

一维磁性合金的电阻理论

江 启 杜 刘 福 绥

(北京大学物理系)

1983 年 9 月 26 日收到

提 要

本文分别在孤立杂质和耦合杂质情况下,讨论了 sd 相互作用对一维导体电阻的贡献. 为了说明本文杂质耦合的实质,导出了一维 RKKY 作用的形式. 对一维磁性合金的电阻进行了定性的讨论并从理论上预言了可能的 $\rho-T$ 曲线.

一、引 言

自从 1972 年发现 TTF-TCNQ 以来^[1],不断找到了许多一维导体,例如, HMT SF-TCNQ 及 (TMTSF)₂PF₆^[2]等. 一维导体目前已成为凝聚态物理学研究的活跃课题之一^[3]. 三维稀磁合金体系在孤立杂质极限下的电阻公式已由 Kondo 于 1964 年给出^[4]. sd 相互作用可引起以传导电子为媒介的两个磁性杂质之间的相互作用,称为 RKKY 相互作用. 耦合磁性杂质对电阻的贡献,在三维情况下已由文献[5]和[6]给出. 一个很自然的问题是 sd 相互作用对一维磁性合金电阻的贡献. 本文工作表明一维 Kondo 电阻表达式和三维的形式上完全相同,一维耦合电阻在强耦合下可以给出较大的贡献. 考虑到本文的杂质耦合起源于 RKKY 作用,我们导出一维 RKKY 作用;一维 RKKY 耦合电阻公式;对一维 Kondo 电阻公式做了简要的推导;分析了 sd 作用对一维磁性合金电阻贡献的特点,讨论了电阻的温度行为,预言了可能有的实验曲线类型.

二、一维 RKKY 相互作用

sd 相互作用哈密顿量可以写为^[7]

$$H_{sd} = -\frac{J}{2N} \sum_{k, k', j} e^{i(k'-k)R_j} [(a_{k\uparrow}^+ a_{k'\uparrow} - a_{k\downarrow}^+ a_{k'\downarrow}) S_{jx} + a_{k\uparrow}^+ a_{k'\downarrow} S_{jy} + a_{k\downarrow}^+ a_{k'\uparrow} S_{jz}], \quad (1)$$

其中 J 为 sd 交换积分,通常取为与 k, k' 无关的常量; N 为原胞数目; R_j 为杂质位置; $a^+(a)$ 为传导电子(简称 s 电子)的产生(湮灭)算符; S_j 为局域电子(简称 d 电子)的自旋算符, $S_{j+}(S_{j-})$ 是第 j 个格点上 d 电子的自旋升(降)算符.

以 s 电子为媒介的 RKKY 相互作用在三维下的形式已由 Ruderman 等人^[8]给出. 下面导出一维 RKKY 作用的方法类似于三维的方法.

H_{sd} 的一级微扰能量为

$$\Delta \epsilon_1 = -\frac{J}{2N} \sum_{i,k} (n_{k\uparrow} - n_{k\downarrow}) S_{iz}$$

其中 $n_{k\uparrow}$ ($n_{k\downarrow}$) 为 k 态 s 电子自旋向上(下)的电子数。设有 W 个电子由自旋向下状态变为自旋向上, 则

$$\Delta \epsilon_1 = -\frac{JW}{N} \sum_j S_{iz} \quad (2)$$

另一方面, 由于 Pauli 原理, 这一自旋倒向会使体系的动能增加, 以 $N(0)$ 代表单位原胞单一自旋态在 Fermi 面上的态密度, 则增加量为

$$\Delta \epsilon_2 = \frac{W^2}{NN(0)} \quad (3)$$

结合(2)和(3)式, 体系总能量的改变为

$$\Delta E_1 = -\frac{JW}{N} \sum_j S_{iz} + \frac{W^2}{NN(0)}$$

其中 W 由 ΔE_1 取极小值决定,

$$W_0 = \frac{N(0)J \left(\sum_j S_{iz} \right)}{2}$$

最后得到体系能量的一级修正

$$\Delta E_{1\min} = -\frac{J^2}{4N} N(0) \left(\sum_j S_{iz} \right)^2 \quad (4)$$

