

光泵三能级激光的全量子理论¹⁾

郭 光 灿

(中国科学技术大学物理系)

1983 年 12 月 13 日收到

提 要

本文采用 Langevin 量子理论处理光泵三能级激光体系。在激光场的光子数不太高时导出一个普适的激光场 Van der Pol 运动方程。它既包括了非相干和相干泵浦,又包括了强泵浦和弱泵浦情况。若对热库取平均,该方程将给出半经典理论的全部结果。本文的结果表明,激光增益来源于两个基本过程:两个光子过程和两步过程。当泵浦强度大于某阈值时,将出现动态斯塔克效应。激光线宽主要来源于热噪声、真空涨落、激光能级的自发辐射以及自发 Raman 散射。

一、引 言

近年来激光泵浦三能级激光器(诸如连续 Na_2 激光等)成为一个令人感兴趣的课题,因为这种激光器适用于各种光谱学和气体运动学的研究,也可用来作为频率的标准,同时又是一个可将泵浦激光辐射变换到其它光谱范围的简单而有效的系统。有关这个系统的大部份工作都是采用半经典方法,因而无法给出激光场的统计特性^[1]。另一类文章^[2-4]虽然采用全量子理论处理三能级激光系统,但他们仅讨论非相干泵浦的情况,因而本质上仍然是两个能级的体系。我们曾采用郎之万量子理论的方法处理了光泵三能级激光体系,给出了包括相干和非相干泵浦两种情况的结果^[5]。但这些结果仅适用于弱泵浦场的条件。这里我们仍采用郎之万方法,导出在强泵浦场条件下的更一般的结果。

二、基 本 方 程

描述光泵三能级激光系统的模型如图 1 所示。 N 个均匀加宽的三能级原子与其各自的热库 R_A 相互作用。激光场运转于频率为 ω 的单模并与其热库 R_F 相互作用。原子体系为经典行波场 $E_p(\mathbf{r}, t)$ 所驱动。 $E_p(\mathbf{r}, t)$ 由下式给出:

$$E_p = iE_0\hat{e}_p\{\exp[i(\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{r}) - \omega_p t] - \text{c. c.}\} \quad (1)$$

其中 $\hat{e}_p$ 为泵浦光的单位偏振矢量, $2E_0$ 为其振幅。我们假设泵浦频率 ω_p 接近于原子能级 $|3\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的共振频率 ω_{31}

相互作用 H_{PA} 和 H_{FA} 分别将原子与相干泵浦光 E_p 和量子化的激光场耦合起来。

1) 本文提要曾于 1983 年 11 月份在南京召开的华东地区六省一市第二届物理学年会上宣读。

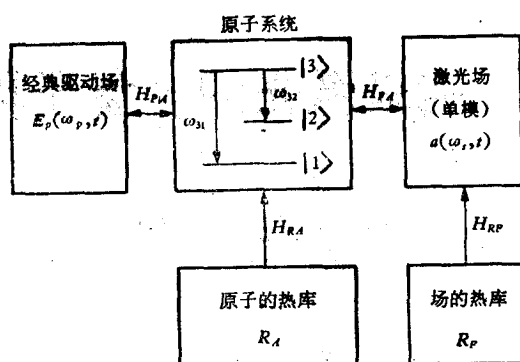


图 1

原子的热库经由 H_{RA} 构成原子体系的非相干泵浦、弛豫和涨落的源。场的热库经由 H_{RF} 产生了激光场的弛豫和涨落。

定义平均的原子能级算符为

$$\sigma_j(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (|j\rangle\langle j|)^{(i)} \quad j = 1, 2, 3 \quad (2)$$

缓变的原子能级间的偶极矩算符为

$$\Sigma_{13}(t) = \exp(i\omega_p t) \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (|1\rangle\langle 3|)^{(i)} \right], \quad (3)$$

$$\Sigma_{23}(t) = \exp(i\omega_s t) \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (|2\rangle\langle 3|)^{(i)} \right], \quad (4)$$

$$\Sigma_{12}(t) = \exp[i(\omega_p - \omega_s)t] \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (|1\rangle\langle 2|)^{(i)} \right]. \quad (5)$$

其中 $|j\rangle$ 为原子第 j 能级的本征右矢。设 $a(t)$ 和 $a^+(t)$ 分别为激光场的消灭和产生算符。定义相应的缓变消灭算符为

$$A(t) = \exp(i\omega_s t) a(t). \quad (6)$$

在电偶极子近似和旋转波近似下,激光和原子体系的相互作用哈密顿算符 H_{FA} 由下式给出:

$$H_{FA} = \hbar N (g A^+ \Sigma_{23} + g^* \Sigma_{23}^+ A). \quad (7)$$

其中激光场和原子体系之间的耦合常数 g 为

$$g = -i \hat{e}_s \cdot \hat{\mu}_{23} \sqrt{\frac{\omega_s}{2\hbar \epsilon_0 V}}. \quad (8)$$

$$\hat{\mu}_{23} = e \langle 2 | \mathbf{r} | 3 \rangle.$$

这里 V 是激光腔的体积, $\hat{e}_s$ 是激光场的单位偏振矢量, $\hat{\mu}_{23}$ 为原子电偶极矩在能级 $|2\rangle$ 和 $|3\rangle$ 之间的矩阵元, ϵ_0 为真空的介电常数, $\hbar$ 为普朗克常数。

泵浦场和原子体系的相互作用哈密顿算符由下式给出:

$$H_{PA} = \hbar N (\nu_0^* \Sigma_{13} + \nu_0 \Sigma_{13}^+). \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} \nu_0 &= -i\hat{e}_p \cdot \hat{\mu}_{13} E_0 e^{i\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{r}} \\ \hat{\mu}_{13} &= e\langle 1 | \mathbf{r} | 3 \rangle. \end{aligned} \quad (10)$$

