

深度非弹单态结构函数及无标度性破坏

李文铸 胡炳勋

(浙江大学物理系)

1982年12月25日收到

提 要

深度非弹味单态结构函数能比非单态结构函数给出 QCD 更好的检验。我们用 QCD 分析了轻子核子深度非弹散射过程,借助于雅可比多项式,给出了味单态核子结构函数的解析式。这解析式包括四至五个参数,较好地表示了单态结构函数随 x 和 Q^2 的变化。在 QCD 的领头阶,所得的结果与实验相符合。

一、引 言

量子色动力学 (QCD) 理论预言了轻子核子深度非弹性散射过程的无标度性破坏。将理论与实验进行比较,是检验 QCD 是否为正确的强相互作用理论的重要方法。QCD 给出了结构函数矩的公式以及结构函数所满足的 Altarelli-Parisi 方程^[1],但没有直接给出结构函数本身的理论表达式。由于实验上只能得到某些点的结构函数数据,这就给唯象分析带来困难。矩的分析会带来结果的不确定性,故希望能从理论上直接研究结构函数本身的行为。

研究结构函数可通过直接解 Altarelli-Parisi 方程的方法得到结构函数的数值解^[2,3]。结构函数也可以作为矩的 Mellin 变换的逆给出^[4],但这方法对处理单态结构函数问题是困难的。在唯象分析中,给出一个在任意 Q^2 (四维转移动量平方的负值)下结构函数的解析式是十分必要的。在这方面,不少人做了工作^[4,5,13]。文献[6,7]采用雅可比多项式展开得到了非单态结构函数的解析式。

但是,非单态结构函数并不能直接验证 QCD。Reya 等人已经指出,如果仅仅考虑非单态结构函数的行为,用通常的定点矢量或标量胶子场论同样能解释实验^[8,9]。由于 QCD 理论与这些理论的差别主要在于单态混合特性,通过单态结构函数的研究,能够否定除 QCD 以外的其他强相互作用理论。因此,为了检验 QCD,必须研究单态结构函数的无标度性行为。

味单态结构函数的矩与胶子分布函数的矩密切相关,而胶子分布函数不能直接从实验中得到,处理起来困难。许多作者曾对单态结构函数的矩进行分析^[10],但对单态结构函数本身的讨论却比较少。本文的目的在于给出单态结构函数的解析式,研究它的无标度性破坏。我们借助于雅可比多项式得到了解析式并与实验进行了比较,符合得较好。

二、单态结构函数的无标度性破坏

我们用 $u(x, Q^2)$, $d(x, Q^2)$, $s(x, Q^2)$ 和 $c(x, Q^2)$ 分别表示 u, d, s, c 夸克分布函数, 以 $G(x, Q^2)$ 表示胶子分布函数. (x 为 Bjorken 无标度性变量). 单态结构函数可写成

$$F_2^i(x, Q^2) = x(u + \bar{u}) + x(d + \bar{d}) + x(s + \bar{s}) + x(c + \bar{c}). \quad (1)$$

定义单态结构函数的矩为

$$M_i^i(Q^2) = \int_0^1 dx x^i F_2^i(x, Q^2) \quad (2)$$

及胶子分布函数的矩为

$$G_i(Q^2) = \int_0^1 dx x^i (x G(x, Q^2)). \quad (3)$$

由于胶子算符和味单态夸克算符在重整化时的混合效应, $M_i^i(Q^2)$ 与 $G_i(Q^2)$ 有关^[3]. 运用算符乘积的 Wilson 展开, 根据微扰 QCD 理论, 在 QCD 的领头阶, 可得单态结构函数矩的表达式为

$$M_i^i(Q^2) = f_i(s) M_i^i(Q_0^2) + e_i(s) G_i(Q_0^2). \quad (4)$$

其中,

$$\begin{aligned} f_i(s) &= (1 - \alpha_{i+2}) \exp(-d_+^{i+2}s) + \alpha_{i+2} \exp(-d_-^{i+2}s), \\ e_i(s) &= -\bar{\alpha}_{i+2} [\exp(-d_+^{i+2}s) - \exp(-d_-^{i+2}s)], \\ s &= \ln(\ln(Q^2/\Lambda^2)/\ln(Q_0^2/\Lambda^2)), \end{aligned}$$