能量的二级微扰为

$$\begin{aligned} \Delta E_2 = 2 \left(\frac{J}{2N} \right)^2 \sum_{i,l} \left[S_{iz} S_{lz} \sum_{k,k'(\neq k)} + (S_{ix} S_{lx} + S_{iy} S_{ly}) \cdot \sum_{k,k'} \right] \\ \cdot f(\epsilon_k) \cdot \frac{\exp[i(k-k')(R_j - R_l)]}{\epsilon_k - \epsilon_{k'}} \end{aligned} \quad (5)$$

其中因子 2 来自自旋的两种取向。 $f(\epsilon_k)$ 为 Fermi 分布函数。令 $k - k' = q$, 定义

$$F(q) = \frac{1}{N} \sum_k \frac{f(\epsilon_k)}{\epsilon_k - \epsilon_{k-q}} \quad (6)$$

(5)式可改写为

$$\begin{aligned} \Delta E_2 = \frac{J^2}{2N} \sum_{i,l} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_l \sum_q e^{iq(R_j - R_l)} F(q) - \frac{J^2}{2N} F(0) \left(\sum_j S_{iz} \right)^2, \\ F(0) = \lim_{q \rightarrow 0} F(q). \end{aligned} \quad (5')$$

在低温和平方色散近似下, 即

$$\begin{aligned} f(\epsilon_k) = \begin{cases} 1 & |k| \leq k_F \\ 0 & |k| > k_F \end{cases} \quad (k_F \text{ 为 Fermi 动量}), \\ \epsilon_k = \frac{\hbar^2}{2m} k^2, \end{aligned}$$

容易求得 $F(q)$ 的表达式。把求和换成积分

$$\begin{aligned}
 F(q) &= \frac{a}{2\pi} \int_{-k_F}^{k_F} \frac{dk}{\frac{\hbar^2}{2m} [k^2 - (k-q)^2]} = \frac{ma}{\pi\hbar^2} \int_{-k_F}^{k_F} \frac{dk}{2kq - q^2} \\
 &= -\frac{ma}{2\pi\hbar^2 q} \ln \left| \frac{q + 2k_F}{q - 2k_F} \right|, \quad (6')
 \end{aligned}$$

故
$$F(0) = \lim_{q \rightarrow 0} F(q) = -\frac{ma}{2\pi\hbar^2 k_F}.$$

注意到 $N(0) = ma/\pi\hbar^2 k_F$, 则 $F(0) = -N(0)/2$, 有

$$\begin{aligned}
 \Delta E_2 &= \frac{J^2}{2N} \sum_{i,l} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_l \sum_q e^{iq(R_j - R_l)} F(q) \\
 &\quad + \frac{J^2}{2N} N(0) \left(\sum_j S_{jz} \right)^2. \quad (7)
 \end{aligned}$$

结合(4)式就得到二级近似的能量修正

$$\Delta E = \sum_{i,l} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_l J(R_j - R_l), \quad (8)$$

$$J(R_j - R_l) \equiv \frac{J^2}{2N} \sum_q e^{iq(R_j - R_l)} F(q). \quad (8')$$

因为 $F(q) = F(-q)$, 所以 $J(R_j - R_l)$ 只是 $|R_j - R_l|$ 的函数, 其具体形式为(推导见附录)

$$\begin{aligned}
 J(|R_j - R_l|) &= \frac{J^2}{2} \cdot \frac{a}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(q) e^{iq|R_j - R_l|} dq \\
 &= \frac{J^2}{8} N(0) k_F a \left[\int_{-2k_F|R_j - R_l|}^{2k_F|R_j - R_l|} \frac{\sin t}{t} dt - \pi \right] \\
 &= -\frac{J^2}{8} N(0) k_F a \int_{2k_F|R_j - R_l|}^{\infty} \frac{2 \sin t}{t} dt. \quad (8'')
 \end{aligned}$$

令 $x = 2k_F|R_j - R_l|$, 则当 $x \gg 1$ 时, 上式可近似为

$$J(x) = -\frac{J^2}{4} N(0) k_F a \left[\frac{\cos x}{x} + \frac{\sin x}{x^2} + \dots \right].$$

(8'') 式就是 RKKY 相互作用的一维形式, 它比 Abrikosov^[9] 及 Roth^[10] 的结果更为普遍, 在 x 值较大时就得到与他们一致的表达式。

