第 33 卷 第 10 期 物 理 学 报 Vol. 33, No. 10
1984 年 10 月 ACTA PHYSICA SINICA Oct., 1984

有挠量子引力和无鬼 de Sitter 引力(I)

线性协变规范下的有挠引力

阎沐霖
(中国科学技术大学近代物理系)

郭汉英
(中国科学院理论物理研究所)

1983 年 9 月 10 日收到

提　　要

本文在最一般的线性协变规范下计算了含有 17 个参数的有挠引力理论的传播子,发现拉氏函数中有三项对理论的粒子内容无影响. 1^-粒子是规范有关的非物理粒子, 与原始拉氏量是否无鬼、无快子没有关系.

一、引　　言

我们知道,由于引力耦合常数 $\kappa=\sqrt{8\pi G}$ (G 为牛顿引力常数) 具有长度量纲 (取 $\hbar=c=1$), 各种微扰论意义下的量子引力方案都遇到严重的困难[1-3]. 寄希望于超引力,虽然也遇到高圈图的发散[4], 仍无疑是一个重要方向. 在理论中引进挠率, 尽管没有实质性的进展[5-9],但仍值得探讨,本文将进一步考察有挠量子引力的一些问题.

对于规范理论,虽然物理粒子并不依赖于规范条件的选择,但传播子的形式一般与规范有关. 而以往关于有挠量子引力的研究, 并没有足够重视规范条件的作用. 本文及文献[10]将在一具有两参数的线性规范条件下,讨论最普遍的有挠引力. 为此,构造了 8 个新的投影算子, 以得到所有的传播子. 然后由传播子与规范无关的极点和留数来判别粒子的性质. 我们发现, 在最普遍的有挠引力对传播子有贡献的 17 项拉氏量中, 有 3 项对么正性没有影响. 这表明以往关于有挠引力的无鬼判据[7,8]过严了. 加此 3 项, 以往的无鬼理论仍然是无鬼的.

在文献[10]中, 我们将利用这个一般性的结论,分析一种除宇宙常数外,仅含一个无量纲作用常数的 de Sitter 引力[11],由于 de Sitter 规范对称性的引入, 该理论大大简化了一般有挠引力项数繁多的拉氏量. 分析表明, 以 $SO(3,2)$ 为规范群的 de Sitter 引力是无鬼的, 而 $SO(4,1)$ 规范不变的 de Sitter 引力则应被排除. 我们将指出这些理论的粒子内容,并讨论宇宙常数项对真空态的影响.

在本文中,我们首先计算在线性协变规范条件下有挠引力的传播子;然后在对结果的讨论中指出两个重要结论;最后在附录中列出全部自旋投影算子.

本文使用文献[5]的约定

$$
\begin{aligned}
&(\eta_{\mu\nu})_{\mu\nu=0-3} = \mathrm{diag}(1,-1,-1,-1),\\
&R^{\lambda}_{\rho\mu\nu} = \partial\mu\left\{\begin{matrix}\lambda\\ \rho\nu\end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix}\lambda\\ \sigma\mu\end{matrix}\right\}\left\{\begin{matrix}\sigma\\ \rho\nu\end{matrix}\right\} - (\mu\longleftrightarrow\nu),\\
&F^{\lambda}_{\rho\mu\nu} = \partial_\mu\Gamma^{\lambda}{}_{\rho\nu} + \Gamma^{\lambda}_{\sigma\mu}\Gamma^{\sigma}_{\rho\nu} - (\mu\longleftrightarrow\nu),\\
&h^{\mu\nu} = \chi^{-1}(\sqrt{-g}g^{\mu\nu} - \eta^{\mu\nu}),\\
&Y_{\lambda\mu\nu} = \frac{1}{2}\,(\Gamma_{\lambda[\mu\nu]} + \Gamma_{\mu[\nu\lambda]} + \Gamma_{\nu[\mu\lambda]}).
\end{aligned}
\tag{1}
$$

这里 $\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}$ 为仿射联络，$Y_{\lambda\mu\nu}$ 为组合挠率.

