

激光辐照等离子体时的自洽密度轮廓

徐至展 余 玮 张文琦

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

1983年11月28日收到

提 要

本文的计算表明,不采用 Kruer^[1] 所引入的密度分布的局域线性化近似,同样可以导出更完备、精确的描述等离子体密度轮廓特征的各种参数,从而更接近真实地反映出有质动力对临界密度附近的密度轮廓的修正。

实验^[2]与粒子模拟^[3,4]已指出:当入射激光足够强时,光场的有质动力将剧烈地修正临界密度附近的等离子体的流体力学行为,从而使密度梯度在临界密度附近明显变陡,并在其上、下两端的邻近区域形成梯度平缓的上、下坪台。这种在临界密度区出现的“台阶状结构”将显著地影响入射激光的吸收与散射。近几年来,有关临界密度区的自洽密度轮廓的研究已成为激光与等离子体相互作用研究中十分重要的课题。

本文将限于讨论激光垂直入射或 s 偏振激光斜向入射时所形成的等离子体的自洽密度轮廓,至于倾斜入射 p 偏振激光辐照等离子体时的情形将另外讨论。在这方面, Lee 等人^[5]曾经从流体方程与波动方程出发,计算了上、下坪台的密度及其相应的等离子体的流动速度;但他们的计算并没有给出最有意义的能表征上、下坪台之间的密度分布轮廓变陡的特性参数。最近, Kruer 等人^[1]在假设了等离子体密度在声速点与临界密度点之间呈线性分布的前提下,计算了临界密度处的变陡的密度轮廓的定标长度。然而,本文的研究表明,完全可以不引进 Kruer 所采用的上述局域线性化等近似,同样能够导出更完备、精确的描述等离子体密度轮廓特征的各种参数;因而也更接近真实地反映光场的有质动力对临界密度附近密度分布轮廓的修正,特别是高强度激光引起的密度轮廓的变陡效应。另外,我们也给出了整个冕区的电磁场结构及相应的等离子体密度的密度轮廓。

我们讨论一维不均匀(即在 x 方向)、无碰撞的自由膨胀等离子体,并令临界密度附近区域的等离子体温度为 T_{cr} ,而相应的等离子体压强为 $p = nT_{cr}$ 。这里, n 为等离子体密度,且有 $n = n(x)$ 。当激光沿着 x 方向垂直入射于等离子体时,临界密度附近区域的稳态密度轮廓可由下列方程^[1,5]决定:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (NV) = 0, \quad (1)$$

$$V \frac{\partial V}{\partial \xi} = -\frac{1}{4} \frac{\partial}{\partial \xi} A^2 - \frac{1}{N} \frac{\partial N}{\partial \xi}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} + (1 - N)A = 0, \quad (3)$$

其中 $\xi = x\omega/c$, $V = v/c$, $N = n/n_{cr}$, $A = eE/m\omega v_e$; 这里, v 为等离子体流动速度,

n_{cr} 为临界密度, $c_s = (Z_i T_{cr}/m_i)^{1/2}$ 为离子声速, $v_e = (T_{cr}/m)^{1/2}$ 为电子热速度; 而 $e, m, m_i, Z_i, \omega, E$ 分别为电子电荷、电子质量、离子质量、离子电荷数、激光频率和电场。

由(1),(2)式得到

$$\frac{\partial A^2}{\partial \xi} = -4 \left(V - \frac{1}{V} \right) \frac{\partial V}{\partial \xi}. \quad (4)$$

在声速点, $V = 1$, 且 $A_s, \left(\frac{\partial V}{\partial \xi} \right)_s$ 为有限值. 于是, 由(4)式可知 $(\partial A/\partial \xi)_s = 0$. 故声速点恰好又是场量的极值点^[4,5]. 由(1),(4)式可得^[4,5]

$$NV = N_s, \quad (5)$$

$$2(V^2 - \ln V^2 - 1) = A_s^2 - A^2. \quad (6)$$

以 $A' = \partial A/\partial \xi$ 乘(3)式, 并以(4),(5)式代入, 得到:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (A')^2 + (1 - N) \frac{\partial A^2}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \xi} (A')^2 + 4 \left(1 - \frac{N_s}{V} \right) \left(\frac{1}{V} - V \right) \frac{\partial V}{\partial \xi} = 0.$$

对上式求积分, 并根据 $(A')_s = 0$ 定积分常数, 可有

$$(A')^2 + A^2 - A_s^2 + 4N_s \left(V + \frac{1}{V} - 2 \right) = 0. \quad (7)$$

对(4)式两边取平方, 得到

$$(A')^2 = 4 \frac{(V^2 - 1)^2}{A^2 V^2} \left(\frac{\partial V}{\partial \xi} \right)^2.$$