三、一维 RKKY 耦合电阻

为了计算方便, 使用 Abrikosov 的赝费密子方法^[11]. 体系的哈密顿量可写为

$$H = H_0 + H_{sd}, \quad (9)$$

$$H_0 = \sum_{k,\alpha} \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \mu \right) a_{k\alpha}^\dagger a_{k\alpha}, \quad (10)$$

$$H_{sd} = -\frac{J}{2N} \sum_{k,k',\alpha,\alpha',\beta,\beta',j} e^{i(k'-k)R_j} \sigma_{\alpha\alpha'} \cdot \mathbf{S}_{\beta\beta'} a_{k\alpha}^\dagger a_{k'\alpha'} d_{j\beta}^\dagger d_{j\beta'}, \quad (11)$$

其中 $d_{j\beta}^\dagger$ ($d_{j\beta}$) 是在位置 R_j 上自旋为 β 的 d 电子的产生(湮灭)算符; σ 为 Pauli 自旋矩阵的

矢量形式; μ 为 s 电子的化学势.

传导电子和耦合杂质散射的最低阶自能图如图 1 所示, 其中实线为传导电子格林函数, 表达式为

$$1/(i\omega - \xi(k)),$$

虚线代表 d 电子格林函数

$$1/i\omega$$

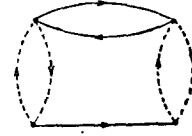


图 1 低阶 RKKY 自能图

“·”代表简单顶角, 自能表达式为

$$\begin{aligned} \sum_{\text{RKKY}} (k, i\omega) = & (-)^3 \left(\frac{-J}{2N}\right)^4 T^4 \sum_{\substack{k_1, p, q, j, l, \alpha'_1, \alpha'_2, \alpha'_3, \\ \omega_1, \dots, \omega_4, \beta'_1, \dots, \beta'_4}} \left\{ \frac{\sigma_{\alpha'_1 \alpha'_1} \cdot \mathbf{S}_{\beta'_1 \beta'_2}}{i\omega_2 \cdot i(\omega + \omega_2 - \omega_1)} \right. \\ & \cdot \frac{\sigma_{\alpha'_2 \alpha'_3} \cdot \mathbf{S}_{\beta'_2 \beta'_1}}{i\omega_1 - \xi(k_1)} \cdot \frac{\sigma_{\alpha'_3 \alpha'_2} \cdot \mathbf{S}_{\beta'_3 \beta'_4}}{i\omega_3 - \xi(p)} \cdot \frac{\sigma_{\alpha'_1 \alpha} \cdot \mathbf{S}_{\beta'_4 \beta'_3}}{i(\omega + \omega_3 - \omega_1) - \xi(q)} \cdot \frac{1}{i\omega_4} \\ & \left. \cdot \frac{\exp[i(k - k_1 + p - q) \cdot (R_j - R_l)]}{i(\omega_4 + \omega - \omega_1)} \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

(12)式中, 易证

$$\begin{aligned} \sum_{\substack{\alpha'_1, \dots, \alpha'_3 \\ \beta'_1, \dots, \beta'_4}} [(\sigma_{\alpha'_1 \alpha'_1} \cdot \mathbf{S}_{\beta'_1 \beta'_2}) \cdot (\sigma_{\alpha'_2 \alpha'_3} \cdot \mathbf{S}_{\beta'_2 \beta'_1}) \cdot (\sigma_{\alpha'_3 \alpha'_2} \cdot \mathbf{S}_{\beta'_3 \beta'_4}) \\ \cdot (\sigma_{\alpha'_1 \alpha} \cdot \mathbf{S}_{\beta'_4 \beta'_3})] = \frac{3}{2} \delta_{\alpha' \alpha} \end{aligned}$$

和

$$\sum_{\omega_2} \frac{1}{i\omega_2} \cdot \frac{1}{i(\omega_2 + \omega - \omega_1)} = \begin{cases} 0 & \omega \neq \omega_1, \\ -\frac{1}{4T^2} & \omega = \omega_1. \end{cases}$$

利用上式, (12)式中的频率求和为

$$\begin{aligned} T^4 \sum_{\omega_1, \dots, \omega_4} & \left[\frac{1}{i\omega_2 \cdot i(\omega + \omega_2 - \omega_1)} \cdot \frac{1}{i\omega_1 - \xi(k_1)} \cdot \frac{1}{i\omega_3 - \xi(p)} \right. \\ & \left. \cdot \frac{1}{i(\omega + \omega_3 - \omega_1) - \xi(q)} \cdot \frac{1}{i\omega_4 \cdot i(\omega_4 + \omega - \omega_1)} \right] \\ & = \frac{1}{16T} \cdot T \sum_{\omega_3} \frac{1}{i\omega_3 - \xi(k_1)} \cdot \frac{1}{i\omega_3 - \xi(p)} \cdot \frac{1}{i\omega_3 - \xi(q)} \\ & = \frac{1}{16T} \cdot \frac{1}{i\omega - \xi(k_1)} \cdot \frac{f(\varepsilon_p) - f(\varepsilon_q)}{\xi(p) - \xi(q)}. \end{aligned} \quad (13)$$