二、线性协变规范下的有挠引力理论

最普遍的有挠引力理论的拉氏量可有 155 项，其中对传播子有贡献的共 17 项[5,12],

$$
\begin{aligned}
\mathscr{L}^P = &-\frac{1}{2}\chi^{-2}R + \alpha R^2_{\mu\nu} + \beta R^2 + 2\lambda_1 R Y^{\mu\nu}_{\nu;\mu} + \lambda_2 R^{\alpha\beta}(Y^{\mu}_{\beta\mu;\alpha} - Y^{;\mu}_{\beta\mu\alpha})\\
&+ a_1 Y_{\mu\nu\alpha;\beta}Y^{\mu\nu\alpha;\beta} + 2a_2 Y_{\mu\nu\alpha;\beta}Y^{\mu\nu\beta;\alpha} + 2a_3 Y_{\mu\nu\alpha;\beta}Y^{\alpha\beta\mu;\nu}\\
&+ a_4 Y_{\mu\nu\alpha;\beta}Y^{\mu\alpha\nu;\beta} + 2a_5 Y_{\mu\nu\alpha;\beta}Y^{\mu\beta\nu;\alpha} + 2a_6 Y_{\mu\nu\alpha;\beta}Y^{\alpha\beta\mu;\nu}\\
&+ 2a_7 Y^{\mu}_{\mu\nu;\alpha}Y^{\nu\lambda;\alpha}_{\lambda} + 2a_8 Y^{\mu;\alpha}_{\mu\nu}Y^{\lambda;\nu}_{\alpha\lambda} + 2a_9 Y^{\mu}_{\nu\mu;}Y^{\lambda\nu\alpha}_{;\lambda}\\
&+ \chi^{-2}b^2_M Y P_M Y + \chi^{-2}b^2_A Y P_A Y + \chi^{-2}b^2_T Y P_T Y,
\end{aligned}
\tag{2}
$$

其中“;”是关于 $\left\{\begin{matrix}\lambda\\ \mu\nu\end{matrix}\right\}$ 的协变微分，P_M, P_A 和 P_T 是 Y 场的 Lorentz 群分解算子（见附录(A.10)，(A.11) 和 (A. 12) 式）. 由于 $\mathscr{L}^P$ 是在广义坐标变换下不变的，因此我们应加上四个规范条件来求场的传播子构造最普遍的线性协变规范条件

$$
f^\nu = \partial_\mu h^{\nu\mu} + \xi\chi^{-1}Y^{\nu\lambda}_{\lambda} + \chi\zeta\partial_\lambda\partial_\rho Y^{\nu\lambda\rho} = 0,
\tag{3}
$$

其中 ξ 和 ζ 是两个任意参数. 对于规范理论，传播子一般是规范有关的，而真实的粒子谱是和传播子规范无关的极点相对应的，即是那些不随规范权重参数 Δ(见(4)式)，以及规范条件中的参数 ξ, ζ 而改变的传播子极点才对应着理论中的真实粒子. 选取最普遍的规范条件有利于我们确定理论的粒子内容.

定义

$$
\mathscr{L}^P_{\mathrm{eff}} = \mathscr{L}^P - \frac{1}{2\Delta}f^\nu f^\mu\eta_{\mu\nu},
\tag{4}
$$

其中 Δ 为规范权重参数，$-\frac{1}{2\Delta}f^\nu f^\mu\eta_{\mu\nu}$ 为规范固定项，条件(3)式对应于 $\Delta=0$. 传播子由 $\mathscr{L}^P_{\mathrm{eff}}$ 中场的双线性项确定. 首先，写出 $\mathscr{L}^P_{\mathrm{eff}}$ 中的双线性项在动量表象中的形式

$$
\overline{\mathscr{L}^P_{\mathrm{eff}}} = \frac{1}{4}\,\phi^{(ab)c}(\mathscr{U}_{(ab)c,(a'b')c'}(k))_{\mathrm{eff}}\phi^{(a'b')c'},
\tag{5}
$$

其中

$$
\phi^{(ab)c} = \{h^{ab},\ Y^{abc}\},
\tag{6}
$$

$(\mathscr{U}_{(ab)c,(a'b')c'}(k))_{\rm eff}$ 是一个 34×34 的矩阵．传播子的定义为

$$D_F(k) = -\mathscr{U}_{\rm eff}^{-1}(k). \tag{7}$$

这个定义与 'tHooft 和 Veltman[13] 的约定相一致．

由于 $\overline{\mathscr{L}_{\rm eff}^{P}}$ 是整体 Lorentz 不变和宇称守恒的，所以 $\mathscr{U}_{\rm eff}$ 可按 $O(3)$ 群和空间反演宇称来分解，即用自旋投影算符来分解．这样，$\mathscr{U}_{\rm eff}$ 的很多矩阵元消失，剩下的不为零的元素构成一些小的子矩阵，其中最大的可表示成 3×3 的子矩阵．这一性质可由 h 和 Y 按 J^P 的分解看出来，

$$[h^{ab}] = 2^+\oplus 1_E^-\oplus 0_s^+\oplus 0_z^+, \tag{8}$$

$$[Y^{abc}] = 1_T^-\oplus 0_T^+\oplus 0_A^-\oplus 1_A^+\oplus 2_M^-\oplus 2_M^+\oplus 1_M^+\oplus 1_M^-. \tag{9}$$