这里 $\hat{\mu}_{13}$ 为原子电偶极矩在能级 $|1\rangle$ 和 $|3\rangle$ 之间的矩阵元。显然, ν_0 是经典泵浦场和原子体系之间的耦合, 我们称 $|\nu_0|^2$ 为相干泵浦强度。

应用算符的海森堡运动方程, 并采用马尔可夫近似, 我们可以推导出下列的运动方程:

$$\dot{\sigma}_3 = w_{32}\sigma_1 + w_{32}\sigma_2 - \gamma_3\sigma_3 - i[\nu_0^*\Sigma_{13} - \nu_0\Sigma_{13}^+] + i[gA^+\Sigma_{23} - g^*\Sigma_{23}^+A] + F_3(t); \quad (11)'$$

$$\dot{\sigma}_2 = w_{21}\sigma_1 + w_{23}\sigma_3 - \gamma_2\sigma_2 + i[gA^+\Sigma_{23} - g^*\Sigma_{23}^+A] + F_2(t); \quad (12)'$$

$$\dot{\sigma}_1 = w_{13}\sigma_3 + w_{12}\sigma_2 - \gamma_1\sigma_1 + i[\nu_0^*\Sigma_{13} - \nu_0\Sigma_{13}^+] + F_1(t); \quad (13)'$$

$$\dot{\Sigma}_{23} = -[\gamma_{23} + i(\omega_{32} - \omega_s)]\Sigma_{23} + i\nu_0\Sigma_{12}^+ + ig^*(\sigma_3 - \sigma_2)A + F_{23}(t), \quad (14)'$$

$$\dot{\Sigma}_{13} = -[\gamma_{13} + i(\omega_{31} - \omega_p)]\Sigma_{13} - i\nu_0(\sigma_3 - \sigma_1) - ig^*\Sigma_{12}A + F_{13}(t); \quad (15)'$$

$$\dot{\Sigma}_{12} = -[\gamma_{12} + i(\omega_{31} - \omega_p - \omega_{32} + \omega_s)]\Sigma_{12} - i\nu_0\Sigma_{23}^+ - igA^+\Sigma_{13} + F_{12}(t). \quad (16)'$$

$$\dot{A}(t) = -\left[\frac{1}{2}\frac{\omega_s}{Q} + i(Q - \omega_s)\right]A - igN\Sigma_{23} + F_A(t). \quad (17)'$$

这便是整个系统的耦合郎之万方程组。其中 w_{ij} 和 γ_{ij} , γ_i 项表示原子与其热库的非相干作用过程, 其表达式见文献[4]。方程中含有 ν_0 (或 ν_0^*) 的项来源于相干泵浦场对原子体系的贡献, 而含有 g (或 g^*) 的项则代表激光场对原子体系的作用。在场的运动方程中, Q 为无源腔中模的频率, 激光模的阻尼由腔的 Q 值来确定。 F_s 或 F_{as} 称为郎之万力, 或郎之万噪声算符, 它产生了相应算符的涨落。

三、激光场的 Van der Pol 方程

上述的耦合方程难于精确地求解。当然我们最感兴趣的乃是激光场的特性, 因此可作若干假设而推导出激光场的运动方程。首先可不失一般性地将方程 (11)'-(13)' 简化为

$$\dot{\sigma}_3 = \gamma_3\sigma_3^0 - \gamma_3\sigma_3 - i[\nu_0^*\Sigma_{13} - \nu_0\Sigma_{13}^+] + i[gA^+\Sigma_{23} - g^*\Sigma_{23}^+A] + F_3 \quad (11)$$

$$\dot{\sigma}_2 = \gamma_2\sigma_2^0 - \gamma_2\sigma_2 - i[gA^+\Sigma_{23} - g^*\Sigma_{23}^+A] + F_2. \quad (12)$$

$$\dot{\sigma}_1 = \gamma_1\sigma_1^0 - \gamma_1\sigma_1 + i[\nu_0^*\Sigma_{13} - \nu_0\Sigma_{13}^+] + F_1. \quad (13)$$

其中 σ_i^0 为非相干泵浦对能级 $|i\rangle$ 的贡献。

类同文献[2]的方法, 在激光的光子数目不太大, 即下式成立:

$$||g|^2\mathcal{D}_{12}\mathcal{D}_{13}A^+A| \ll ||\nu_0|^2\mathcal{D}_{12}\mathcal{D}_{13}^*| + 1. \quad (14)$$

可导出如下形式的激光运动方程:

$$\dot{A} = -\left[\frac{1}{2}\frac{\omega_s}{Q} + i(Q - \omega_s)\right]A + CA - BAA^+A + F(t) \quad (15)$$

我们称(15)式为激光场算符的 Var der Pol 方程。其中

$$C = \frac{|g|^2 N \mathcal{D}_{23}}{(1 + |\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{23})} \left[(\sigma_3^0 - \sigma_2^0) + \frac{(\sigma_1^0 - \sigma_3^0) |\nu_0|^2}{\left(1 + |\nu_0|^2 \frac{\mathcal{D}_{13}}{R_{31}}\right)} \left(\frac{\mathcal{D}_{13}}{\gamma_3} + \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{13}^* \right) \right] \quad (16)$$

$$F(t) = gN\mathcal{D}_{23} \frac{1}{D_0^*} [\nu_0 \mathcal{D}_{12}^* F_{12}^+ - iF_{23}] + F_A. \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{23} &= [\gamma_{23} + i(\omega_{32} - \omega_s)]^{-1}, \quad \mathcal{D}_{13} = [\gamma_{13} + i(\omega_{31} - \omega_p)]^{-1}, \\ \mathcal{D}_{12} &= [\gamma_{12} + i(\omega_{31} - \omega_p - \omega_{32} + \omega_s)]^{-1}, \quad \bar{\mathcal{D}}_{ij} = \mathcal{D}_{ij} + \mathcal{D}_{ij}^*, \\ R_{ij} &= \left(\frac{1}{\gamma_i} + \frac{1}{\gamma_j} \right)^{-1}, \quad D_0 = 1 + |\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12} \mathcal{D}_{23}^*. \end{aligned}$$

算符 B 的表达式较为复杂, 我们未写出. (17) 式中的 F_A 是光场在未与原子体系相互作用之前的噪声算符, 它取决于光场热库的特性. $F(t)$ 中的其它两项来自于原子体系的噪声对激光场的影响, 原子体系通过 Σ_{23} 与激光场相耦合, 其结果不仅产生了激光的增益, 而且还带来了新的噪声源, 它们是原子的热库所造成的.