注意到 f, ξ 函数对 p, q 的反演对称性, 则

$$\begin{aligned} & \sum_{p, q} \frac{f(\varepsilon_p) - f(\varepsilon_q)}{\xi(p) - \xi(q)} \exp[i(p - q)(R_j - R_l)] \\ & = \sum_{p, q} \frac{2f(\varepsilon_p) \exp[i(p - q)(R_j - R_l)]}{\xi(p) - \xi(q)}. \end{aligned}$$

令 $p - q = p'$, 上式就化为和(8')式一样的求和, 结果为

$$\frac{1}{N^2} \sum_{p, q} \frac{f(\varepsilon_p) - f(\varepsilon_q)}{\xi(p) - \xi(q)} \exp[i(p - q)(R_j - R_l)]$$

$$= -\frac{N(0)}{2} k_{\text{Fa}} \int_x^\infty \frac{2 \sin t}{t} dt. \quad (14)$$

所以 RKKY 自能为

$$\begin{aligned} \Sigma_{\text{RKKY}}(k, i\omega) &= \frac{J^4}{16N^2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{16T} \sum_{j,l,k_1} \frac{N(0)}{2} \cdot k_{\text{Fa}} \left[\frac{1}{i\omega - \xi(k_1)} \right. \\ &\quad \left. \cdot \int_x^\infty \frac{2 \sin t}{t} dt \cdot e^{ik(R_j - R_l)} \cdot e^{-ik_1(R_j - R_l)} \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

因为只有 Fermi 面附近的电子对电导有贡献, 所以做平均 (τ 是弛豫时间)

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau(k_{\text{F}})} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau(k_{\text{F}})} + \frac{1}{\tau(-k_{\text{F}})} \right) = \frac{2}{\hbar} \cdot \frac{1}{2} \text{Im} [\Sigma(k_{\text{F}}, i0^+) + \Sigma(-k_{\text{F}}, i0^+)] \\ &= \frac{2}{\hbar} \cdot \frac{J^4}{16N^2} \cdot \frac{3}{32T} N(0) k_{\text{Fa}} \sum_{j,l} \left[\cos\left(\frac{x}{2}\right) \left(\int_x^\infty \frac{\sin t}{t} dt \right) \right. \\ &\quad \left. \cdot \text{Im} \left(\sum_{k_1} \frac{e^{-ik_1(R_j - R_l)}}{i0^+ - \xi(k_1)} \right) \right] \\ &= \frac{J^4}{8N\hbar} \cdot \frac{3}{32T} \pi N^2(0) k_{\text{Fa}} \sum_{j,l} \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) \cdot \int_x^\infty \frac{\sin t}{t} dt. \end{aligned} \quad (16)$$

由于上式中的积分随 x 的增大成反比衰减, 所以对杂质的求和可采用近邻近似. 平均每个杂质周围有近邻的几率为 n (杂质浓度), 一维系统的最近邻数为 2, 则

$$\frac{1}{\tau(k_{\text{F}})} = \frac{J^4}{8\hbar} \cdot \frac{3}{32T} \pi N^2(0) k_{\text{Fa}} \cos^2\left(\frac{x_0}{2}\right) \cdot 2n^2 \int_{x_0}^\infty \frac{\sin t}{t} dt, \quad (17)$$

$x_0 = 2k_{\text{F}}\Delta$, Δ 为最近邻杂质间的平均距离. 在电子传导机制和弛豫时间近似下, 一维系统的电阻公式为

$$\rho = \frac{mQ}{4e^2 N(0) E_{\text{F}}} \cdot \frac{1}{\tau(k_{\text{F}})} \quad (Q \text{ 为原胞体积}). \quad (17')$$