这两个式子表明 $\mathscr{U}_{\rm eff}(0^+)$ 和 $\mathscr{U}_{\rm eff}(1^-)$ 是 3×3 的子矩阵；$\mathscr{U}_{\rm eff}(2^+)$ 和 $\mathscr{U}_{\rm eff}(1^+)$ 是 2×2 的子矩阵；$\mathscr{U}_{\rm eff}(0^-)$ 和 $\mathscr{U}_{\rm eff}(2^-)$ 是 1×1 的子矩阵；其它的交叉矩阵元为零．正是由于这种性质才使得用方程(7)来求 $D_F(k)$ 成为可能．这样，我们一般地有

$$\mathscr{U}_{\rm eff}(J^P) = \mu_G(J^P) + \mathscr{U}_f(J^P) = \begin{bmatrix} (\Lambda_{11}k^2 + a_{11}/x^2)P_{11} & \Lambda_{12}k^2\sqrt{f}\,P_{12} & \Lambda_{13}\sqrt{f}\,P_{13} \\ \Lambda_{12}^*k^2\sqrt{f}\,P_{21} & (\Lambda_{22}k^2 + a_{22}/x^2)fP_{22} & \Lambda_{23}P_{23} \\ \Lambda_{13}^*\sqrt{f}\,P_{31} & \Lambda_{23}^*P_{32} & \Lambda_{33}P_{33} \end{bmatrix}, \tag{10}$$

其中 P_{ij} 为自旋投影算子和转换算子．值得注意的是，仅采用 Neville 的 12 个自旋投影算子和 8 个转换算子[7] 在这里是不够的，还必须再补充 8 个转换算子，构成一组对任意 Lorentz 协变线性规范都适用的基(见附录)．Neville 曾在 Y 的 0^+ 单态、1^- 双重态分别与 h 场的 0^+ 双重态、1^- 单态脱耦的条件下做过类似的计算[12]，我们在条件 (3) 式下所要做的计算将比文献[12]复杂和普遍，这是为了去掉传播子中规范有关的极点，正确地讨论理论的粒子内容和性质．它对于判明一个理论有无鬼粒子和快子是至关紧要的．下面列出计算结果：

0^+　sector

$$a_{11} = 4b_T^2 - 3\xi\Delta^{-1},\quad a_{22} = -\frac{1}{4},\ f = x^2k^2,$$

$$\Lambda_{11} = -4\left(a_1 + a_3 + a_4 + a_6 + \frac{3}{2}a_7 + 3a_8\right),\quad P_{11}(0^+) = P_T(0^+); \tag{11a}$$

$$\Lambda_{22} = 3\beta + \alpha, P_{22}(0^+) = P_s(0^+); \tag{11b}$$

$$\Lambda_{12} = i\sqrt{2}\left(3\lambda_1 - \frac{3\lambda_2}{2}\right), P_{12}(0^+) = P_{Ts}(0^+); \tag{11c}$$

$$\Lambda_{13} = i\sqrt{3}(3\lambda_1 - \lambda_2 + \sqrt{2}\,\xi\Delta^{-1}),\quad P_{13}(0^+) = P_{Tz}(0^+); \tag{11d}$$

$$\Lambda_{23} = \sqrt{3}\,(3\beta + \alpha)x^2k^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}x^{-1}\sqrt{k^2}, P_{23}(0^+) = P_{zs}(0^+); \tag{11e}$$

$$\Lambda_{33} = 3(3\beta + \alpha)x^2k^4 - \left(\frac{3}{4} + 2\Delta^{-1}\right)k^2,\quad P_{33}(0^+) = P_z(0^+). \tag{11f}$$

