

光抽运实验中的拍频现象

刘淑琴 董太乾

(北 京 大 学)

1984年1月5日收到

提 要

我们用两个频率相近的微波同时作用在 ^{87}Rb 气泡中的原子上, 在 ^{87}Rb 灯的抽运下, 观察到了 ^{87}Rb 原子基态 $0-0$ 跃迁共振谱线中的拍频现象, 并给予了理论解释。

在 ^{87}Rb 原子的光抽运实验中, 一般多采用 ^{87}Rb 灯经 ^{85}Rb 滤光泡再抽运 ^{87}Rb 吸收泡的方案^[1]。近年来有采用 ^{85}Rb 灯不经滤光泡直接抽运 ^{87}Rb 吸收泡的方案。在这方案中, 光抽运的结果是 ^{87}Rb 原子被集中到基态 $F=1$ 的三个子能级上^[2]。本实验中, 在此 ^{85}Rb 灯抽运 ^{87}Rb 吸收泡的方案下, 我们用两个频率相近的微波同时作用在 ^{87}Rb 原子上, 其中一个微波源的频率精确地等于 ^{87}Rb 原子基态 $0-0$ 跃迁的中心频率; 另一个微波源的频率是调制的, 其中心频率也等于 ^{87}Rb 原子基态 $0-0$ 跃迁的中心频率。这时我们观察到了 $0-0$ 跃迁共振谱线中的拍频现象, 并给予了理论解释。

一、实验装置和实验结果

实验装置简图如图1所示。微波源 I 和 II 都是用高稳定度 5 MHz 压控晶振经倍频综合制成的, 输出中心频率都是 6834.6875 MHz, 频率稳定度都在 $10^{-10}/\text{s}$ 以上, 经阶跃二

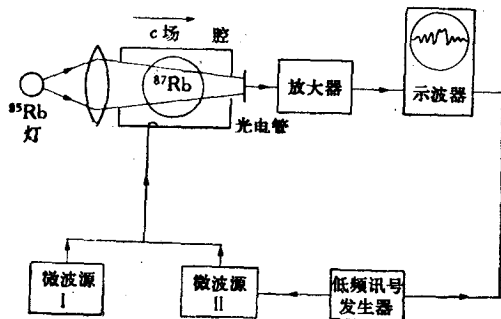


图 1

极管倍频最大输出功率约为 10^{-5} — 10^{-4}W 。在微波源 I 中还采用了行波管放大器, 其增益为 30 dB, 所以微波源 I 的最大输出功率为 10^{-2} — 10^{-1}W 。微波源 II 中没有采用行波管放大器, 所以其最大输出功率仍为 10^{-5} — 10^{-4}W 。为了在示波器上能显示共振谱线, 低频讯号发生器产生的 20 Hz 正弦波对微波源 II 通过调相电路进行调频。

实验结果如下：当两个微波同时作用在 ^{87}Rb 原子上时，在光检测的 0—0 跃迁共振谱线中看到了拍频现象，如图 2 所示。其中图 2(a) 是关掉微波源 I 只开微波源 II，输至谐振腔的微波功率为 $P_2 = 5\mu\text{W}$ 时的 0—0 跃迁共振谱线，它的大小只有 20mV。图 2(b) 是两个微波源同时开，微波源 I 的输出功率 $P_1 = 100\mu\text{W}$ ，微波源 II 的输出功率仍是 $P_2 = 5\mu\text{W}$ 时得到的 0—0 跃迁共振谱线。由此可以很清楚地看到其中存在拍频现象，离开谱线中心越远的地方拍频的频率越高，在谱线中心处拍频频率为零频。值得注意的是此时共振谱线的大小变成 100mV，比图 2(a) 中的共振谱线大五倍(图 2(b) 对应的示波器增益比图 2(a) 小 2.5 倍)。