故

$$\begin{aligned} \rho_{\text{RKKY}} &= \frac{mQ}{4e^2 N(0) E_{\text{F}}} \cdot \frac{J^4}{8\hbar} \cdot \frac{3}{32T} \pi N^2(0) k_{\text{Fa}} \cdot 2n^2 \\ &\quad \cdot \cos^2\left(\frac{x_0}{2}\right) \cdot \left(\int_{x_0}^\infty \frac{\sin t}{t} dt \right) \\ &\approx \frac{mQ}{4e^2 N(0) E_{\text{F}}} \cdot \frac{J^4}{8\hbar} \cdot \frac{3}{32T} \pi N^2(0) k_{\text{Fa}} \cdot 2n^2 \\ &\quad \cdot \cos^2\left(\frac{x_0}{2}\right) \cdot \left[\frac{\cos x_0}{x_0} + \frac{\sin x_0}{x_0^2} + \dots \right] \\ &\approx \frac{mQ}{4e^2 E_{\text{F}}} \cdot \frac{J^4}{8\hbar} \cdot \frac{3}{32T} \pi N(0) n^2 \frac{a}{\Delta} \cos^2\left(\frac{x_0}{2}\right) \cdot \cos x_0 \\ &= \rho_{\text{M}} \cdot \frac{T_0}{T} n^2 \cos^2(k_{\text{F}}\Delta) \cos(2k_{\text{F}}\Delta), \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$\rho_{\text{M}} = \frac{3}{64} \cdot \frac{mQ J^2 \pi}{e^2 E_{\text{F}} \hbar}, \quad T_0 = \frac{J^2}{16} N(0) \cdot \frac{a}{\Delta}. \quad (19)$$

四、一维 Kondo 电阻

对 Kondo 效应作出贡献的低阶自能图^[12]如图 2 所示.

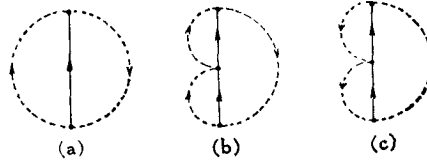


图 2 孤立杂质 sd 散射自能图

与图 2(a) 相应的自能表达式为

$$\Sigma_{\alpha',\alpha}^{(2)}(k, i\omega) = \left(\frac{-J}{2N}\right)^2 (-) T^2 \sum_{\substack{\omega_1, \omega_2, p_1, i \\ \alpha_1, \beta_1, \beta_2}} \frac{\sigma_{\alpha'\alpha_1} \cdot \mathbf{S}_{\beta_1\beta_2}}{i(\omega_1 + \omega_2 - \omega)} \cdot \frac{(\sigma_{\alpha_1\alpha} \cdot \mathbf{S}_{\beta_2\beta_1})}{i\omega_1 - \xi(p_1)} \cdot \frac{1}{i\omega_2}. \quad (20)$$

与图 2(b), (c) 相应的自能表达式为

$$\begin{aligned} \Sigma_{\alpha',\alpha}^{(3)}(k, i\omega) = & \left(\frac{-J}{2N}\right)^3 (-)^3 (-) T^3 \sum_{\substack{\omega_1, \dots, \omega_3, p_1, \dots, p_3 \\ \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3, i}} \left[\frac{\sigma_{\alpha'\alpha_1} \cdot \mathbf{S}_{\beta_3\beta_1}}{i\omega_1 \cdot i\omega_2 \cdot i\omega_3} \right. \\ & \cdot \frac{\sigma_{\alpha_1\alpha_2} \cdot \mathbf{S}_{\beta_1\beta_2}}{i(\omega + \omega_3 - \omega_1) - \xi(p_1)} \cdot \frac{(\sigma_{\alpha_2\alpha} \cdot \mathbf{S}_{\beta_2\beta_3})}{i(\omega + \omega_3 - \omega_2) - \xi(p_2)} \\ & + \frac{\sigma_{\alpha'\alpha_1} \cdot \mathbf{S}_{\beta_1\beta_3}}{i\omega_1 \cdot i\omega_2 \cdot i\omega_3} \cdot \frac{\sigma_{\alpha_1\alpha_2} \cdot \mathbf{S}_{\beta_2\beta_1}}{i(\omega_1 + \omega - \omega_3) - \xi(p_1)} \\ & \left. \cdot \frac{\sigma_{\alpha_2\alpha} \cdot \mathbf{S}_{\beta_3\beta_1}}{i(\omega + \omega_2 - \omega_3) - \xi(p_2)} \right]. \end{aligned}$$