Λ 为标度参数,

此外

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \frac{\gamma_{\psi\psi}^{0,i} - \lambda_+^i}{\lambda_-^i - \lambda_+^i}, \quad \bar{\alpha}_i = \frac{\gamma_{\psi G}^{0,i}}{\lambda_-^i - \lambda_+^i}, \\ d_\pm^{i+2} &= \lambda_\pm^{i+2}/2\beta_0, \quad \beta_0 = 11 - \frac{2}{3}f, \quad f \text{ 为夸克味数} \\ \lambda_\pm^i &= \frac{1}{2} \{ \gamma_{\psi\psi}^{0,i} + \gamma_{GG}^{0,i} \pm [(\gamma_{\psi\psi}^{0,i} - \gamma_{GG}^{0,i})^2 + 4\gamma_{\psi G}^{0,i}\gamma_{GG}^{0,i}]^{1/2} \}, \\ \gamma_{\psi\psi}^{0,i} &= \frac{8}{3} \left[1 - \frac{2}{j(j+1)} + 4 \sum_{n=2}^j \frac{1}{n} \right], \\ \gamma_{\psi G}^{0,i} &= -4f \frac{j^2 + j + 2}{j(j+1)(j+2)}, \\ \gamma_{GG}^{0,i} &= 6 \left[\frac{1}{3} - \frac{4}{j(j-1)} - \frac{4}{(j+1)(j+2)} + 4 \sum_{n=2}^j \frac{1}{n} \right] + \frac{4}{3}f, \\ \gamma_{G\psi}^{0,i} &= -\frac{16}{3} \frac{j^2 + j + 2}{j(j^2 - 1)}. \end{aligned}$$

现在, 我们设法得到单态结构函数随 x 和 Q^2 变化的解析式. 在原则上, 单态结构函数能以任意的精度用雅可比多项式的级数来表示. 在任意 Q^2 值的系数与在 Q_0^2 时的系数

有关系,因此就可得到一个表达式,对在运动学范围内的所有 Q^2 按照 QCD 描述单态结构函数.

先设在 $Q^2 = Q_0^2$, 单态结构函数能写为

$$F_2^s(x, Q_0^2) = x^\beta(1-x)^\alpha \sum_{k=0}^N a_k(Q_0^2) \theta_k^{\alpha\beta}(x). \quad (5)$$

当 N 足够大时,上式总是能得到的,适当增加 N , 还能补偿由于 α, β 选择不当所产生的不足. 其中

$$\theta_k^{\alpha\beta}(x) = \sum_{j=0}^k c_{kj}(\alpha, \beta) x^j \quad (6)$$

为 k 阶雅可比多项式,其定义和性质见附录.

α, β 为参数. 在 $x \rightarrow 1$ 时,结构函数的行为有 $F_2^s \sim (1-x)^\alpha$, 在 $x \rightarrow 0$ 时,则由结构函数的 Regge 行为所决定, $F_2^s \sim x^{\beta[12]}$. 同样地,将任意 Q^2 时的结构函数用雅可比多项式展开为

$$F_2^s(x, Q^2) = x^\beta(1-x)^\alpha \sum_{k=0}^{\infty} a_k(Q^2) \theta_k^{\alpha\beta}(x). \quad (7)$$

在满足一定的误差要求时,上式将只取有限的项. 由于结构函数的边界行为被近似地构成权函数,故这个级数的收敛是好的. 在这里,我们已将结构函数对 Q^2 的依赖包含在 $a_k(Q^2)$ 中. 运用雅可比多项式的正交性,由 (2), (7) 式,有

$$a_k(Q^2) = \int_0^1 dx F_2^s(x, Q^2) \theta_k^{\alpha\beta}(x) = \sum_{j=0}^k c_{kj}(\alpha, \beta) M_j^s(Q^2). \quad (8)$$

由 (4) 式可建立 $a_k(Q^2)$ 和 $a_k(Q_0^2)$ 的联系,对 (6) 式求逆,有

$$x^j = \sum_{i=0}^j d_{ji}(\alpha, \beta) \theta_i^{\alpha\beta}(x), \quad (9)$$

则

$$\begin{aligned} M_j^s(Q^2) &= \int_0^1 dx \sum_{i=0}^j d_{ji}(\alpha, \beta) \theta_i^{\alpha\beta}(x) F_2^s(x, Q^2) \\ &= \sum_{i=0}^j d_{ji}(\alpha, \beta) a_i(Q^2). \end{aligned} \quad (10)$$

同样可有

$$M_j^s(Q_0^2) = \sum_{i=0}^j d_{ji}(\alpha, \beta) a_i(Q_0^2). \quad (11)$$

胶子分布函数不能直接测量,由文献[5],可表示为

$$xG(x, Q_0^2) = c(1-x)^\delta \quad (12)$$

其中 c 和 δ 为参数. 根据四维动量守恒

$$\int_0^1 (F_2^s(x, Q_0^2) + xG(x, Q_0^2)) dx = 1, \quad (13)$$

可得

$$c = \left(1 - \frac{a_0(Q_0^2)}{N_0^{a\beta}}\right) (N_0^{a\beta})^2. \quad (14)$$