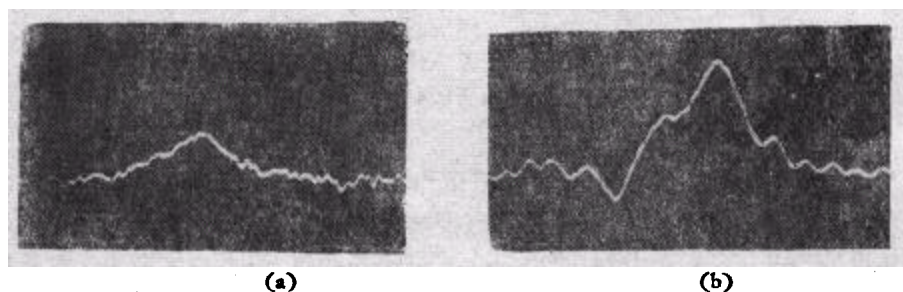


图 2

我们还测量了不同 P_1 和 P_2 下的 0—0 跃迁共振谱线的拍频讯号强度 $\Delta V'$ ，如图 3 所示。其中曲线 1 是在 $P_2 = 13\mu\text{W}$ 时测的 $\Delta V' - \sqrt{P_1}$ 的关系，曲线 2 是在 $P_1 = 25\mu\text{W}$ 时测的 $\Delta V' - \sqrt{P_2}$ 的关系。从图 3 可以看出在 P_1 和 P_2 足够小的情况下，共振谱线中的拍频讯号强度 $\Delta V'$ 正比于 $\sqrt{P_1 P_2}$ ，随着 P_1 逐渐增大， $\Delta V'$ 达到一个极大值，然后再逐渐变小。

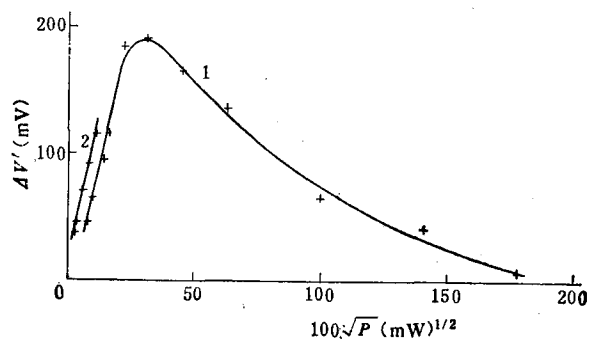


图 3

二、理论解释

用量子力学微扰论可以计算出两个微波同时作用时的跃迁几率，薛定谔方程为

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi\rangle = \hat{H} |\psi\rangle. \quad (1)$$

其中

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}' \quad (2)$$

$\hat{H}_0$ 是微扰不存在时原子的哈密顿量, $\hat{H}'$ 是微扰项, 现有两个电磁波同时作用在原子上, 设它们的频率分别为 ω_1 和 ω_2 , 则有

$$\hat{H}' = \hbar \hat{V}_1 e^{i\omega_1 t} + \hbar \hat{V}_1^* e^{-i\omega_1 t} + \hbar \hat{V}_2 e^{i\omega_2 t} + \hbar \hat{V}_2^* e^{-i\omega_2 t}. \quad (3)$$

其中

$$\hat{V}_1 = -\frac{\hat{\mu}_z H_{10}}{2\hbar}, \quad \hat{V}_2 = -\frac{\hat{\mu}_z H_{20}}{2\hbar}.$$

$\hat{\mu}_z$ 是原子磁矩 z 向分量算符, H_{10} 和 H_{20} 分别是两个电磁波磁场强度 z 向分量的振幅.

设 $t = t_0$ 时原子处在 $|m\rangle$ 态, 两个电磁波同时在此时开始与原子相互作用, 并设方程(1)解的形式为

$$|t\rangle = \sum_n c_n(t) |n\rangle e^{-i\omega_n t}. \quad (4)$$

则由解薛定谔方程得一级微扰解为

$$C_n^{(1)}(t) = V_{1nm}^* \frac{e^{-i(\omega_1 - \omega_{nm})t} - e^{-i(\omega_1 - \omega_{nm})t_0}}{\omega_1 - \omega_{nm}} + V_{2nm}^* \frac{e^{-i(\omega_2 - \omega_{nm})t} - e^{-i(\omega_2 - \omega_{nm})t_0}}{\omega_2 - \omega_{nm}} \quad (5)$$