利用 Mattuck^[12] 所给的自旋求和公式和惯用的频率求和技术^[12], 完成自旋和频率求和, 易证图 2(b), (c) 两图的贡献相等. 有

$$\Sigma_{\alpha',\alpha}^{(2)}(k, i\omega) = \left(\frac{-J}{2N}\right)^2 \cdot \frac{3}{8} \delta_{\alpha'\alpha} \sum_{p_1, i} \frac{1}{i\omega - \xi(p_1)}, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{\alpha',\alpha}^{(3)}(k, i\omega) = & \left(\frac{-J}{2N}\right)^3 \left(-\frac{3}{4}\right) \delta_{\alpha'\alpha} \sum_{p_1, p_2, i} \left\{ \text{th}\left(\frac{\xi(p_1)}{2T}\right) \cdot \text{th}\left(\frac{\xi(p_2)}{2T}\right) \right. \\ & \cdot \left[\frac{1}{2} \frac{1}{[i\omega - \xi(p_1)] \cdot [i\omega - \xi(p_2)]} + \frac{2}{\xi(p_1) - \xi(p_2)} \right. \\ & \left. \left. \cdot \frac{1}{i\omega - \xi(p_2)} \cdot \frac{1}{1 - e^{\xi(p_2)/T}} \right] \right\}. \quad (22) \end{aligned}$$

设

$$N(\xi) = \begin{cases} 0 & \text{其它,} \\ N(0) & |\xi| \leq D, \end{cases}$$

由

$$\Sigma(k, i\omega) = \Sigma^{(2)}(k, i\omega) + \Sigma^{(3)}(k, i\omega)$$

和

$$\frac{1}{\tau(k_F)} = -\frac{2}{\hbar} \operatorname{Im} \Sigma(k_F, i0^+),$$

注意到 $D/2T \gg 1$, 则

$$\frac{1}{\tau(k_F)} = \frac{3}{16} \cdot \frac{J^2 \pi n N(0)}{\hbar} \left[1 - 2JN(0) \left(\ln\left(\frac{D}{2T}\right) \operatorname{th}\left(\frac{D}{2T}\right) + \ln\frac{4\gamma}{\pi} \right) \right]. \quad (23)$$

在上面的计算中, 利用了下列结果:

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{p_1} \frac{1}{i0^+ - \xi(p_1)} &= \int N(\xi) \frac{d\xi}{i0^+ - \xi} = N(0) \int_{-D}^D (-i\pi) \delta(\xi) d\xi \\ &= -i\pi N(0), \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{p_1} \frac{\operatorname{th}\left(\frac{\xi(p_1)}{2T}\right)}{\xi(p_1) - i0^+} &= N(0) \int_{-D}^D \frac{\operatorname{th}\left(\frac{\xi}{2T}\right)}{\xi - i0^+} = N(0) \int_{-D/2T}^{D/2T} \frac{\operatorname{th}(x)}{x} dx \\ &\doteq 2N(0) \ln\left(\frac{D}{2T}\right) \operatorname{th}\left(\frac{D}{2T}\right) + 2N(0) \ln\frac{4\gamma}{\pi} \quad \left(\frac{D}{2T} \gg 1\right), \end{aligned} \quad (25)$$

$$\int_0^\infty \frac{\ln x}{\operatorname{ch}^2 x} dx = -\ln\frac{4\gamma}{\pi}, \quad (26)$$

其中 $\ln \gamma$ 为欧拉常数 (0.577).

因 $D/2T \gg 1$, 所以 $\operatorname{th}(D/2T) \approx 1$, 由 (17') 和 (23) 式得到 Kondo 电阻为

$$\rho_{\text{Kondo}} = \rho_M n \left[1 - 2JN(0) \ln\frac{2D\gamma}{\pi T} \right], \quad (27)$$

ρ_M 的定义见 (19) 式.

从上式可以看到, 一维 Kondo 电阻公式同三维的形式上完全一样^[4,7], 只是 $N(0)$, ρ_M 表达式有所不同.

五、讨 论

一维金属的电阻正比于温度的平方^[13], 于是, 对于一维磁性合金, 其电阻温度之间的关系可表达为

$$\rho(T) = \rho_0 + AT^2 + \rho_{\text{Kondo}} + \rho_{\text{RKKY}}, \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \rho(T) &= \rho_0 + AT^2 + \rho_M n \left[1 - 2JN(0) \ln\frac{2D\gamma}{\pi T} \right] \\ &\quad + \rho_M \cdot \frac{T_0}{T} n^2 \cos^2(k_F \Delta) \cos(2k_F \Delta), \end{aligned} \quad (29)$$

ρ_0 为剩余电阻.