将上式代入(7)式, 有

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \xi} &= \frac{V}{|V^2 - 1|} \left[V^2 - \ln V^2 - 1 - \frac{2N_s}{V} (V - 1)^2 \right]^{1/2} \\ &\times \left[\frac{A_s^2}{2} - (V^2 - \ln V^2 - 1) \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (8)$$

在上坪台, 电场强度及其导数都趋于零^[4,5]. 故可令(6),(8)式中的 A, A' 等于零, 并以 N_2, V_2 表示上坪台密度及流动速度, 即有

$$A_s^2 = 2(V_2^2 - \ln V_2^2 - 1), \quad (9)$$

$$N_s = \frac{V_2 A_s^2}{4(V_2 - 1)^2}. \quad (10)$$

而在下坪台, $A = 0, A' \neq 0$, 以 N_1, V_1 表示下坪台密度及流动速度, 并令 $V_1/V_2 = N_2/N_1 = \beta$, 则由(6)式可导出

$$\begin{aligned} V_1^2 - \ln V_1^2 - 1 &= V_2^2 - \ln V_2^2 - 1 = \frac{1}{2} A_s^2, \\ V_2^2 &= \frac{2 \ln \beta}{\beta^2 - 1}. \end{aligned} \quad (11)$$

等离子体的密度轮廓可由各点的局域定标长度

$$L(x) = \left| n / \frac{dn}{dx} \right| = \frac{1}{k_0} \left| N / \frac{dN}{d\xi} \right|$$

描述 ($k_0 = \omega/c$). 因 $dN/d\xi = -(N/V)(dV/d\xi)$, 故除声速点外, 临界区各点的局域定标长度原则上可由(8)式确定. 例如, 在临界点, $N = 1, V = N_s$, 由(8)式得到

$k_0 L_{cr} = \sqrt{2} (1 - N_s^2) [4N_s - N_s^2 - \ln N_s^2 - 3]^{-\frac{1}{2}} [A_s^2 - 2(N_s^2 - \ln N_s^2 - 1)]^{-\frac{1}{2}}$. (12)

声速点的局域定标长度可以用另一方法求出。(4)式两边对 ξ 求导,并以(3)式代入,得到

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{V^2}\right) \left(\frac{\partial V}{\partial \xi}\right)^2 + \left(V - \frac{1}{V}\right) \frac{\partial^2 V}{\partial \xi^2} = -\frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)^2 + A \frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2}\right] \\ & = -\frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)^2 - (1 - N) A^2\right]. \end{aligned}$$

在声速点 $V = 1$, $N = N_s$, $A = A_s$, $\partial A / \partial \xi = 0$, 代入上式得到

$$k_0 L_s = 2 / A_s \sqrt{1 - N_s}. \quad (13)$$

利用 W-K-B 法可以足够准确地确定 A_s 与 $A_0 = eE_0 / m\omega v_c$ 间的依从关系(参见文献[6], p. 584.), E_0 为真空中激光电场. 在声速点, 介电常数 $\epsilon = 1 - N_s$, 且 A_s 又是 A 的极值, 故

$$A_s \simeq 2A_0 / \sqrt[4]{1 - N_s}. \quad (14)$$

关于放大率 A_s / A_0 的计算, 文献[5]采用了 W-K-B 法, 但不适当地将声速点密度定为 $\frac{1}{2} N_s V_2 \left(1 + \frac{1}{V_1}\right)$; 文献[1]的基本假设是 $N(\xi)$ 在 N_s 与 N_{cr} 间局部线性, 其放大率公式却以 $0 \rightarrow n_{cr}$ 的整个区间完全线性为前提^[7], 这就必然将冕区尺度大为缩短, 从而影响了计算的精度.

方程(9)–(14)给出了 V_2 , A_s , N_s , β , L_{cr} , L_s , A_0 间的相互依从关系. 我们可先从(11)式出发, 对选定的 β 值求出 V_2 , 并代入(9)式得到 A_s ; 然后, 由(10)式求出 N_s , 再从(12)–(14)式得到 L_{cr} , L_s , A_0 . 这样, 即易得到全部数据, 从而得出各有关量与 A_0 的依赖关系, 正如图 1, 2 所示出的. 从图 1, 2 可以看出: (a) 对于所有 A_0 的值, 均有 $N_1 < N_s < N_{cr} < N_2$; (b) 当 $A_0 > 0.4$ 时, L_s , L_{cr} 相近; $A_0 < 0.4$ 时, 两者则相差较大. 而显然在文献[1]的局部线性假设下, 却无法区分上述情形. (c) L_s , L_{cr} 曲线在 A_0 较小时变化剧烈, 而当 A_0 足够大时, 则变化平缓. 如用 $f(x) = Bx^p$ 型函数形式逼近图 1, 2 中的曲线, 即可得到如下的定标律:

$$\begin{aligned} n_2 / n_{cr} & \simeq 1 + 0.7A_0^{1.4}, & n_1 / n_{cr} & \simeq 1 - 0.94A_0^{0.55}, \\ n_s / n_{cr} & \simeq 1 - 0.7A_0^{0.8}, \\ L_{cr} / \lambda_0 & \simeq 0.25A_0^{-1.4}, & L_s / \lambda_0 & \simeq 0.174A_0^{-1.2}. \end{aligned} \quad (15)$$