如将胶子分布函数用雅可比多项式展开

$$xG(x, Q_0^2) = (1-x)^\delta \sum_{k=0}^{\infty} b_k(Q_0^2) \theta_k^{\delta 0}(x) \quad (15)$$

与(12)式比较,可得

$$b_0(Q_0^2) = c/N_0^{a\beta}; \text{ 当 } k > 0 \text{ 时 } b_k(Q_0^2) = 0 \quad (16)$$

由(4)和(8)式,有

$$\begin{aligned} a_k(Q^2) &= \sum_{j=0}^k c_{kj}(\alpha, \beta) [f_j(s) M_j'(Q_0^2) + e_j(s) G_j(Q_0^2)] \\ &= \sum_{j=0}^k c_{kj}(\alpha, \beta) \left[\sum_{i=0}^j f_i(s) d_{ji}(\alpha, \beta) a_i(Q_0^2) + e_j(s) d_{j0}(\delta, 0) \frac{c}{N_0^{a\beta}} \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

$j < i$ 时, $d_{ji}(\alpha, \beta) = 0$, 故

$$\begin{aligned} a_k(Q^2) &= \sum_{j=0}^k c_{kj}(\alpha, \beta) \left[f_j(s) \sum_{i=0}^N d_{ji}(\alpha, \beta) a_i(Q_0^2) \right. \\ &\quad \left. + e_j(s) d_{j0}(\delta, 0) (1 - a_0(Q_0^2)/N_0^{a\beta}) N_0^{a\beta} \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

(18)式和(7)式合在一起,就给出了单态结构函数的解析式. 由于 $a_k(Q^2)$ 只依赖于参考点 Q_0^2 处第 k 阶和更低阶的 $a_i(Q_0^2)$, 这个表达式借助于 $N+5$ 个参量, 即 $\alpha, \beta, \delta, \Lambda$ 和 $a_i(Q_0^2)$ ($i \leq N$). 如果先选定 α, β 和 δ , 则这解析式就只需 $N+2$ 个参数就可以了. 当然, 这解析式的应用依赖于(7)式的迅速收敛性. 下面将可看到, 这级数的收敛是迅速的, 级数在 $k=10$ 时截断, 结果已经很好.

三、对实验的拟合

我们将上面的单态结构函数解析式对实验数据来拟合, 采用最小二乘法得到(18)式中的参数. 由于待定参数较多, 可先取 $\alpha=3, \beta=0, \delta=5$ 进行拟合^[5,10,12]. 取 $Q_0^2=4.5(\text{GeV}/c)^2, f=4$. 在 QCD 的领头阶, 从不同过程得到的标度参数 Λ 值是不能比较的, 因为这时 Λ 只是作为一个拟合的参数, 并没有真正的物理意义^[14].

在 $W < 2\text{GeV}/c$ 区域 (W 为终态强子质量), 非领头效应有较大影响, 所以我们拟合所用的数据都是限制在 $W \geq 2\text{GeV}/c$, 这就可将低 Q^2 时的大 x 区域排斥在外, 使靶质量效应、弹性散射及高扭度效应比较小. 在小 Q^2 处, 非微扰效应影响增大, 故我们将数据限制在 $Q^2 \geq Q_{\min}^2$ 区域.

用最小二乘方法, 选择 $\Lambda, a_i(Q_0^2)$, ($i \leq N$), 使每个自由度的 χ^2 值最小.

$$\chi^2/d.f. = \sum \frac{(\text{数据值} - \text{理论值})^2}{(\text{试验误差})^2} / \text{自由度数目}. \quad (19)$$

我们先对 eN , μN 电生过程实验数据拟合. 对电生过程, 有

$$F_2^p(x, Q^2) = \frac{4}{9} x(u + \bar{u}) + \frac{1}{9} x(d + \bar{d}) + \frac{1}{9} x(s + \bar{s}) + \frac{1}{9} x(c + \bar{c}), \quad (20)$$

$$F_2^n(x, Q^2) = \frac{1}{9} x(u + \bar{u}) + \frac{4}{9} x(d + \bar{d}) + \frac{1}{9} x(s + \bar{s}) + \frac{4}{9} x(c + \bar{c}), \quad (21)$$