从 T_0 的表达式 (19) 中可以看到, 对较强的 s - d 耦合, T_0 可以很高, 从而在很宽的低温区内, ρ_{RKKY} 有与 ρ_{Kondo} 项相比拟的贡献, 在更低的温度下, 它将起主要作用. 对杂质浓度稍高的系统就更为显著, 这和物理上直观的理解是一致的. 浓度高时, 孤立杂质散射模型是很粗略的近似, 而耦合杂质散射模型应该更接近于实际情况. 另一方面, 前一模型不能解释铁磁 s - d 耦合系统的电阻极小现象, 而 (29) 式表明, 对两种 s - d 耦合系统都可能出

现极小现象。而且耦合散射模型还能解释低温下的电阻极大现象^[6]。几种条件下定性的 $\rho-T$ 曲线示于图 3 中。

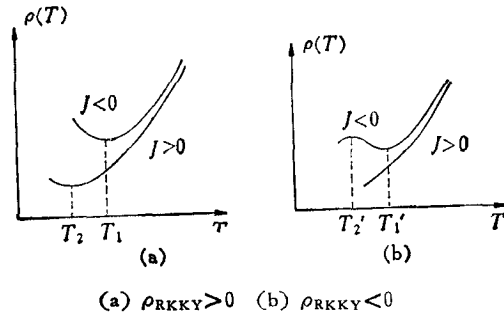


图 3 一维磁性合金的低温电阻曲线

现对图 3 中的 $T_1(T'_1)$ 和 $T_2(T'_2)$ 作简单的估计。

1. $\rho_{\text{RKKY}} > 0$ 的情况

若 $J < 0$ ，由于 $\rho_{\text{RKKY}} \propto n^2$ ，在较高温度下可略去此项而有

$$\rho(T) = \rho_0 + AT^2 + \rho_{\text{Mn}} \left(1 + 2|J|N(0) \ln \frac{2D\gamma}{\pi T} \right), \quad (30)$$

所以

$$T_1 = \left(\frac{|J|\rho_{\text{Mn}}N(0)n}{A} \right)^{1/2} \propto n^{1/2}. \quad (31)$$

若 $J > 0$ ，Kondo 电阻随 T 的变化是对数型的，而 ρ_{RKKY} 却随 T 降低反比地增加，在更低温时可略去 T^2 项而有

$$\rho(T) = \rho_0 + \rho_{\text{Mn}} \left[1 - 2JN(0) \ln \frac{2D\gamma}{\pi T} + \rho_{\text{Mn}} n^2 \frac{T_0}{T} \cos^2(k_{\text{F}}\Delta) \cdot \cos(2k_{\text{F}}\Delta) \right], \quad (32)$$

则得

$$T_2 = \frac{J}{32} \cdot \frac{a}{\Delta} \cos^2(k_{\text{F}}\Delta) \cos(k_{\text{F}}2\Delta) n \propto n. \quad (33)$$

2. $\rho_{\text{RKKY}} < 0$ 时可作同样的分析，

$$T'_1 \approx T_1, \quad T'_2 \approx T_2,$$

并且一般地， $T_1(T'_1) > T_2(T'_2)$ 。

附 录

这里对 RKKY 作用形式作详细的推导。下面的积分都必须理解为主值积分。由(8')与(6')式

$$\begin{aligned} J(|R_j - R_l|) &= \frac{J^2}{2N} \sum_q e^{iq|R_j - R_l|} F(q) \\ &= -\frac{J^2}{8} \cdot \frac{N(0)}{\pi} k_{\text{F}} a \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iq|R_j - R_l|} \cdot \frac{1}{q} \ln \left| \frac{q + 2k_{\text{F}}}{q - 2k_{\text{F}}} \right| dq. \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

令

$$t = q|R_j - R_l|, \quad x = 2k_{\text{F}}|R_j - R_l| > 0,$$

定义

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{it}}{t} \ln \left| \frac{t+x}{t-x} \right| dt, \quad (\text{A.2})$$