我们关心无权规范(3)式下的传播子，(3)式对应于$\Delta\to 0$，这时有

$$\mathscr{U}_{\rm eff}^{(0^+)}|_{\Delta\to 0}=\begin{bmatrix}-3\xi\Delta^{-1}x^{-2}P_T(0^+), & \varLambda_{12}k^2\sqrt{f}\,P_{Ts}(0^+), & i\xi\Delta^{-1}x^{-1}\sqrt{6k^2}\,P_{Tz}(0^+)\\ \varLambda_{12}^*k^2\sqrt{f}\,P_{sT}(0^+), & (\varLambda_{22}k^2+a_{22}x^{-2})fP_s(0^+), & \varLambda_{23}P_{sz}(0^+)\\ -i\xi\Delta^{-1}x^{-1}\sqrt{6k^2}P_{zT}(0^+), & \varLambda_{23}P_{zs}(0^+), & -2k^2\Delta^{-1}P_z(0^+)\end{bmatrix}_{\Delta\to 0}. \tag{12}$$

由方程(11a)—(11f),有

$$D_F^{\hat{\Delta}=0}(0^+)=\lim_{\Delta\to 0}\frac{-1}{\det\mathscr{U}_{\rm eff}(0^+)}\begin{bmatrix}\Delta_{11}P_{11}, & \Delta_{12}P_{12}, & \Delta_{13}P_{13}\\ \Delta_{21}P_{21}, & \Delta_{22}P_{22}, & \Delta_{23}P_{23}\\ \Delta_{31}P_{31}, & \Delta_{32}P_{32}, & \Delta_{33}P_{33}\end{bmatrix}$$

$$=\lim_{\Delta\to 0}\frac{-\Delta^2}{\Delta^2\det\mathscr{U}_{\rm eff}(0^+)}[\Delta_{ij}P_{ij}]_{i,j=1,2,3}, \tag{13}$$

其中 Δ_{ij} 是 $\mathscr{U}_{\rm eff}(0^+)|_{\Delta\to 0}$ 去掉 i 行、j 列后的子行列式. 直接的计算给出,

$$\lim_{\Delta\to 0}\Delta^2\det\mathscr{U}_{\rm eff}(0^+)=(\varLambda_{22}k^2+a_{22}x^{-2})f6\xi(1-\xi)x^{-2}k^2, \tag{14}$$

$$\lim_{\Delta\to 0}(-\Delta^2\Delta_{22})=-6\xi(1-\xi)x^{-2}k^2, \tag{15}$$

$$\Delta^2\Delta_{12}|_{\Delta\to 0}=\Delta^2\Delta_{23}|_{\Delta\to 0}=\Delta^2\Delta_{11}|_{\Delta\to 0}=\Delta^2\Delta_{33}|_{\Delta\to 0}=0. \tag{16}$$

于是

$$D_F^{\hat{\Delta}=0}(0^+)=\frac{-P_s(0^+)}{(\varLambda_{22}k^2+a_{22}x^{-2})f}$$

$$=\frac{-4P_s(0^+)}{-k^2}+\frac{4P_s(0^+)}{-k^2+(2x)^{-2}(3\beta+\alpha)^{-1}}. \tag{17}$$

这里已用了(11)式中关于 $\varLambda_{22}$, a_{22} 和 P_{22} 的表达式.

1^- sector

$$a_{11}=4b_M^2, a_{22}=4b_T^2-3\xi\Delta^{-1}+2\xi\zeta x^2k^2\Delta^{-1}-\frac{1}{3}\zeta^2x^4k^4\Delta^{-1},$$

$$f=1,\ \varLambda_{11}=-4\left(a_1+\frac{4}{3}a_2+a_4+\frac{2}{3}a_5+\frac{2}{3}a_6\right),\ P_{11}(1^-)=P_M(1^-); \tag{18a}$$

$$\varLambda_{22}=-4\left(a_1+\frac{2}{3}a_2+a_4+\frac{1}{3}a_5+\frac{1}{3}a_6+\frac{3}{2}a_7+a_9\right), P_{22}(1^-)=P_T(1^-); \tag{18b}$$

$$\varLambda_{12}=\frac{4}{\sqrt{2}}\left(\frac{4}{3}a_2+\frac{2}{3}a_5+\frac{2}{3}a_6+a_9\right)-\sqrt{2}\Delta^{-1}\xi\zeta+\frac{\sqrt{2}}{3}\Delta^{-1}x^2\zeta^2k^2,$$

$$P_{12}(1^-)=P_{MT}(1^-); \tag{18c}$$

$$\varLambda_{13}=\frac{i}{3}\Delta^{-1}x\zeta\sqrt{6k^2},\ P_{13}(1^-)=P_{ME}(1^-); \tag{18d}$$