由此可得

$$F_2^{p+n} = \frac{5}{9} F_2^p - \frac{2}{3} x(\bar{s} - \bar{c}). \quad (22)$$

中微子散射试验表明^[15], 两种海夸克的差别很小, 有

$$\int_0^1 x(\bar{s} - \bar{c}) dx / \int_0^1 F_2^p dx = 0.00 \pm 0.03,$$

故在(22)式中, 我们将忽略 $x(\bar{s} - \bar{c})$ 而将 F_2^{p+n} 作为纯单态结构函数. 如果忽略核内核子的费密运动所引起的误差, 可有 $F_2^d = F_2^{p+n}$, 当 $x < 0.8$ 时, 这误差是很小的^[2]. 故我们可认为

$$F_2^d(x, Q^2) = \frac{5}{9} F_2^p(x, Q^2). \quad (23)$$

我们采用的是 SLAC 的 ed 散射^[16]和 FNAL 的 μd 散射数据^[17]. 虽然 FNAL 数据不及 SLAC 数据准确, 但这是在运动学上很好的补充.

拟合分别对 $Q^2 \geq 2(\text{GeV}/c)^2$ 和 $W \geq 2\text{GeV}/c$ 的 163 个数据点及 $Q^2 \geq 6(\text{GeV}/c)^2$ 和 $W \geq 2\text{GeV}/c$ 的 80 个数据点进行. 用前述方法, 选定 Q_0^2 , α , β 和 δ . 拟合中, α , β 和 δ 都是可变参数, 但在具体计算时可看到, 对上面选定的 α , β 值, 当它们在选定值的附近作适当变化时, 对结果并无明显的影响. δ 可以在 4 至 6 的范围内变化. 通过实际拟合可以看到, 要得到对结构函数好的描述, 在(5)式中 N 只要取 2, 至多 N 取为 3 就可以. 也就是说只要用包括 Λ 在内的 4 个或 5 个参数就可得到单态结构函数好的理论表达式. 很重要的是, 在(7)式中, 级数收敛得很快, 在 $k = 10$ 处截断就可以了. 计算时曾增加级数的项, 在 $K = 20$ 处截断, 对结果影响极小.

我们分别取 N 为 2 和 3 进行拟合, (7)式均在 $k = 10$ 时截断. 拟合情况见表 1. 从表 1 中可看到, $\chi^2/d.f.$ 的值在 1 附近, 拟合的结果是好的, 解析式给出 F_2^d 很好的描写. 对给定的 $Q_{\min}^2$, $N = 3$ 比 $N = 2$ 的拟合稍有改善. 对相同的 N 值, $Q^2 \geq 6(\text{GeV}/c)^2$ 的数据拟合得到较大的 Λ 值. 这是因为在小 Q^2 处非领头效应起较大影响, 加上 $Q^2 \geq 6(\text{GeV}/c)^2$ 的限制后, 这种影响就减少了. 可见在 QCD 领头阶, 非领头效应作为标度参数值的明显变化而反映出来.

我们根据 $Q^2 \geq 2(\text{GeV}/c)^2$ 时的拟合所得的参数画出了不同 Q^2 时的理论曲线及相应的实验数据见图 1. 由图可见理论曲线与实验数据是比较符合的. 同时也可看到在 $x = 0$ 附近误差较大. 由于 SLAC 数据具有较小的误差, 拟合参数主要由 SLAC 数据

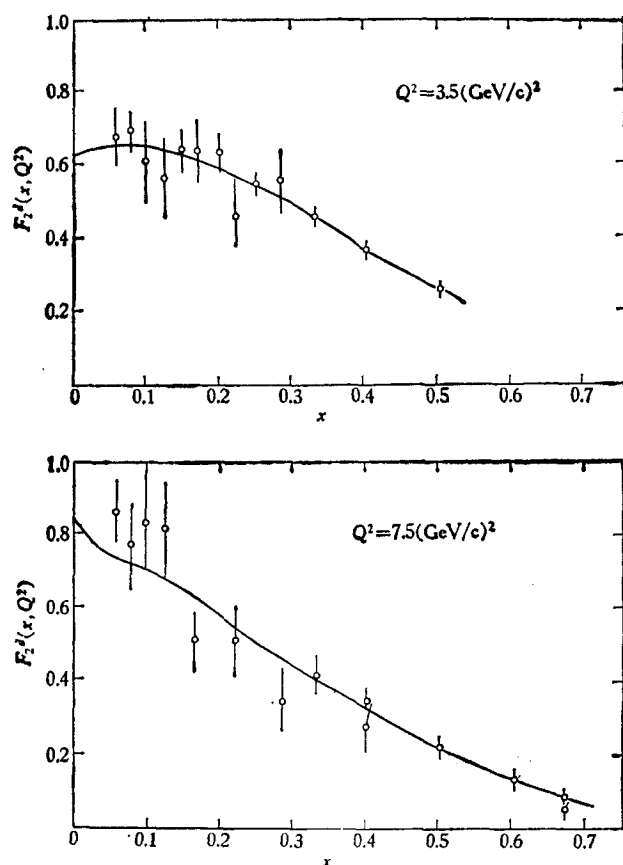
图 1 电生过程结构函数 $F_2^d(x, Q^2)$ 解析式与实验数据比较 数据引自文献 [16, 17]