其中 $C_n^{(1)}(t)$ 是 $C_n(t)$ 的一级近似值, $\omega_{nm} = \frac{E_n - E_m}{\hbar}$. t 时刻原子处在 $|n\rangle$ 态的几率为

$$\begin{aligned} |C_n^{(1)}(t)|^2 = & |V_{1nm}|^2 \frac{\sin^2 \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_{nm})(t - t_0)}{\left(\frac{\omega_1 - \omega_{nm}}{2}\right)^2} + |V_{2nm}|^2 \frac{\sin^2 \frac{1}{2}(\omega_2 - \omega_{nm})(t - t_0)}{\left(\frac{\omega_2 - \omega_{nm}}{2}\right)^2} \\ & + \frac{2V_{1nm}^* V_{2nm}}{(\omega_1 - \omega_{nm})(\omega_2 - \omega_{nm})} \operatorname{Re} \{ e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t} + e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t_0} \\ & - e^{-i[(\omega_1 - \omega_{nm})t - (\omega_2 - \omega_{nm})t_0]} - e^{i[(\omega_2 - \omega_{nm})t - (\omega_1 - \omega_{nm})t_0]} \}. \end{aligned} \quad (6)$$

上式只对开始与电磁波相互作用的时间为 t_0 的原子才成立. 对整个气室中的原子来说还必须对不同的 t_0 求平均才能得出平均的单位时间的跃迁几率^[3]. 设弛豫时间为 τ , 由 $|m\rangle$ 态向 $|n\rangle$ 态单位时间的跃迁几率为 W_{nm} , 则由求平均的结果可得

$$\begin{aligned} W_{nm} = & \frac{2|V_{1nm}|^2}{\tau} \frac{1}{(\omega_1 - \omega_{nm})^2 + \frac{1}{\tau^2}} + \frac{2|V_{2nm}|^2}{\tau} \frac{1}{(\omega_2 - \omega_{nm})^2 + \frac{1}{\tau^2}} \\ & + \frac{2V_{1nm}^* V_{2nm}}{\tau(\omega_1 - \omega_{nm})(\omega_2 - \omega_{nm})} \left\{ \left[1 + \frac{1}{1 + \tau^2(\omega_1 - \omega_2)^2} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{1 + \tau^2(\omega_1 - \omega_{nm})^2} - \frac{1}{1 + \tau^2(\omega_2 - \omega_{nm})^2} \right] \cos(\omega_1 - \omega_2)t \right. \\ & \left. + \left[\frac{\tau(\omega_1 - \omega_2)}{1 + \tau^2(\omega_1 - \omega_2)^2} - \frac{\tau(\omega_1 - \omega_{nm})}{1 + \tau^2(\omega_1 - \omega_{nm})^2} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\tau(\omega_2 - \omega_{nm})}{1 + \tau^2(\omega_2 - \omega_{nm})^2} \right] \sin(\omega_1 - \omega_2)t \right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

在我们的实验中, 微波源 I 的频率精确地等于 ^{87}Rb 原子基态 0—0 跃迁的中心频率, 即

$\omega_1 = \omega_{nm}$. 这时(7)式中第三项出现零比零的形式, 所以应取 $\omega_1 \rightarrow \omega_{nm}$ 的极限, 这时由(7)式可得

$$W_{nm}(\omega_1 \rightarrow \omega_{nm}) = \frac{2|V_{1nm}|^2}{\tau} \frac{1}{\frac{1}{\tau^2}} + \frac{2|V_{2nm}|^2}{\tau} \frac{1}{(\omega_1 - \omega_2)^2 + \frac{1}{\tau^2}} \\ + \frac{2V_{1nm}^* V_{2nm}}{\tau[1 + \tau^2(\omega_1 - \omega_2)^2]^2} \{2\tau^2 \cos(\omega_1 - \omega_2)t \\ + [3 + \tau^2(\omega_1 - \omega_2)^2]\tau^3(\omega_1 - \omega_2) \sin(\omega_1 - \omega_2)t\}. \quad (8)$$