如令 x 轴指向低密度区并取声速点为坐标原点, 则由(8)式可导出

$$\begin{aligned} \xi = \omega x / c = k_0 x & = \int_1^V \frac{|V^2 - 1|}{V} \left[V^2 - \ln V^2 - 1 - \frac{2N_s}{V} (V - 1)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \\ & \times \left[\frac{A_s^2}{2} - (V^2 - \ln V^2 - 1) \right]^{-\frac{1}{2}} dV. \end{aligned} \quad (16)$$

将前面求得的 N_s , A_s 值代入上式, 并以 V_2 , V_1 , $V_{cr} (= N_s)$ 分别取作积分上限, 即可求出上、下坪台及临界点坐标 x_2 , x_1 , x_{cr} 对于 A_0 的依从关系. 图 3 则给出了上、下坪台间距离 ($|x_2 - x_1|$) 及临界点与声速点间距离 ($|x_{cr} - x_s| = |x_{cr}|$) 随 A_0 变化的曲线. $|x_2 - x_1|$ 即为临界密度区的宽度, 而 $|x_{cr} - x_s|$ 可用于估算上、下坪台间的密度梯度明显变陡区域的范围.

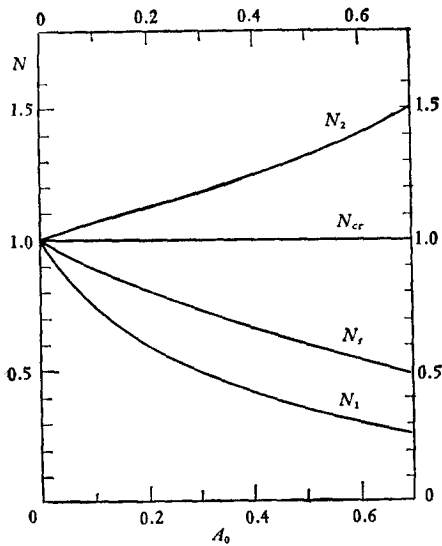


图 1 上、下坪台及声速点密度即 N_2, N_1, N_s 随 A_0 的变化曲线

$A_0 = eE_0/m\omega v_0$, 密度已以临界密度 (n_{cr}) 归一

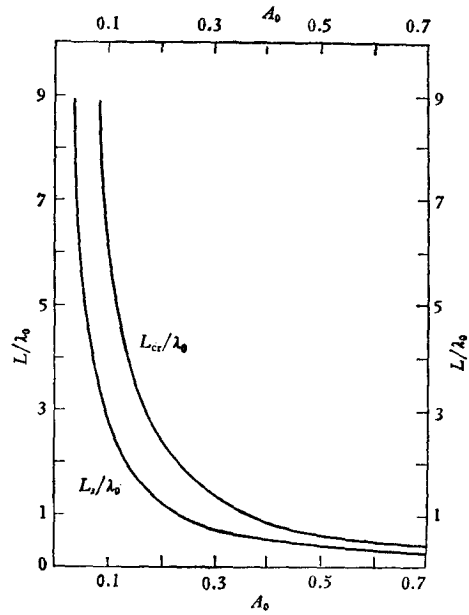


图 2 声速点与临界密度处的局域定标长度 L_s, L_{cr} 随 A_0 的变化曲线

$\lambda_0 = 2\pi c/\omega$ 为入射激光波长

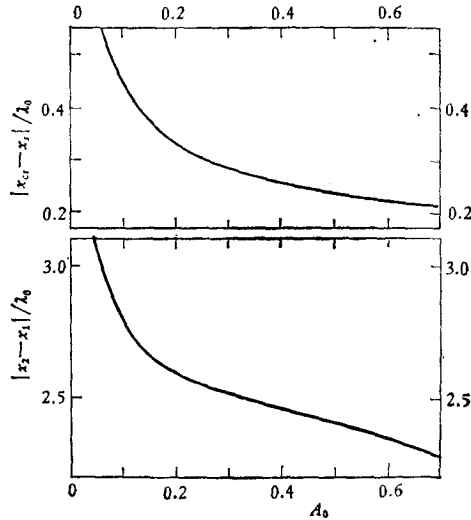


图 3

另外,如将与给定 A_0 值相对应的 N_s, A_s 值(例如: $A_0 = 0.3$ 时, $N_s = 0.73, A_s = 0.83$)代入(8)式,则可解得临界密度区各点的 $V(\xi)$,并进一步从(5),(6)式可得到相应的 $N(\xi)$ 与 $A(\xi)$ 值;这样即推导得到临界密度区的自洽密度轮廓与场结构.然而,如将上述讨论推广至整个冕区,则将导致在 $\xi \geq \xi_1 = \omega x_1/c$ 的低密度区内, $A(\xi)$ 在 0 至 A_s , $N(\xi)$ 在 N_1 与 N_s 间始终作等幅振荡^[4,5].这个结论显然不符合实际.事实上,有质动力

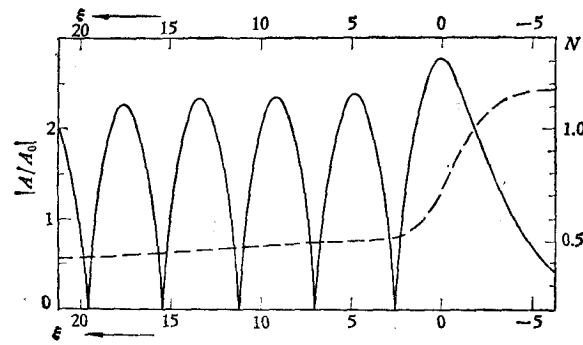


图 4

虚线为冕区等离子体密度轮廓;实线为冕区场结构

引起的密度轮廓变陡只是发生在临界密度附近, 远离临界密度的更低密度的冕区可以用稀疏波的自相似解近似^[4]; 于是, 描述 $\xi \geq \xi_1$ 的低密度冕区的密度分布与场结构的表达式可近似表示为

$$N(\xi) = N_1 \exp\left(\frac{\xi_1 - \xi}{k_0 L}\right),$$

$$A(\xi) = \frac{2A_0}{\sqrt{\epsilon}} \sin\left[-k_0 L \left(2\sqrt{\epsilon} + \ln \frac{1 - \sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} + c'\right)\right],$$