表 1

N	2	3	2	3
$Q_{\min}^2 (\text{GeV}/c)^2$	2	2	6	6
自由度	159	158	76	75
χ^2	152.64	143.79	77.01	70.88
$\chi^2/d.f.$	0.960	0.910	1.013	0.945
$\Lambda (\text{GeV}/c)$	0.34	0.41	0.47	0.59
$a_0(Q_0^2)$	1.063	1.055	1.066	1.062
$a_1(Q_0^2)$	-0.387	-0.404	-0.387	-0.441
$a_2(Q_0^2)$	0.077	0.069	0.110	0.075
$a_3(Q_0^2)$		-0.027		-0.043

来决定,而这些数据主要在 x 较大的区域,因此在小 x 区域误差较大。

高能中微子对同位旋标量靶散射的带电流作用结构函数 $F_2^{\nu}(x, Q^2)$ 可认为是味单态的。我们用同样的方法对 CDHS 中微子实验数据^[13]进行拟合。限制 $Q^2 \geq 2(\text{GeV}/c)^2$, $W \geq 2\text{GeV}/c$ 。 $N = 3$ 时,拟合所得参数见表 2。跟电生过程的情况一样, N 最多取到 3, 就能得到 $F_2^{\nu}(x, Q^2)$ 的解析式。

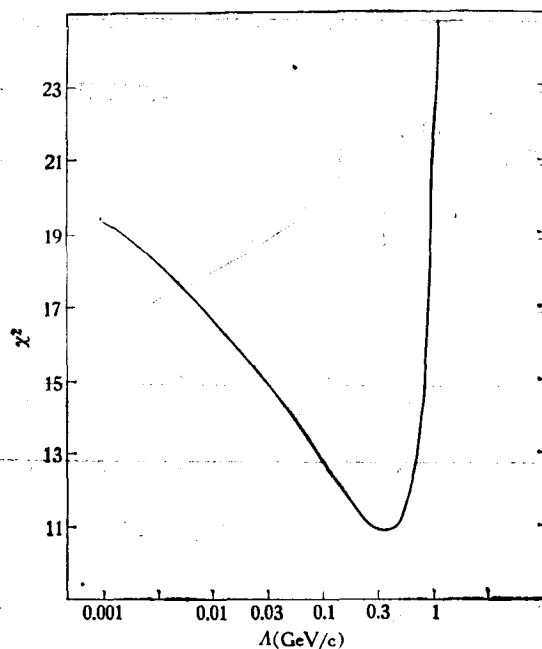


图2 中微子散射数据^[13]用雅可比多项式拟合时所得的 χ^2 值随 Λ 的变化(自由度为 45)