$$\varLambda_{23}=i\sqrt{3k^2}\Delta^{-1}\left(\xi x^{-1}-\frac{\zeta}{3}xk^2\right),\ P_{23}(1^-)=P_{TE}(1^-); \tag{18e}$$

$$\varLambda_{33}=-\Delta^{-1}k^2,\quad P_{33}(1^-)=P_E(1^-). \tag{18f}$$

由于 $\mathscr{U}_{\rm eff}(1^-)|_{\Delta\to 0}$ 的所有矩阵元都正比于 Δ^{-1}, 所以

$$\lim_{\Delta\to 0}\{\Delta^3 \det \mathscr{U}_{\text{eff}}(1^-)\} \neq 0. \tag{19}$$

而 $\mathscr{U}_{\text{eff}}(1^-)|_{\Delta\to 0}$ 的所有子行列式 $\Delta_{ij}(1^-)$ 都只正比于 Δ^{-2}，因此

$$\lim_{\Delta\to 0}\Delta^3\Delta_{ij}(1^-) = 0,\ i,\ j = 1,\ 2,\ 3. \tag{20}$$

于是

$$D_F^{\hat{=}0}(1^-) = \lim_{\Delta\to 0}\frac{-\Delta^3}{\Delta^3\det\mathscr{U}_{\text{eff}}(1^-)}[\Delta_{ij}(1^-)P_{ij}(1^-)] = 0. \tag{21}$$

这表明 1^- 是一个规范有关的粒子，它在规范条件(3)式下是不传播的.

1^+ sector

$$a_{11} = 4b_A^2,\ a_{22} = 4b_M^2,\ f = 1; \tag{22a}$$

$$\Lambda_{11} = 4\left(-a_1 - \frac{2}{3}a_2 + \frac{2}{3}a_3 - a_4 + \frac{2}{3}a_5 - \frac{2}{3}a_6\right),\ P_{11}(1^+) = P_A(1^+); \tag{22b}$$

$$\Lambda_{22} = 4\left(-a_1 - \frac{4}{3}a_2 + \frac{1}{3}a_3 - a_4 - \frac{2}{3}a_5 - \frac{1}{3}a_6\right),\ P_{22}(1^+) = P_M(1^+); \tag{22c}$$

$$\Lambda_{12} = \frac{4}{3}\sqrt{2}\left(-2a_2 - a_3 - \frac{1}{2}a_5 + a_6\right),\ P_{12}(1^+) = P_{AM}(1^+); \tag{22d}$$

其它矩阵元为零.

2^+ sector

$$a_{11} = 4b_M^2,\ a_{22} = 1/2,\ f = x^2k^2; \tag{23a}$$

$$\Lambda_{11} = -4(a_1 + a_3 + a_4 + a_6),\ P_{11}(2^+) = P_M(2^+); \tag{23b}$$

$$\Lambda_{22} = \alpha,\ P_{22}(2^+) = P_h(2^+); \tag{23c}$$

$$\Lambda_{12} = \frac{i}{\sqrt{2}}\lambda_2,\ P_{12}(2^+) = P_{Mh}(2^+); \tag{23d}$$

其它矩阵元为零.

1^+ 和 2^+-sector 的传播子可直接由方程(7)和(10)算出来，即

$$D_F(1^+)(\text{或 } D_F(2^+)) = \frac{-1}{\det\mathscr{U}_{\text{eff}}}\begin{bmatrix}(\Lambda_{22}k^2 + a_{22}/x^2)fP_{11} & -\Lambda_{12}^*k^2\sqrt{f}\,P_{12}\\ -\Lambda_{12}k^2\sqrt{f}\,P_{21} & \left(\Lambda_{11}k^2 + \frac{a_{11}}{x^2}\right)P_{22}.\end{bmatrix}. \tag{24}$$

0^- sector

$$a_{11} = 4b_A^2,\ \Lambda_{11} = -4(a_1 + a_4),\ P_{11}(0^-) = P_A(0^-), \tag{25}$$

其它矩阵元为零，传播子为

$$D_F(0^-) = \frac{P_A(0^-)}{-4(a_1 + a_4)k^2 + 4b_A^2x^{-2}}. \tag{26}$$

2^- sector

$$a_{11} = 4b_M^2,\ \Lambda_{11} = -4(a_1 + a_4),$$

$$P_{11}(2^-) = P_M(2^-),\ \text{其它矩阵元为零.} \tag{27}$$

所以 2^- 的传播子为

$$D_F(2^-) = \frac{-P_M(2^-)}{-4(a_1 + a_4)k^2 + 4\varkappa^{-2}b_M^2}. \tag{28}$$