在方程(15)的推导过程中, 我们曾作了偶极近似、旋转波近似、绝热近似和马尔可夫近似, 并假定激光场的光子数不太高. 这些条件在通常实际的光泵三能级激光体系均能得到满足.

方程(15)比通常出现在文献中的激光场方程更具有普适性, 因为它不仅包括了相干泵浦和非相干泵浦两种情况, 而且还适用于强相干场泵浦和弱相干场泵浦的两种场合. 事实上, 在没有任何相干泵浦场存在(即 $|\nu_0|^2 = 0$)时, 方程(15)将简化为

$$\dot{A} = - \left[\frac{1}{2} \frac{\omega_s}{Q} + i(Q - \omega_s) \right] A + |g|^2 \mathcal{D}_{23} N A (\sigma_3^0 - \sigma_2^0) \left(1 - \frac{1}{R_{32}} \bar{\mathcal{D}}_{23} A^+ A \right) + F(t), \quad (18)$$

$$F(t) = F_A(t) - igN\mathcal{D}_{23}F_{23}(t). \quad (19)$$

这正是文献[2]中非相干泵浦三能级体系的激光运动方程. 这个方程仅适用于诸如闪光灯泵浦的三能级体系. 但随着激光技术的发展, 愈来愈多地采用激光作为相干泵浦源, 因此讨论相干泵浦的激光场运动方程具有十分现实的意义.

在相干泵浦较弱的情况, 我们可以假定

$$||\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{23}| \ll 1. \quad (20)$$

此时方程(15)将变为

$$\dot{A} = - \left[\frac{1}{2} \frac{\omega_s}{Q} + i(Q - \omega_s) \right] A + CA - BAA^+A + F(t). \quad (21)$$

其中

$$\begin{aligned} C &= |g|^2 \mathcal{D}_{23} N \left[(\sigma_3^0 - \sigma_2^0) + (\sigma_1^0 - \sigma_3^0) |\nu_0|^2 \left(\frac{\mathcal{D}_{13}}{\gamma_3} + \text{c.c.} \right) \right. \\ &\quad \left. + |\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{13}^* (\sigma_1^0 - \sigma_3^0) + |\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{23} (\sigma_2^0 - \sigma_3^0) \right], \end{aligned} \quad (22)$$

$$B = |g|^2 \mathcal{D}_{23} N \left(\frac{\mathcal{D}_{23}}{R_{32}} + \text{c.c.} \right) (\sigma_3^0 - \sigma_2^0), \quad (23)$$

$$F(t) = gN\mathcal{D}_{23}(\nu_0 \mathcal{D}_{12}^* F_{12}^+ - iF_{23}) + F_A(t). \quad (24)$$

这里 c.c. 代表复数共轭.

(22)式中的第一项显然是非相干泵浦产生的粒子数反转 $(\sigma_3^0 - \sigma_2^0)$ 对激光增益的贡献. 第二项代表由于相干泵浦引起能级 $|3\rangle$ 上粒子数的变化对激光增益的贡献. 它在本

质上与第一项相同,其作用都是在 $|3\rangle$ 和 $|2\rangle$ 之间形成粒子数反转,从而产生受激辐射。通常称这类过程为两步过程或单个光子过程。第三项在满足共振 Raman 散射的频率条件(即 $\omega_{31} - \omega_p - \omega_{32} + \omega_s = 0$)时将出现共振,我们称之为两个光子过程或 Raman 过程。这个过程的实质是三能级原子的三个偶极子(其算符为 Σ_{13} , Σ_{12} 和 Σ_{23})通过两个光场(泵浦场 ν_0 和激光场 A)相互耦合的结果。泵浦光 ν_0 在能级 $|3\rangle$ 和 $|1\rangle$ 之间形成的偶极子 Σ_{13} ,通过与激光场 A 的相互作用产生偶极子 Σ_{12} ,后者反过来又与泵浦场 ν_0 耦合,从而导致对激光增益有直接贡献的偶极子 Σ_{23} 。第四项的物理意义在后面讨论。

(23)式代表激光场的饱和项,它是由于激光场增强引起粒子数反转($\sigma_3 - \sigma_2$)减少而形成的。这里我们略去更高阶的饱和项。

上述对弱泵浦情况的分析表明,相干泵浦产生对激光增益有贡献的两个基本过程是两步过程和两个光子过程。然而前一个过程本质上与非相干泵浦过程相似,因此我们有理由认为,相干泵浦与非相干泵浦最本质的区别在于相干场在原子能级 $|2\rangle$ 和 $|1\rangle$ 之间诱导出偶极子 Σ_{12} 。偶极 Σ_{12} 除了在形成两个光子过程中起作用之外,在稳态时还将产生饱和效应。这点由基本方程(14)–(16)可以看出。在稳态时, Σ_{12} 来自于两个耦合过程,其一是偶极 Σ_{13} 与激光场 A 的耦合,其二是偶极 Σ_{23} 与泵浦 ν_0 的耦合。而在稳态的 Σ_{23} 中,有一部分贡献却又来自 Σ_{12} ($\sim \mathcal{D}_{23}\mathcal{D}_{12}^*|\nu_0|^2\Sigma_{12}$),可见若 Σ_{23} 两次经由泵浦场 ν_0 与 Σ_{12} 产生耦合,将会导致一个相当于“负反馈”的过程: $\Sigma_{23}\alpha - \mathcal{D}_{23}\mathcal{D}_{12}^*|\nu_0|^2\Sigma_{23}$,显然这个过程起着对 Σ_{23} 的制约作用,任何引起稳态 Σ_{23} 改变的过程都受到这个负反馈的限制,其效应依赖于 $|\nu_0|^2$ 。当然这个制约过程可以向着 $|\nu_0|^2$ 更高阶而无限地重复下去,而且每重复一次都与前一次作用相反。