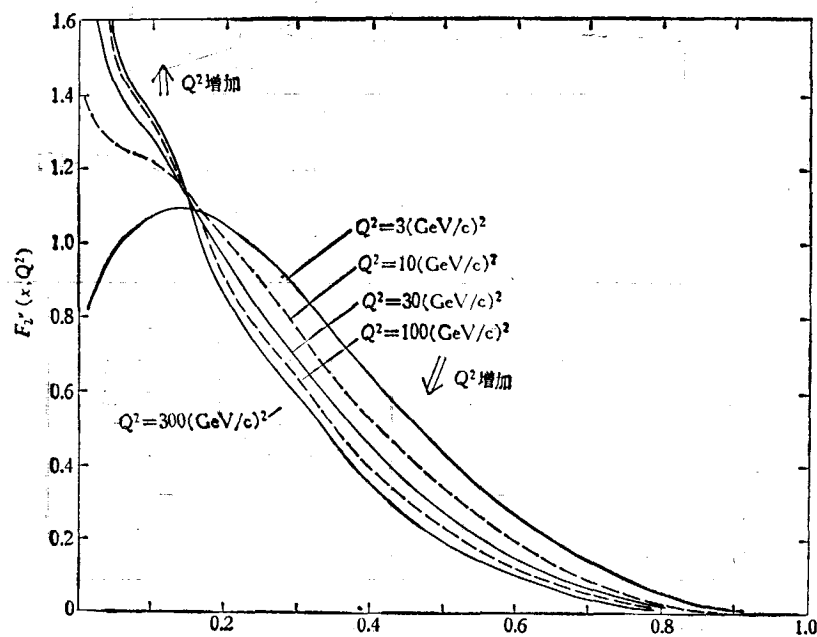


图3 高能中微子散射单态结构函数 $F_2^s(x, Q^2)$ 随 x 和 Q^2 的变化

从图2可得到对应于 χ^2 最小值的 Λ 。从图3可看到单态结构函数明显的无标度性破坏。

图4给出不同 x 区间结构函数 $F_2^s(x, Q^2)$ 随 Q^2 变化的曲线并与实验数据(引自文

表 2

	58 个数据点 (包括 $x < 0.1$ 的数据)	$x \geq 0.1$ 的 45 个数据点
χ^2	16.54	10.697
$\chi^2/d.f.$	0.312	0.267
$\Lambda(\text{GeV}/c)$	0.325	0.325
$a_0(Q_0^2)$	1.015	0.965
$a_1(Q_0^2)$	-0.284	-0.343
$a_2(Q_0^2)$	0.015	-0.013
$a_3(Q_0^2)$	0.010	-0.040

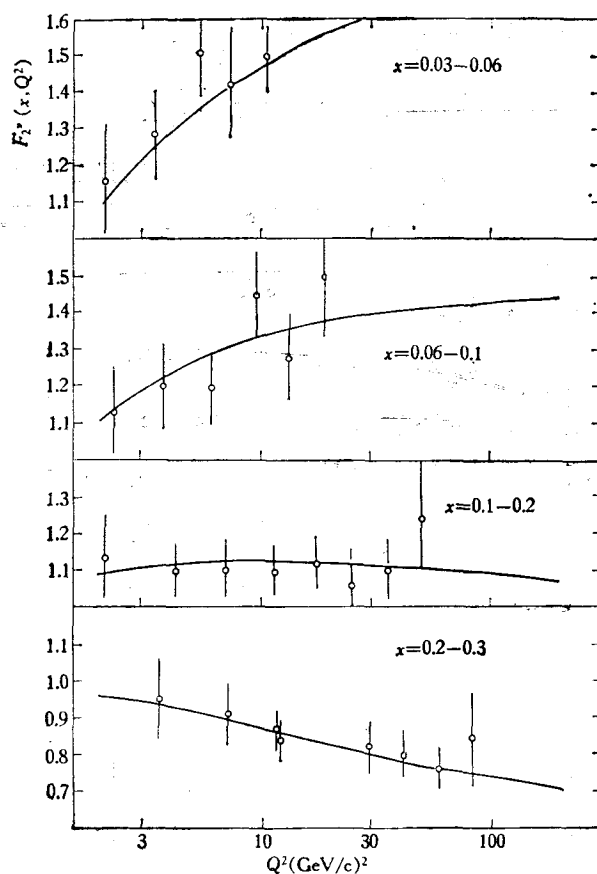


图 4

献[15])比较。可以看到,在测量误差范围内,所得的解析式很好地表示了中微子散射结构函数的行为。

四、讨论和总结

本文的工作是在 QCD 的领头阶进行的,但可直接推广到 α_s 高阶。在次领头阶^[20],有

$$M_i(Q^2) = f_i(Q^2, Q_0^2) M_i(Q_0^2) + e_i(Q^2, Q_0^2) G_i(Q_0^2). \quad (24)$$