三、讨 论

值得指出两个重要结论：一是在无权线性协变规范条件（3）式下，所有的传播子 $D_F^{\hat{\alpha}=0}(J^P)_{J^P=0^\pm,1^\pm}$ 都是与耦合常数 a_7, a_8, a_9 无关的．这可由方程 (17),(21)—(24),(26) 和(28)直接看出来．这一事实表明由(2)式所示的 $\mathscr{L}^P$ 中的 a_7, a_8, a_9 与理论是否无鬼、无快子没有关系．因此在文献[7]和文献[8]所给出的所有无鬼、无快子理论中加上这三项，将不会改变那些理论的无鬼、无快子性质．再一点是 $D_F^{\hat{\alpha}=0}(1^-) = 0$，它表明 1^- 粒子不会做为规范无关的极点而进入任何有挠引力理论，某些文献(例如[8])把 1^- 当做理论的粒子内容来加以讨论是不必要的．

附 录

我们列出本文所使用的自旋投影算子．h 场和 Y 场的自旋宇称分解为

$$[h^{ab}] = 2_h^+ \oplus 1_E^- \oplus 0_s^+ \oplus 0_z^+, \tag{A. 1}$$

$$[Y^{abc}] = 1_T^- \oplus 0_T^+ \oplus 0_A^- \oplus 1_A^+ \oplus 2_M^- \oplus 2_M^+ \oplus 1_M^+ \oplus 1_M^-. \tag{A. 2}$$

引入投影算子[14]

$$\theta_{ab} = \eta_{ab} - k_b k_b/k^2, \tag{A. 3}$$

$$\omega_{ab} = k_a k_b/k^2. \tag{A. 4}$$

关于 h 场，有

$$h^{ab} = (P_h(2+) + P_E(1^-) + P_s(0+) + P_z(0+))h^{a'b'}, \tag{A. 5}$$

注意

$$h^{ab} = h^{ba}, \tag{A. 6}$$

可将 h 的自旋投影算符简写为下列形式：

$$P_h(2+) = \theta_{aa'}\theta_{bb'} - \frac{1}{3}(\theta_{ab}\theta_{a'b'}),$$

$$P_E(1^-) = 2\theta_{aa'}\omega_{bb'},\quad P_s(0+) = \frac{1}{3}\theta_{ab}\theta_{a'b'},\quad P_z(0+) = \omega_{aa'}\omega_{bb'}. \tag{A. 7}$$

Y 场下标的交换对称性为

$$Y_{abc} = -Y_{bac}. \tag{A. 8}$$

用 Neville 的方法，将 Y 分解为三部分，

$$Y_{abc} = T_{abc} + M_{abc} + A_{abc}, \tag{A. 9}$$

其中

$$T_{abc} = (P_T Y)_{abc} = \frac{1}{3}\eta_{cb}Y^d_{\ ad} - \frac{1}{3}\eta_{ca}Y^d_{\ bd}, \tag{A. 10}$$

$$M_{abc} = (P_M Y)_{abc} = \frac{1}{3}[2Y_{abc} - Y_{bca} + Y_{acb} - (\eta_{cb}Y^e_{\ ae} - \eta_{ca}Y^e_{\ be}], \tag{A. 11}$$

$$A_{abc} = (P_A Y)_{abc} = \frac{1}{3}[Y_{abc} + Y_{cab} + Y_{bca}]. \tag{A. 12}$$

于是

$$Y^{abc} = \{P_T(1^-) + P_T(0+) + P_M(2^-) + P_M(2+) + P_M(1+) + P_M(1^-) + P_A(1+) + P_A(0^-)\}Y^{a'b'c'}, \tag{A. 13}$$