类似的“反馈”过程也将出现在稳态的 Σ_{13} 中,但若激光场不太强,这个过程将不重要,因此我们不予考虑。

在弱泵浦时,只有其中低阶的过程起着明显的作用,这便是(22)式中第四项的由来,它是对非相干泵浦所贡献的 Σ_{23} 的限制。

在强场泵浦时,必须计及到上述反馈过程的所有高阶项,其总效应应为

$$\frac{1}{1 + |\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{23}} = \frac{1}{D_0^*}. \quad (25)$$

这正是一般式(16)中公共因子 $\left[\frac{1}{D_0^*}\right]$ 的来源,因为所有三个过程(非相干泵浦、相干两步过程和两个光子过程)都对 Σ_{23} 有贡献,因而同时受到上述反馈作用的制约。

在强场作用下,还有下列的两个饱和过程存在:在激光能级 $|3\rangle$ 和 $|2\rangle$ 之间的粒子数反转($\sigma_3 - \sigma_2$),在强激光场作用下趋于饱和,其因子为

$$\frac{1}{1 + |g|^2 A^+ A \left(-\frac{\mathcal{D}_{23}}{R_{32}} \right)} \quad (26)$$

在激光场不强时,其低阶项的效应正是(24)式的饱和项 B 。

另一个饱和过程是能级 $|1\rangle$ 和 $|3\rangle$ 的粒子数差($\sigma_1 - \sigma_3$)在强场泵浦作用下趋于饱和

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\sigma_1^0 - \sigma_3^0}{1 + |\nu_0|^2 \frac{\mathcal{D}_{13}}{R_{31}}} \quad (27)$$

这正是一般式(16)中后两项的公共因子,因为这两个相干过程对增益的贡献都正比($\sigma_1 - \sigma_3$),因而都要受到这个饱和过程的限制。

$F(t)$ 的表达式(17)中的因子 $\left[\frac{1}{D_0^*}\right]$ 是基于与上述分析相同的理由而出现。

四、激光场的半经典结果

在激光场的经典极限下,我们可以假定

$$\langle A \rangle = \sqrt{n(t)} e^{-i\phi(t)}. \quad (28)$$

其中 $\phi(t)$ 是经典激光场的位相由于各种涨落的存在,它是时间的函数。 $\bar{n}(t)$ 是激光场的平均光子数。

将 Van der Pol 方程(15)对热库取平均,并应用郎之万力的特性^[4],可以得到如下激光场的半经典运动方程:

$$\dot{\bar{n}}(t) = \left[-\frac{\omega_s}{Q} + 2\text{Re}\langle C \rangle \right] \bar{n}(t) - 2(\text{Re}\langle B \rangle) \bar{n}^2(t), \quad (29)$$

$$\omega_s + \dot{\phi}(t) = Q - \text{Im}\langle C \rangle + (\text{Im}\langle B \rangle) \bar{n}(t). \quad (30)$$

在弱泵浦时,小讯号增益系数 $\alpha = \text{Re}\langle C \rangle$ 由下式给出:

$$\alpha = |g|^2 \left\{ (N_3^0 - N_2^0) \left(\frac{\mathcal{L}_{23}}{\gamma_{23}} - |\nu_0|^2 \text{Re}[\mathcal{D}_{23}^* \mathcal{D}_{12}^*] \right) + |\nu_0|^2 (N_1^0 - N_3^0) \left(\frac{2\mathcal{L}_{13} \mathcal{L}_{23}}{\gamma_{23} \gamma_3 \gamma_{13}} + \text{Re}[\mathcal{D}_{23} \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{13}^*] \right) \right\}. \quad (31)$$

其中

$$\mathcal{L}_{ij} = \frac{\gamma_{ij}^2}{\gamma_{ij}^2 + \Delta\omega_{ij}^2} \quad (i, j = 1, 2, 3),$$

$$\Delta\omega_{31} = \omega_{31} - \omega_p, \quad \Delta\omega_{32} = \omega_{32} - \omega_s,$$

$$\Delta\omega_{21} = \Delta\omega_{31} - \Delta\omega_{32}, \quad N_i^0 = N(\sigma_i^0).$$

当泵浦场和激光场分别与原子体系共振时(即 $\Delta\omega_{31} = \Delta\omega_{32} = 0$), 增益系数 α 为

$$\alpha = \frac{|g|^2}{\gamma_{23}} \left[(N_3^0 - N_2^0) \left(1 - \frac{|\nu_0|^2}{\gamma_{23} \gamma_{12}} \right) + |\nu_0|^2 (N_1^0 - N_3^0) \frac{1}{\gamma_{13}} \left(\frac{2}{\gamma_3} + \frac{1}{\gamma_{12}} \right) \right]. \quad (32)$$

稳态时的平均光子

$$\bar{n}_{ss} = \frac{\alpha - \frac{1}{2} \frac{\omega_s}{Q}}{\text{Re}\langle B \rangle}$$

为便于理解相干泵浦产生的新效应,我们假定不存在非相干泵浦过程(即 $N_2^0 = N_3^0 = 0$); 此时

$$\alpha = \frac{|g|^2 N}{\gamma_{23} \gamma_{13}} |\nu_0|^2 \left(\frac{2}{\gamma_3} + \frac{1}{\gamma_{12}} \right). \quad (33)$$

当 $\gamma_2 \gg \gamma_3$ 时, 上式第一项起主要作用, 这时两步过程起主导作用. 而当 $\gamma_3 \gg \gamma_2$ 时, 上式第二项较为重要. 此时由于能级 $|3\rangle$ 的寿命较短, 粒子难于参以粒子数反转的建立, 因而激光增益来自原子吸收泵浦场的一个光子(假定泵浦场也用“光子”来描述), 同时又发射另一个光子的过程, 故称之为两个光子或 Raman 过程.