其中

$$\begin{aligned} f_i(Q^2, Q_0^2) &= \left[A_{11}^{i+2} + A_{12}^{(2),i+2} \frac{\bar{\alpha}(Q^2)}{4\pi} + A_{13}^{(2),i+2} \frac{\bar{\alpha}(Q_0^2)}{4\pi} \right] \left[\frac{\bar{\alpha}(Q^2)}{\bar{\alpha}(Q_0^2)} \right]^{\tau_+^{i+2}/2\beta_0} \\ &\quad + \left[A_{21}^{i+2} + A_{22}^{(2),i+2} \frac{\bar{\alpha}(Q^2)}{4\pi} + A_{23}^{(2),i+2} \frac{\bar{\alpha}(Q_0^2)}{4\pi} \right] \left[\frac{\bar{\alpha}(Q^2)}{\bar{\alpha}(Q_0^2)} \right]^{\tau_-^{i+2}/2\beta_0}, \\ e_i(Q^2, Q_0^2) &= - \left[B_{11}^{i+2} + B_{12}^{(2),i+2} \frac{\bar{\alpha}(Q^2)}{4\pi} + B_{13}^{(2),i+2} \frac{\bar{\alpha}(Q_0^2)}{4\pi} \right] \left[\frac{\bar{\alpha}(Q^2)}{\bar{\alpha}(Q_0^2)} \right]^{\tau_+^{i+2}/2\beta_0} \\ &\quad - \left[B_{21}^{i+2} + B_{22}^{(2),i+2} \frac{\bar{\alpha}(Q^2)}{4\pi} + B_{23}^{(2),i+2} \frac{\bar{\alpha}(Q_0^2)}{4\pi} \right] \left[\frac{\bar{\alpha}(Q^2)}{\bar{\alpha}(Q_0^2)} \right]^{\tau_-^{i+2}/2\beta_0}, \\ \bar{\alpha}(Q^2) &= \bar{\alpha}(Q_0^2) \left[1 - \frac{\beta_1}{4\beta_0} \bar{\alpha}(Q^2) \ln \left(\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} \right) \right], \\ \bar{\alpha}_0(Q^2) &= \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(Q^2/\Lambda^2)}, \quad \beta_1 = 102 - \frac{38}{3} f. \end{aligned}$$

系数 A_{ij} 和 B_{ij} 可从文献[20]得到. 因此, 若推广到次领头阶, 只要将(4)式中的 $f_i(s)$ 和 $e_i(s)$ 分别换成(24)式中所定义的 $f_i(Q^2, Q_0^2)$ 和 $e_i(Q^2, Q_0^2)$ 就可以了.

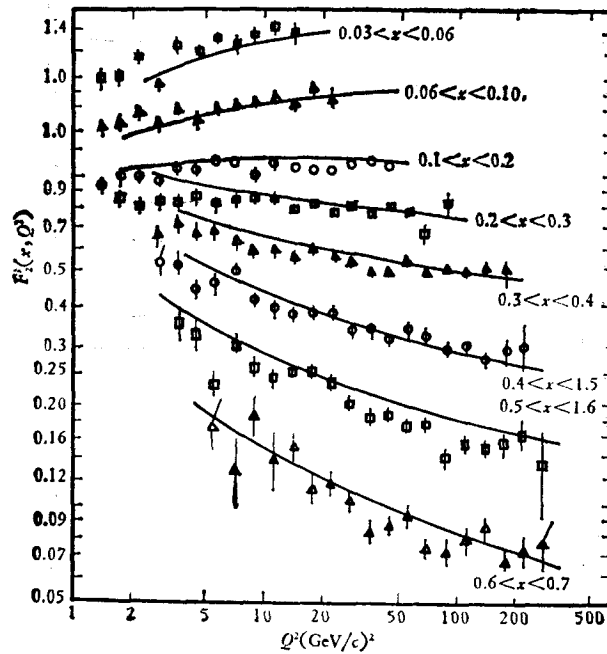


图 5

图 5 给出了 CDHS 中微子散射数据^[19], 图中的曲线是根据前面电生过程数据拟合所得到的参数绘成的. 由图可见, 由几种不同的实验所得的结果是相洽的, 得到的单态结构函数解析式有普遍的意义.

采用雅可比多项式展开的方法, 用 QCD 理论算出展开系数 $a_k(Q^2)$ 随 Q^2 的变化, 就可得到深度非弹单态结构函数随 x 和 Q^2 的变化的解析式. 这表达式由很快收敛的级

数(7)式和关于 $a_k(Q^2)$ 的(18)式结合而成, 包含 4 至 5 个参数. 用这个方法可较好地克服单态结构函数的矩与胶子分布函数的矩之间的混合所带来的困难, 能将不同 Q^2 的实验数据作为整体来考虑, 很好地利用实验数据所提供的物理信息. 所得的解析式反映了单态结构函数的无标度性破坏, 与实验相符合, 可以方便地作为计算机输入来计算电生过程和高能中微子散射中的问题.