其中

$$P_T(1^-) = \frac{2}{3}\eta_{bc}\theta_{aa'}\eta_{b'c'}, \tag{A. 14}$$

$$P_T(0^+) = \frac{2}{3}\theta_{bc}\omega_{aa'}\theta_{b'c'}, \tag{A. 15}$$

$$P_M(2^-) = \frac{2}{3}\theta_{cc'}\theta\theta_{aa'}\theta_{bb'} + \frac{2}{3}\theta_{ca'}\theta_{ac'}\theta_{bb'} - \theta_{ca}\theta_{c'a'}\theta_{bb'}, \tag{A. 16}$$

$$P_M(2^+) = \theta_{cc'}\theta_{aa'}\omega_{bb'} + \theta_{ca'}\theta_{ac'}\omega_{bb'} - \frac{2}{3}\theta_{ca}\theta_{c'a'}\omega_{bb'}, \tag{A. 17}$$

$$P_M(1^+) = \frac{1}{3}[\theta_{cc'}\theta_{aa'}\omega_{bb'} + 2\theta_{ca'}\theta_{bb'}\omega_{ac'} - \theta_{ca'}\theta_{ac'}\omega_{bb'} + 2\omega_{cc'}\theta_{aa'}\theta_{bb'} - 2\omega_{ca'}\theta_{ab'}\theta_{bc'}], \tag{A. 18}$$

$$P_M(1^-) = 2\theta_{aa'}\omega_{bb'}\omega_{cc'} + \frac{2}{3}\eta_{c'b'}\theta_{ba'}\eta_{ac} + \theta_{ac}\theta_{a'c'}\theta_{bb'}, \tag{A. 19}$$

$$P_A(1^+) = \frac{1}{3}[2\theta_{cc'}\theta_{aa'}\omega_{bb'} + 2\theta_{ca'}\theta_{ab'}\omega_{bc'} + 2\theta_{cb'}\theta_{ac'}\omega_{ba'} + \omega_{cc'}\theta_{aa'}\theta_{bb'} + 2\omega_{ca'}\theta_{ab'}\theta_{bc'}], \tag{A. 20}$$

$$P_A(0^-) = \frac{1}{3}\theta_{cc'}\theta_{aa'}\theta_{bb'} - \frac{2}{3}\theta_{ca'}\theta_{ac'}\theta_{bb'}. \tag{A. 21}$$

0^+-sector 中有三种态：0^+_s，0^+_z 和 0^+_T，因此需要 6 个转换算符：

$$P_{zs}(0^+) = 3^{-1/2}\omega_{ab}\theta_{a'b'}, \tag{A. 22}$$

$$P_{sz}(0^+) = 3^{-1/2}\theta_{ab}\omega_{a'b'}, \tag{A. 23}$$

$$P_{zT}(0^+) = -\sqrt{\frac{2}{3k^2}}\,\omega_{ab}k_{a'}\theta_{b'c'}, \tag{A. 24}$$

$$P_{Tz}(0^+) = -\sqrt{\frac{2}{3k^2}}\,k_a\theta_{bc}\omega_{a'b'}, \tag{A. 25}$$

$$P_{sT}(0^+) = -\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{k^2}}\,\theta_{ab}k_{a'}\theta_{b'c'}, \tag{A. 26}$$

$$P_{Ts}(0^+) = -\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{k^2}}\,k_a\theta_{bc}\theta_{a'b'}. \tag{A. 27}$$

1^+-sector 有两个态：1^+_A 和 1^+_M，转换算子为

$$P_{AM}(1^+) = \frac{\sqrt{2}}{3}\{-2\theta_{aa'}\theta_{cb'}\omega_{bc'} - \theta_{cb'}\theta_{ac'}\omega_{ba'} + \theta_{ac'}\theta_{ab'}\omega_{ba'} + \omega_{cc'}\theta_{aa'}\theta_{bb'} + \omega_{ca'}\theta_{ac'}\theta_{bb'}\}, \tag{A. 28}$$

$$P_{MA}(1^+) = \frac{\sqrt{2}}{3}\{\theta_{ca'}\theta_{bb'}\omega_{ac'} - \omega_{aa'}\theta_{bb'}\theta_{cc'} + \omega_{cc'}\theta_{aa'}\theta_{bb'} - 2\omega_{ca'}\theta_{ac'}\theta_{bb'} + \omega_{aa'}\theta_{cb'}\theta_{bc'}\}. \tag{A. 29}$$