不难看出, 当 $\gamma_3 \gg \gamma_2$, 方程(21)和(22)可来用描述弱泵浦下的共振 Raman 激光.

在文献[5]中我们看到由两步过程所产生的增益, 其增益峰值总出现在 $\omega_s = \omega_{32}$ 处, 而 Raman 过程的增益峰值则出现在 $\omega_s = \omega_{32} - \Delta\omega_{31}$ 处.

在强泵浦场作用时, 形成激光的基本过程仍然是两步过程和两个光子过程. 激光小讯号增益的一般表达式为

$$\alpha = |g|^2(N_3^0 - N_2^0) + |g|^2 \frac{(N_1^0 - N_3^0)|v_0|^2}{\left(1 + |v_0|^2 \frac{2\mathcal{L}_{13}}{\gamma_{13}R_{31}}\right)} \left[\frac{2\mathcal{L}_{13}}{\gamma_3\gamma_{13}} \mathcal{D}_1 + \mathcal{D}_2 \right] \quad (34)$$

$$= \alpha_1 + \alpha_2.$$

其中

$$\mathcal{D}_1 = \text{Re} \left[\frac{\mathcal{D}_{23}}{1 + |v_0|^2 \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{23}} \right]. \quad (35a)$$

$$\mathcal{D}_2 = \text{Re} \left[\frac{\mathcal{D}_{23} \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{13}^*}{1 + |v_0|^2 \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{23}} \right]. \quad (35b)$$

这里 α_1 和 α_2 分别代表为非相干和相干泵浦对增益的贡献, 而在 α_2 中的两项分别代表两步和两个光子过程, 不过这两个过程对增益的贡献受到 Σ_{23} 和 Σ_{12} 之间通过泵浦场 v_0 耦合的制约.

五、动态斯塔克效应

为了便于讨论系统在强相干泵浦场驱动下产生的效应, 我们假定泵浦场与原子体系共振耦合, 即 $\Delta\omega_{31} = 0$, 而且仅限于讨论相干泵浦的情况, 此时增益系数表达式变为

$$\alpha = \frac{|g|^2 N |v_0|^2}{\left(\gamma_{13} + 2 \frac{|v_0|^2}{R_{31}}\right)} \left[\frac{(\gamma_{12}\gamma_{23} - \Delta\omega_{32}^2 + |v_0|^2) \left(1 + \frac{2\gamma_{12}}{\gamma_3}\right) + \frac{2}{\gamma_3} \Delta\omega_{32}^2 (\gamma_{12} + \gamma_{23})}{(\gamma_{12}\gamma_{23} - \Delta\omega_{32}^2 + |v_0|^2)^2 + \Delta\omega_{32}^2 (\gamma_{12} + \gamma_{23})^2} \right]. \quad (36)$$

激光小讯号增益系数与激光频率失谐. $\Delta\omega_{32} = \omega_{32} - \omega_s$ 之间的关系曲线如图 2 所示. 我们假定了

$$\gamma_{ii} = \frac{1}{2} (\gamma_i + \gamma_j), \quad \gamma_1 = 0.1\gamma_3,$$

而图 2(a) 相应于 $\gamma_2 = 10\gamma_3$, (b) 相应于 $\gamma_3 = 10\gamma_2$, (c) 相应于 $\gamma_3 = \gamma_2$, 这些结果表明, 当相干泵浦强度 $|v_0|^2$ 不太高时, 增益峰值出现在 $\Delta\omega_s = 0$. 即此时激光输出为单一频率, 随着 $|v_0|^2$ 的增强, 增益峰值下降而增益线宽逐渐变大, 当 $|v_0|^2$ 高到某值时, 激光谱线开始分裂成为以 $\Delta\omega_{32} = 0$ 为对称的两个频率. $|v_0|^2$ 愈大, 频率的裂距愈大, 而增益峰值逐渐趋于某确定值, 这是由于泵浦光强引起 $(N_1 - N_3)$ 趋于饱和的结果. 上述激光频