其中 $\epsilon = 1 - N$, $c' = -2\sqrt{\epsilon_1} - \ln \frac{1 - \sqrt{\epsilon_1}}{1 + \sqrt{\epsilon_1}}$, $\epsilon_1 = 1 - N_1$; 而上式中定标长度通常

取作 $L \approx c\tau$, τ 为激光脉宽. 图 4 则为 当 $A_0 = 0.3$ 并取 $k_0 L = 100$ 时, 整个冕区的等离子体密度轮廓与场结构的示例. 显然, 它们与实验^[2] 及计算机模拟^[3,8] 的结果十分相似.

至于 s 偏振激光斜向入射至平面靶时, 如令 $N = n/n_{cr} \cos^2 \theta_0$, $\xi = k_0 x \cos \theta_0 / c$ (θ_0 为激光入射角), 则本文的 (1)–(3) 式依然成立^[5], 以上的讨论不难推广应用于倾斜入射的 s 偏振激光的情况, 从而可给出反射点 $n = n_{cr} \cos^2 \theta_0$ 附近的密度轮廓变陡效应以及整个冕区的密度分布.

参 考 文 献

- [1] W. L. Kruer and K. G. Estabrook, *Phys. Fluids*, **26**(1983), 1888.
- [2] A. Y. Wang, *Laser Interaction and Related Plasma Phenomena*, Vol. **413**(1974), 657.
- [3] D. W. Forslund *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **36**(1976), 35.
- [4] R. D. Jones *et al.*, *Phys. Fluids*, **24**(1981), 310.
- [5] K. Lee *et al.*, *Phys. Fluids*, **20**(1977), 51.
- [6] 金兹堡, 电磁波在等离子体中的传播, 科学出版社, (1978).
- [7] R. B. White and F. F. Chen, *Plasma Phys.*, **16**(1974), 565.
- [8] W. C. Mead *et al.*, *Phys. Fluids*, **26**(1983), 2316.

SELF-CONSISTENT DENSITY PROFILE IN LASER-IRRADIATED PLASMA

XU ZHI-ZHAN YU WEI ZHANG WEN-QI

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

ABSTRACT

Our Calculation indicates that even though without introducing the approximation of local linearization of the density Profile, Various parameters can still be derived, they characterize the plasma density profile more completely and accurately. Therefore, our results may describe the modification of the density profile by the pondermotive force near Critical density more realistically.