附 录

雅可比多项式

雅可比多项式的定义和性质, 可参阅文献 [18], 为了方便, 本文使用文献 [7] 所采用的符号, 将雅可比多项式定义为

$$\theta_k^{\alpha\beta}(x) = N_k^{\alpha\beta} H_k^{\alpha\beta}(x), \quad (\text{A.1})$$

其中

$$N_k^{\alpha\beta} = (\beta+1)_k \left(\frac{(2k+\alpha+\beta+1)\Gamma(k+\alpha+\beta+1)}{\Gamma(k+\alpha+1)\Gamma(k+\beta+1)k!} \right)^{1/2}, \quad (\text{A.2})$$

$$(\beta)_k = \beta(\beta+1)\cdots(\beta+k-1), \quad (\text{A.3})$$

$$H_k^{\alpha\beta}(x) = \frac{1}{(\beta+1)_k x^\beta (1-x)^\alpha} \frac{d^k}{dx^k} [x^{\beta+k}(1-x)^{\alpha+k}]. \quad (\text{A.4})$$

雅可比多项式还可写成

$$\theta_k^{\alpha\beta}(x) = \sum_{j=0}^k c_{kj}(\alpha, \beta) x^j. \quad (\text{A.5})$$

其中

$$c_{kj}(\alpha, \beta) = (-1)^j \binom{k}{j} N_k^{\alpha\beta} \frac{(k+\alpha+\beta+1)_j}{(\beta+1)_j}. \quad (\text{A.6})$$

若

$$x^j = \sum_{i=0}^j d_{ji}(\alpha, \beta) \theta_i^{\alpha\beta}(x), \quad (\text{A.7})$$

则有

$$d_{ji}(\alpha, \beta) = (-1)^i (j-i+1)_i N_i^{\alpha\beta} \frac{B(j+\beta+1, i+\alpha+1)}{(\beta+1)_i}. \quad (\text{A.8})$$

雅可比多项式满足正交性

$$\int_0^1 dx x^j (1-x)^\alpha \theta_k^{\alpha\beta}(x) \theta_l^{\alpha\beta}(x) = \delta_{kl}. \quad (\text{A.9})$$

参 考 文 献

- [1] G. Altarelli, G. Parisi, *Nucl. Phys. B*, **126**(1977), 298.
- [2] L. F. Abbott, W. B. Atwood and R. M. Barnett, *Phys. Rev. D*, **22**(1980), 582.
- [3] L. F. Abbott, R. M. Barnett, *Ann. Phys. (N. Y.)*, **125**(1980), 276.
- [4] H. D. Politzer, *Phys. Rep.*, **14C**(1974), 129;
沈齐兴、吴济民、陆景贤、赵佩英, 高能物理与核物理, **7**(1983), 170.
- [5] A. J. Buras, K. J. F. Gaemers, *Nucl. Phys. B*, **132**(1978), 249.
- [6] G. Parisi, N. Surlas, *Nucl. Phys. B*, **151**(1979), 421.
- [7] I. S. Barker, C. S. Langensiegen, G. Shaw, *Nucl. Phys. B*, **186**(1981), 61.
- [8] E. Reya, *Phys. Lett. B*, **84**(1979), 445.
- [9] M. Glück, E. Reya, *Nucl. Phys. B*, **156**(1979), 456.
- [10] P. Aurenche *et al.*, *Nucl. Phys. B*, **177**(1981), 189.
- [11] D. E. Duke, R. G. Roberts, *Nucl. Phys. B*, **166**(1980), 243.
- [12] B. L. Young, Application of Perturbative QCD and Renormalization Group, Zhengzhou University Press, (1980).
- [13] A. J. Buras, *Rev. Modern Phys.*, **52**(1980), 199.
- [14] M. Bacé, *Phys. Lett. B*, **78**(1978), 132.
- [15] J. H. de Groot *et al.*, *Z. Phys. C*, **1**(1979), 142.
- [16] A. Bodek *et al.*, *Phys. Rev. D*, **20**(1979), 1471.
- [17] B. A. Gordon *et al.*, *Phys. Rev. D*, **20**(1979), 2645.
- [18] 王竹溪、郭敦仁, 特殊函数概论, 科学出版社, (1979).
- [19] J. H. de Groot, Talk at XX International on High Energy Physics, Madison, U.S.A., (1980).
- [20] E. G. Floratos *et al.*, *Phys. Lett. B*, **80**(1979), 269; *Phys. Lett. B*, **87**(1979), 403.

DEEP INELASTIC SINGLET STRUCTURE FUNCTIONS AND SCALING VIOLATION

LI WEN-ZHU HU BING-XUN

(Department of Physics, Zhejiang University)

ABSTRACT

The flavour singlet structure functions of deep inelastic scattering processes can yield more decisive tests of QCD than the non-singlet. We give analytical expression for flavour singlet structure functions through analysing the lepton-nucleon deep inelastic scattering processes by means of QCD and using Jacobi polynomials. This expression contains 4 to 5 parameters and shows the changes of the singlet structure functions with x and Q^2 very well. In QCD leading order, the conclusion is in reasonable agreement with experimental data.