1^--sector 有三个态 1^-_E，1^-_T，1^-_M，转换算子为

$$P_{EM}(1^-) = \sqrt{\frac{6}{k^2}}(\theta_{aa'}\omega_{b'c'}k_b - 1/3\,\eta_{c'b'}\theta_{aa'}k_b), \tag{A. 30}$$

$$P_{ME}(1^-) = \sqrt{\frac{6}{k^2}}\left(\theta_{aa'}\omega_{cb}k_{b'} - \frac{1}{3}\theta_{aa'}\eta_{bc}k_{b'}\right), \tag{A. 31}$$

$$P_{ET}(1^-) = \frac{-2}{\sqrt{3k^2}}\theta_{aa'}k_b\eta_{b'c'}, \tag{A. 32}$$

$$P_{TE}(1^-) = \frac{-2}{\sqrt{3k^2}}\eta_{bc}\theta_{aa'}k_{b'}, \tag{A. 33}$$

$$P_{TM}(1^-) = \sqrt{2}\,\eta_{bc}\theta_{aa'}\left(\frac{1}{3}\eta_{c'b'} - \omega_{b'c'}\right), \tag{A. 34}$$

$$P_{MT}(1^-) = \sqrt{2}\,\eta_{b'c'}\theta_{aa'}\left(\frac{1}{3}\eta_{bc} - \omega_{bc}\right). \tag{A. 35}$$

2^+-sector 有两个态：2^+_A 和 2^+_M，转换算子为

$$P_{Mh}(2^+) = \sqrt{\frac{2}{k^2}}\, k_b \left(\theta_{aa'}\theta_{cb'} - \frac{1}{3}\,\theta_{ac}\theta_{a'b'}\right), \tag{A.36}$$

$$P_{hM}(2^+) = \sqrt{\frac{2}{k^2}} \left(\theta_{aa'}\theta_{bc'} - \frac{1}{3}\,\theta_{ab}\theta_{a'c'}\right) k_{b'}. \tag{A.37}$$

投影算子和转换算子的运算法则为

$$P_iP_j = \delta_{ij}P_j, \quad P_iP_{jk} = \delta_{ij}P_{jk},$$
$$P_{ij}P_{kl} = \delta_{jk}P_{il}, \quad P_{ii} = P_i. \tag{A.38}$$

参 考 文 献

[1] G. 'tHooft and M. Veltman, *Ann. Inst. Henri Poicaré* **20** (1974), 69.
[2] S. Deser and P. van Nieuwenhuizen, *Phys. Rev. D,* **10** (1974), 40; 411; S. Deser, P. van Nieuwenhuizen and H. S. Tsao, *Phys. Rev. D,* **10** (1974), 3337.
[3] K. S. Stelle, *Phys. Rev. D,* **16**(1977), 953.
[4] S. Deser, J. H. Kag, *Phys. Lett. B,* **76** (1978), 400;
P. van Nieuwenhuizen, *Phys. Rep.,* **68**, No. 4 (1981), 189.
[5] M. L. Yan, *Comm. in Theor. Phys. (Beijing),* **2** (1983), 1281;
M. L. Yan, B. H. Zhao and H. Y. Guo, *Kexue Tongbao,* **13** (1979), 587.
[6] T. W. B. Kibble, *J. Math. Phys.,* **2** (1961), 212.
[7] D. E. Neville, *Phys. Rev. D,* **18** (1978), 3535.
[8] E. Sezgin and P. van Nieuwenhuizen, *Phys. Rev. D,* **21** (1980), 3269.
[9] H. T. Nieh, Preprint. Stony Brook, ITP-SB-79-76, (1979); H. T. Nieh and M. L. Yan, *Ann. Phy.* **138** (1982), 237.
[10] 阎沐霖、郭汉英，本刊本期.
[11] 吴詠时、李根道、郭汉英，科学通报，**19**(1974)，509.
[12] D. E. Neville, *Phys. Rev. D,* **21** (1980), 867.
[13] G. 'tHooft and M. Veltman, Diagrammar, CERN 73—9, (1973).
[14] P. van Nieuwenhuizen, *Nucl. Phys. B,* **60** (1973), 478.

THE QUANTUM GRAVITY WITH TORSION AND GHOST-FREE DE SITTER GRAVITY (I)

GRAVITATIONAL FIELD WITH HORSION UNDER LINEAR COVARIANT GAUGE CONDITION

YAN MU-LIN

(Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China Hefei)

GUO HAN-YING

(Institute of Theoretical Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

Under a general linear covariant gauge condition, the propagators are calculated in a gravitational theory with torsion containing 17 parameters. It is showed that there are three terms in the Lagrangian having no contributions to the particle content of the theory. $J^P=1^-$ particle is a gauge-dependent non-physical particle, which does not effect whether the original Lagrangian is ghost-free and tachyon-free or not.