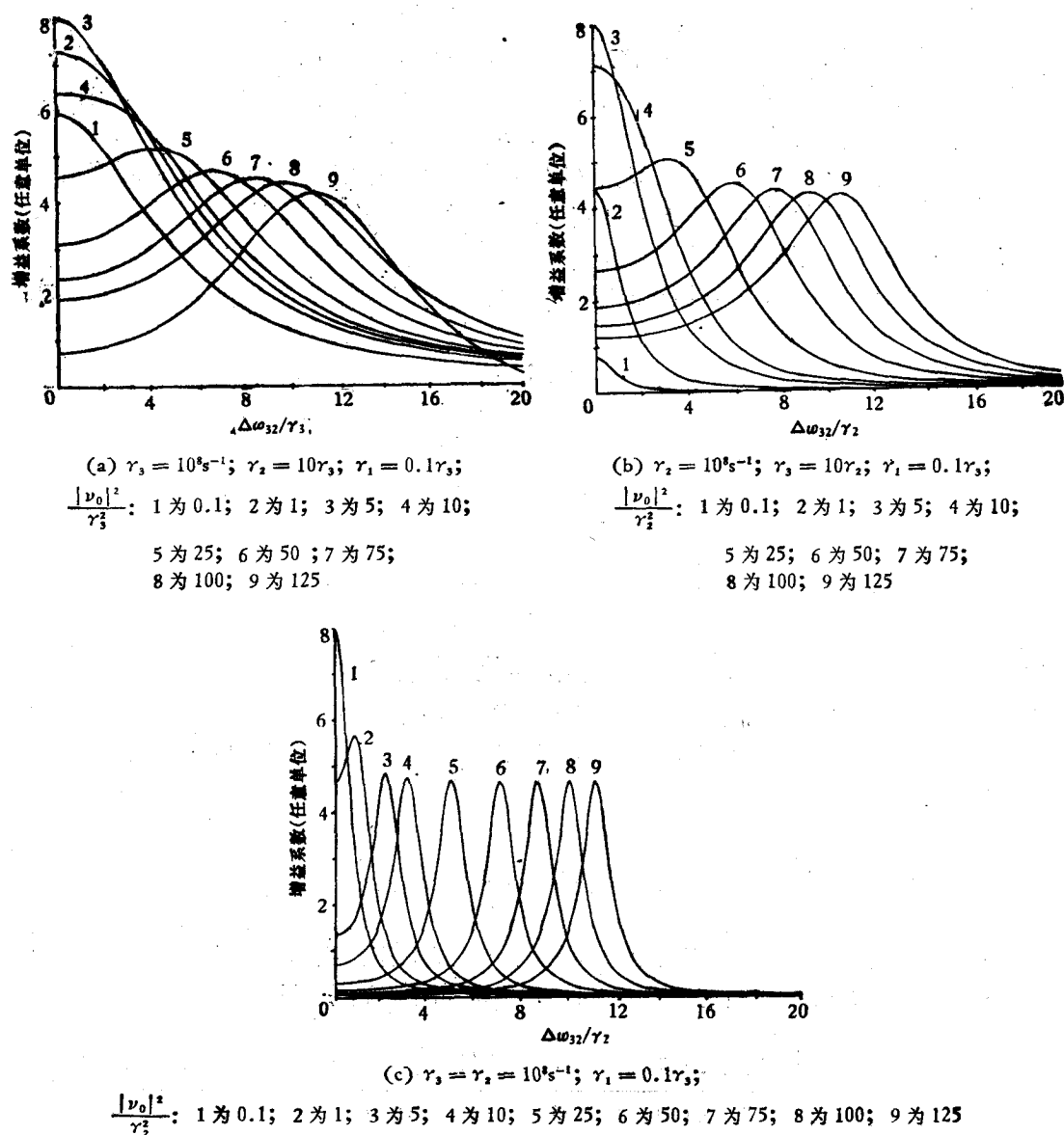


图2 激光小讯号增益系数与激光频率失谐的关系

率分裂的现象称为动态斯塔克效应。由增益表达式(36)的推导过程可知,这个效应来自于因子 $\left[\frac{1}{D_0^*}\right]$, 因此可以认为偶极子 Σ_{23} 通过泵浦场 ν_0 与偶极子 Σ_{12} 的耦合作用是造成动态斯塔克效应的内在物理原因。

动态斯塔克效应引起的激光频率裂距显然取决于相干泵浦强度 $|\nu_0|^2$ 。由(36)式可推导出在 $\Delta\omega_{31} = 0$, $N_3^0 = N_3^0 = 0$ 时激光频率及其裂距的表达式为

$$\omega_i^\pm = \omega_{32} \pm \left\{ \frac{(\gamma_{12}\gamma_{23} + |\nu_0|^2)}{\left(\frac{2\gamma_{23}}{\gamma_3} - 1\right)} \right\} \left[-\left(1 + \frac{2\gamma_{12}}{\gamma_3}\right) \right]$$

$$+ \sqrt{4 \left(\frac{\gamma_{12} + \gamma_{23}}{\gamma_3} \right)^2 - \frac{\left(2 \frac{\gamma_{23}}{\gamma_3} - 1 \right) \left(1 + \frac{2\gamma_{12}}{\gamma_3} \right) (\gamma_{12} + \gamma_{23})}{(\gamma_{12}\gamma_{23} + |\nu_0|^2)}} \Bigg\}^{\frac{1}{2}}. \quad (37)$$

$$\Delta\omega_s = \omega_s^+ - \omega_s^- = 2(\omega_s^+ - \omega_{32}). \quad (38)$$

图3给出(a)在 $\gamma_1 = 0.1\gamma_3$ 和(b)在 $\gamma_1 = \gamma_3$ 时对应于 $\gamma_3 = 10\gamma_2$, $\gamma_2 = 10\gamma_3$ 以及 $\gamma_2 = \gamma_3$ 三种情况激光频率裂距 $\Delta\omega_s$ 与泵浦参量 $|\nu_0|$ 之间的关系曲线。结果表明,存在某阈值 $|\nu_0|_t$,只有当泵浦参量 $|\nu_0|$ 大于该值时,才会产生频率的分裂。在 $\gamma_2 = \gamma_3$ 时,这个阈值最低,而在 $\gamma_1 = 0.1\gamma_3$ 时,阈值比 $\gamma_1 = \gamma_3$ 时要低。在 $|\nu_0|$ 稍高于阈值, $\Delta\omega_s$ 随 $|\nu_0|$ 变化较快,当 $|\nu_0|$ 远高于阈值时, $\Delta\omega_s$ 与 $|\nu_0|$ 成线性关系,而且受弛豫速率 γ_i 和 γ_{ij} 的影响较小。由(38)式可知,当 $|\nu_0|$ 非常大时,有

