0 \approx a_c$  处)， $k_{Dc}^2\rho_s^2 = 200$ 。图 2 给出了  $\text{Re}\omega/\omega_{*c}$  和  $\gamma/\omega_{*c}$  随  $\tau(=T_c/T_i)$  的变化。计算显示有几支模存在，但对这组参数我们尚未找到稳定模。

图 3 表明模的结构是扩展的而不是局域的，这正说明柱效应在此是重要的。降低  $\tau$  (即增加  $T_i/T_c$ ) 时，模的结构收缩，并集中到等离子体的主要区域 ( $r \lesssim a_c$ )。这可能是  $\gamma/\omega_{*c}$  重新增加的原因。

在另一组参数中，我们取较大的  $a_c, a_j$  值，即  $a_c/\rho_s = 36, a_j/\rho_s = 25.2$  (保持  $a_j/a_c = 0.7$  不变)， $l = 5, B_\theta(a_c)/B_0 = 0.086$  (保持有理面的相对位置不变，即  $r_0 \approx a_c$ )， $k_{Dc}^2\rho_s^2 = 200$ 。图 4 给出了  $\text{Re}\omega/\omega_{*c}$  和  $\gamma/\omega_{*c}$  随  $\tau$  的变化。

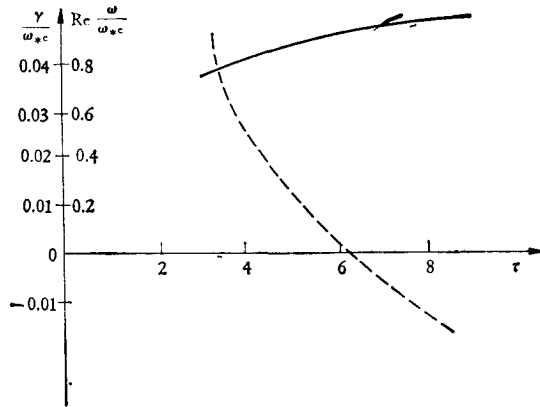


图 4  
实线为  $\text{Re} \frac{\omega}{\omega_{*c}}$ ；虚线为  $\frac{\gamma}{\omega_{*c}}$

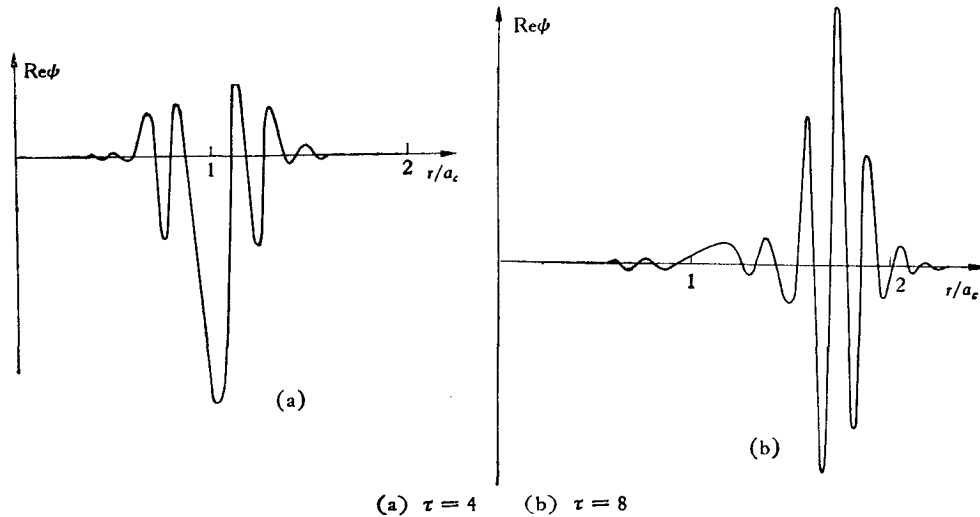


图 5

图 5 给出了  $\tau = 4$  和  $\tau = 8$  情形的模的结构。可见，模有些局域化，但仍然存在不稳定区域 ( $\tau < 6$ )。对于较大的  $\tau$ ，模的局域位置向外移动了，这可能是  $\gamma$  下降的原因。

对于更大的  $a_j$  和  $a_c$  值，模的结构进一步收缩，且有更多的振荡，计算比较困难。对这种情形，积分方程(18)更为合适，这准备在以后进行。

### 五、结 论

导出了描述圆柱形等离子体中漂移波本征模的积分方程。在小拉摩半径极限下它变

为二阶微分方程。对此方程的数值计算表明确实存在不稳定的模，说明至少在某些参数范围内柱效应是重要的。

刘全生教授曾就此问题向我们作过提议，在准备此文过程中得到蔡诗东教授的帮助，谨此一并致谢。

### 参 考 文 献

- [ 1 ] L. D. Pearlstein and H. L. Berk, *Phys. Rev. Lett.*, **23** (1969), 220.
- [ 2 ] D. W. Ross and S. M. Mahajan, *Phys. Rev. Lett.*, **40**(1978), 324.
- [ 3 ] K. T. Tsang *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **40**(1978), 327.
- [ 4 ] T. M. Antonson, Jr., *Phys. Rev. Lett.*, **41** (1978), 33.
- [ 5 ] Y. C. Lee and L. Chen, *Phys. Rev. Lett.*, **42** (1979), 708.
- [ 6 ] L. Chen, F. -J. Ke, M. -J. Xu, S. T. Tsai, Y. G. Lee and T. M. Antonson, Jr., *Plasma Physics*, **24** (1982), 743.
- [ 7 ] R. Marchand, C. F. Zhang, Y. C. Lee, *Phys. Fluids*, **26** (1) (1983), 194.
- [ 8 ] Tsuguhire, Watanabe *et al.*, HIFT-23, Research report, Hiroshima Japan, Feb., (1980).

## ON THE STABILITY OF DRIFT WAVE IN THE CYLINDRICAL PLASMA

ZHANG CHENG-FU

(Department of Physics, Peking University)

WANG SHI-JIN

(Institute of Physics, Academia Sinica)

### ABSTRACT

In the slab model the so-called universal modes are absolutely stable. How about the cylindrical plasma? The main difference is that instead of the out-going boundary condition in the slab mode, in the cylindrical plasma there is not any wave energy out-going at  $r=0$  and  $r=\infty$ . This may change the stabilities of the modes effectively.

Assuming exponential plasma density and current profiles, the integral eigen-equation of drift wave has been derived. In the case of slow radial variation, it can be converted into a second order differential equation. The equation has been solved numerically. The results show that the unstable modes do exist. The comparison between the two models (cylindrical one and slab one) has been made.