容易证明当 $R \rightarrow \infty$, $r \rightarrow 0$ 时

$$I = \oint_C \frac{e^{it}}{t} \ln \left| \frac{t+x}{t-x} \right| dt$$

及

$$I' = \oint_C \frac{e^{it}}{t} \ln \left(\frac{t+x}{t-x} \right) dt = 0$$

积分路径见附录图 1. I' 中在 C_1 和 C_3 上的积分当 $r \rightarrow 0$ 时也趋于零, 所以

$$\begin{aligned} I = I - I' &= \int_{-R}^{-x-r} \frac{1}{t} e^{it} \left[\ln \left| \frac{t+x}{t-x} \right| - \ln \left(\frac{t+x}{t-x} \right) \right] dt \\ &+ \int_{-x+r}^{-r} \frac{e^{it}}{t} \left[\ln \left| \frac{t+x}{t-x} \right| - \ln \left(\frac{t+x}{t-x} \right) \right] dt \\ &+ \int_{C_2} -\frac{e^{it}}{t} \ln \left(\frac{t+x}{t-x} \right) dt \\ &+ \int_r^{x-r} \frac{e^{it}}{t} \left[\ln \left| \frac{t+x}{t-x} \right| - \ln \left(\frac{t+x}{t-x} \right) \right] dt \\ &+ \int_{x+r}^R \frac{e^{it}}{t} \left[\ln \left| \frac{t+x}{t-x} \right| - \ln \left(\frac{t+x}{t-x} \right) \right] dt. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

第一项和第五项的被积函数为 0, 注意到在区间 $(-x, x)$, $t+x > 0$, $t-x = |t-x|e^{i\pi}$, 则

$$\begin{aligned} I &= i\pi \int_{-x+r}^{-r} \frac{e^{it}}{t} dt + \int_{C_2} -(e^{it}/t) \ln \left(\frac{t+x}{t-x} \right) dt \\ &+ \int_r^{x-r} i\pi \frac{e^{it}}{t} dt, \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

而

$$\begin{aligned} &\int_{C_2} \frac{e^{it}}{t} \ln \left(\frac{t+x}{t-x} \right) dt \\ &= \int_{C_2} \frac{e^{it}}{t} \left[\ln \left| \frac{t+x}{t-x} \right| - i\pi \right] dt \\ &= \int_x^0 \frac{1 + O(r)}{re^{i\theta}} [O(r) - i\pi] ire^{i\theta} d\theta \\ &= -i\pi(-\pi) = -\pi^2. \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} I &= i\pi \int_{-x}^x \frac{e^{it}}{t} dt + \pi^2 \quad (r \rightarrow 0) \\ &= -\pi \int_{-x}^x \frac{\sin t}{t} dt + \pi^2. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

把 (A.5) 式代入 (A.1) 式就得到 (8'') 式.

参 考 文 献

- [1] L. B. Coleman *et al.*, *Solid State Commun.*, **12** (1972), 1125.
- [2] Proc. Nato. Conf. Tomar, ed. by L. Alcacer, Plenum Press, New York, (1979).
- [3] J. T. Devreese *et al.*, eds, *Highly Conducting One Dimensional Solids*, Plenum Press, New York, (1979).
- [4] J. Kondo, *Prog. Theor. Phys.*, **32** (1964), 37.
- [5] Fu-sui Liu and J. Ruvalds, *Physica*, B, **107** (1981), 623.
- [6] 汪仲诚、刘福绥, *物理学报*, **32**(1983), 33.
- [7] J. Kondo, in "SOLID STATE PHYSICS", Academic Press, New York, **23** (1969), 183.
- [8] M. A. Ruderman and C. Kittel, *Phys. Rev.*, **93**(1954), 174.
- [9] A. A. Abrikosov, *J. Low Temp. Phys.*, **34**(1979), 595.
- [10] L. Roth, H. J. Zeiger and T. A. Kaplan, *Phys. Rev.*, **149**(1966), 519.
- [11] A. A. Abrikosov, *Phys.*, **2**(1965), 61.
- [12] C. Y. Cheung and R. D. Mattuck, *Phys. Rev. B*, **2** (1970), 2735.
- [13] J. Cooper *et al.*, *J. Physique*, **36**(1975), L-219.

THEORY OF RESISTIVITY OF 1-DIMENSIONAL MAGNETIC ALLOY

JIANG QI-DU LIU FU-SUI

(*Department of Physics, Peking University*)

ABSTRACT

The contributions of sd interaction to the electrical resistivity of 1-dimensional conductor are considered in the case of single impurities and coupling impurities separately. In order to show the essence of the coupling, the 1- d RKKY interaction is derived. The qualitative discussions about the resistivity of 1-d magnetic alloy and the theoretical predictions about the resistivity-temperature curves in some cases are made.