$$\omega_s^\pm = \omega_{32} \pm |\nu_0|. \quad (39)$$

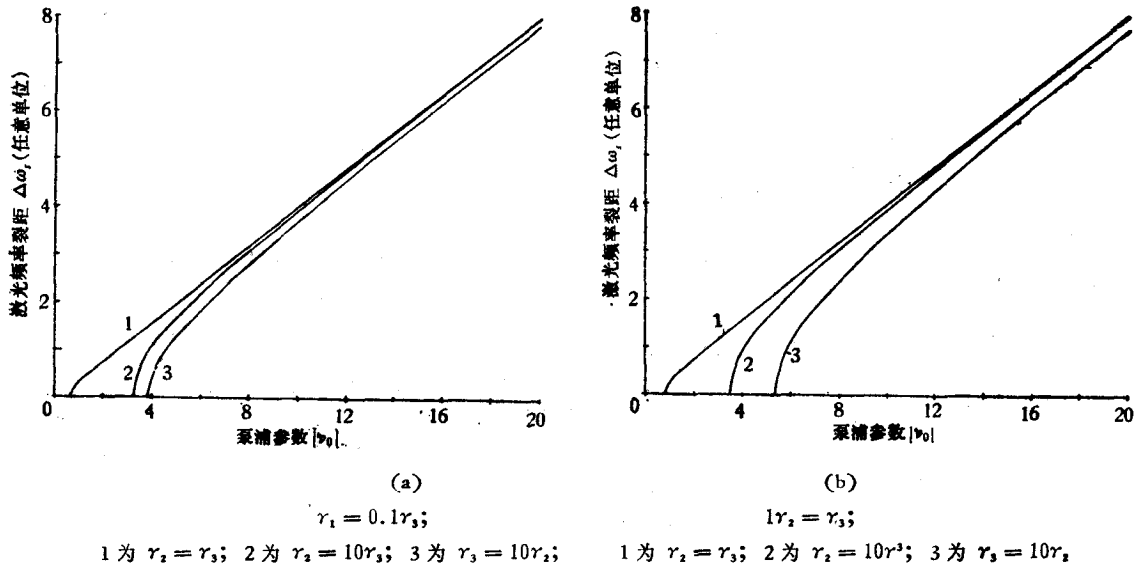


图3 激光频率裂距与泵浦参数 $|\nu_0|$ 的关系

六、位相扩散(激光线宽)

我们知道在马尔可夫近似下激光场的线宽由位相扩散系数 $\langle D(\phi) \rangle$ 确定^[2]。类似于文献[2]的方法可导出如下的激光线宽表达式:

$$\Delta\omega = \frac{1}{2\pi_{ss}} \left\{ \frac{\omega_s}{Q} \left[\bar{n}(\omega_s) + \frac{1}{2} \right] + \frac{|g|^2}{\gamma_{23}^2} \frac{\mathcal{L}_{23}}{|1 + |\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{23}|^2} \right. \\ \left. \times \left[\gamma_{23} \left(N_2^0 + N_3^0 + N_3^s - \frac{\gamma_3}{2\gamma_{23}} N_3^s \right) + \frac{|\nu_0|^2 \mathcal{L}_{12}}{\gamma_{12}} \left(N_1^0 - N_1^s + N_2^0 + \frac{\gamma_1}{2\gamma_{12}} N_1^s \right) \right] \right\}. \quad (40)$$

其中 N_3^s 代表在能级|3>上由相干泵浦产生的粒子数, N_1^s 为因相干泵浦而离开能级|1>的粒子数。

$$\begin{aligned}
 N_i &= N\langle\sigma_i\rangle \\
 \sigma_3^e &= \frac{(\sigma_1^0 - \sigma_3^0)|v_0|^2}{\left(1 + |v_0|^2 \frac{\bar{\mathcal{D}}_{13}}{R_{31}}\right)} \cdot \frac{\bar{\mathcal{D}}_{13}}{\gamma_3} \\
 \sigma_1^e &= \frac{(\sigma_1^0 - \sigma_3^0)}{\left(1 + |v_0|^2 \frac{\bar{\mathcal{D}}_{13}}{R_{31}}\right)} \cdot \frac{\bar{\mathcal{D}}_{13}}{\gamma_1}.
 \end{aligned} \quad (41)$$

上式表明,随着稳态平均光子数 $\bar{n}_{ss}$ 的增加,激光线宽将减少.

当 $|v_0|^2 = 0$ 时,上式简化为

$$\Delta\omega = \frac{1}{2\bar{n}_{ss}} \left\{ \frac{\omega_s}{Q} \left[\bar{n}(\omega_s) + \frac{1}{2} \right] + \frac{|g|^2}{\gamma_{23}} \mathcal{L}_{23}(N_2^0 + N_3^0) \right\}. \quad (42)$$

这正是文献[2]所给出的非相干泵浦三能级激光器的线宽表达式. 业已证明^[2,6,7], 其中第一项代表场的热噪声,第二项为真空涨落,而最后一项则为激光能级之间的自发辐射.

当 $|v_0|^2$ 很小即弱泵浦时,(40)式将简化为

$$\begin{aligned}
 \Delta\omega &= \frac{1}{2\bar{n}_{ss}} \left\{ \frac{\omega_s}{Q} \left[\bar{n}(\omega_s) + \frac{1}{2} \right] + \frac{|g|^2}{\gamma_{23}} \mathcal{L}_{23} \left[\left(N_2^0 + N_3^0 + N_3 - \frac{\gamma_3}{2\gamma_{23}} N_3^0 \right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{|v_0|^2}{\gamma_{12}} \mathcal{L}_{12}(N_1^0 + N_2^0) \right] \right\}. \quad (43)
 \end{aligned}$$

这正是文献[5]中弱泵浦时的结果. 其中热噪声和真空涨落影响与(42)式相同. 由于两步过程使能级 $|3\rangle$ 上的粒子数增加,故参以激光能级之间的自发辐射的过程应为 $N_3 = N_3^0 + N_3$, 但上式的第三项表明,在 $|3\rangle$ 上尚有部分相干泵浦的粒子数 $\left(\frac{\gamma_3}{2\gamma_{23}} N_3^0 \right)$ 不参以自发辐射过程. 我们认为这可能是因为来自于相干泵浦的粒子数,并不完全是彼此独立无关的,它们是在同一个相干场作用下到达 $|3\rangle$ 上,可以参与形成偶极 Σ_{23} 的过程,因而其自发辐射便具有一定的相关性,从而导致无规噪声的减少. 这个作用的大小取决于比值 $\gamma_3/2\gamma_{23}$, 当 $\gamma_{23} = \frac{1}{2}\gamma_3$ 时,它达最大值1,而当 $\gamma_{23} \gg \gamma_3$ 时,它为零. 能级 $|3\rangle$ 上粒子之间的相关性正是相干泵浦与非相干泵浦的另一重要区别. (43)式中最后一项来源于自发 Raman 散射,因为它只能出现在相干泵浦的场合,而且仅依赖于偶极 Σ_{12} 的郎之万力 F_{12} . (43)式还表明,当 $\gamma_2 \gg \gamma_3$ (即两步过程为主)时,激光能级的自发辐射对激光线宽的作用比自发 Raman 散射大,而当 $\gamma_3 \gg \gamma_2$ (即 Raman 过程占主要)时,情况正好相反. 因此,一般地说,激光线宽来自于热光子数,真空涨落、激光能级的自发辐射以及自发 Raman 散射.

在强场泵浦下,由(40)式可知激光线宽表达式变得更加复杂. 激光噪声虽然仍是来源于与弱泵浦时相同的过程,但有两点不同之处: (1) 强相干泵浦显著地改变了能级 $|1\rangle$ 上的原子数,故在稳态时 $|1\rangle$ 上的粒子数应为 $N_1 = N_1^0 - N_1$. 但我们的结果却表明,因相干泵浦而离开能级 $|1\rangle$ 的粒子中,仍有部分参与自发 Raman 散射过程,其比例为 $\gamma_1/2\gamma_{12}$, 当 $\gamma_1 \gg \gamma_2 + 2\gamma_{12}^{\text{ph}}$ 时,这个比值达最大值,即全部 N_1^0 都对 Raman 散射有贡献,而当 $\gamma_1 \ll \gamma_2 + 2\gamma_{12}^{\text{ph}}$ 时,此时全部 N_1^0 不参与自发 Raman 散射过程,比值为零. (2)(40)式中

第三、四项前面因子 $\left[\frac{1}{D_0^* D_0}\right]$ 的出现。我们已经知道这个因子来源于 Σ_{12} 和 Σ_{23} 通过泵浦场 ν_0 彼此反复耦合的过程。不难想像, 相应的偶极噪声也必然随之参与这个过程, 因此这些噪声算符对 Σ_{23} 的最终影响自然也带有因子 $\left[\frac{1}{D_0^*}\right]$ 。应当指出, 由于这个因子导致激光频率的动态斯塔克效应, 所以在计算 (40) 式线宽时应当采用激光器的运转频率 $\omega_L^{\pm}$ 。

七、结 论

光泵(包括相干和非相干泵浦)三能级体系的激光场算符的运动方程在激光场不太强时为 Van der Pol 方程。相干泵浦和非相干泵浦的本质区别在于前者在原子能级之间形成了偶极子 Σ_{12} , 而 Σ_{12} 的存在产生了两个新的效应: 其一是两个光子(即 Raman)过程。其二是偶极 Σ_{12} 和 Σ_{23} 之间通过泵浦场 ν_0 相互的耦合, 导致在强场泵浦下产生动态斯塔克效应。激光的小讯号增益来自于两步过程和两个光子过程。激光的线宽由位相扩散系数所确定, 线宽随激光场的平均光子数和腔的 Q 值增加而减少。在非相干泵浦的情况, 激光线宽来自于热平均光子数, 真空涨落和激光能级的自发辐射。在相干泵浦时, 线宽还来自于自发 Raman 散射过程, 同时自发辐射的大小也随相干泵浦强度而发生变化, 其变化比值取决于原子体系内部参数。在强场泵浦下, 能级 $|1\rangle$ 上粒子数的显著改变也影响了自发散射的效应。

本文的部分工作是在加拿大多伦多大学完成的。对 A. D. May 教授和 J. Sipe 教授的有益讨论表示感谢。

参 考 文 献

- [1] B. Wellegehausen, *IEEE J. of Quantum Electronics*, QE-15 (1979), 1108.
- [2] M. Sargent III, M. O. Scully and W. E. Lamb, *Laser Physics*, (1974), chapter XX.
- [3] H. Haken and W. Weidlich, *Quantum Optics*, ed. by R. J. Glauber, (1969), 630.
- [4] W. H. Louisell, *Quantum Statistical Properties of Radiation*, (1973).
- [5] Guo Guang-can, A. D. May and J. Sipe, "Langevin Quantum Theory of Optically Pumped Three-level Laser", (to be published).
- [6] H. Haken, *Z. Physik*, 190(1966), 327.
- [7] H. Sauermann, *Z. Physik*, 189 (1966), 312.

FULL QUANTUM THEORY OF OPTICALLY PUMPED THREE-LEVEL LASER

GUO GUANG-CAN

(Department of Physics, University of Science and Technology of China, Hefei)

ABSTRACT

The Langevin quantum theory has been used to treat the optically pumped three-level laser system. We derive an equation of motion for laser field in the type of Van der Pol equation when the photon number of the laser field is not too high. It includes not only both incoherent and coherent pumping, but also both strong and weak optical pumping. If an average over reservoir is taken, the equation will give all the semi-classical results. Our results show that the laser gain comes from two basic processes, i.e., a two-photon process and a two-step process. When the pumping strength is larger than some value, the dynamic Stark effect will appear. The laser linewidth is mainly contributed by the thermal noise, the vacuum fluctuation, the spontaneous emissions between the laser levels and the spontaneous Raman scattering.