在光抽运的条件下, 抽运光等效地加快了弛豫率, 所以应该以 $\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}$ 代替(8)式中的 $1/\tau^{[4]}$, 其中 Γ_p 是抽运光引起的单位时间原子由基态跃迁到激发态的跃迁几率. 故得

$$W_{nm}(\omega_1 \rightarrow \omega_{nm}) = 2|V_{1nm}|^2 \left(\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}\right) \frac{1}{\left(\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}\right)^2} \\ + 2|V_{2nm}|^2 \left(\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}\right) \frac{1}{(\omega_1 - \omega_2)^2 + \left(\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}\right)^2} \\ + 2V_{1nm}^* V_{2nm} \left(\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}\right) \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}}\right)^2\right]^2} \\ \times \left\{ \frac{2}{\left(\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}\right)^2} \cos(\omega_1 - \omega_2)t \right. \\ \left. + \left[3 + \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}}\right)^2\right] \frac{\omega_1 - \omega_2}{\left(\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}\right)^3} \sin(\omega_1 - \omega_2)t \right\}. \quad (9)$$

上式右边第一项和第二项分别代表电磁波 I 和 II 单独作用时单位时间的跃迁几率, 第三项代表它们的相干项, 它是以频率 $\omega_1 - \omega_2$ 作简谐振动的, 在谱线中心处即 $\omega_1 = \omega_2$ 处简谐振动的频率为零频, 此时振幅也最大. ω_2 离 ω_1 越远, 振动频率越高, 振幅也下降. 值得注意的是若实验中 $H_{10} > H_{20}$, 则 $V_{1nm}^* V_{2nm} > |V_{2nm}|^2$, 即第三项的振幅可以大于第二项, 即相干项对应的单位时间的跃迁几率可以大于只有电磁波 II 单独作用时引起的单位时间的跃迁几率.

有了由微波引起的单位时间的跃迁几率以后, 下面再来计算光抽运光检测实验条件下得到的讯号强度. 为了计算简单起见, 我们忽略⁸⁷Rb 原子基态 $m_F \approx 0$ 的其它子能级的影响, 如图 4 所示. 其中 $|1\rangle$ 代表⁸⁷Rb 原子基态的 $|F=1, m_F=0\rangle$ 态, $|2\rangle$ 代表⁸⁷Rb 原子基态的 $|F=2, m_F=0\rangle$ 态. 并假定只有⁸⁵Rb 灯中的 A 线对处在 $|2\rangle$ 态的原子起光抽运作用. 令 n_1 和 n_2 分别代表能态 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$ 上的原子数, N 代表原子总数, 则有粒子数速率方程

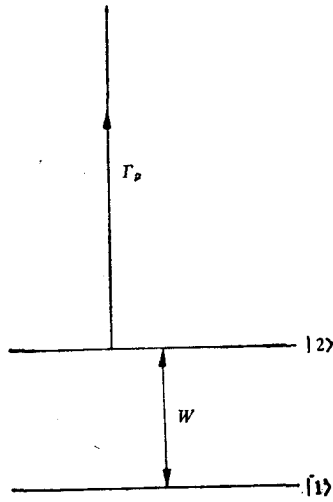


图 4

$$\frac{dn_1}{dt} = \frac{1}{2} \Gamma_p n_2 + W(n_2 - n_1) - \frac{n_1 - \frac{1}{2} N}{\tau}. \quad (10)$$

$$\frac{dn_2}{dt} = -\frac{1}{2} \Gamma_p n_2 + W(n_1 - n_2) - \frac{n_2 - \frac{1}{2} N}{\tau}. \quad (11)$$

其中 W 就是微波引起的在 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$ 态之间跃迁的单位时间的跃迁几率。由此方程可解得

$$n_2 = \frac{1}{2} N \left(1 - \frac{\Gamma_p/2}{\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau} + 2W} \right). \quad (12)$$

当没有微波共振时, 即 $W = 0$ 时, 有

$$n_2 = n_{20} = \frac{1}{2} N \left(1 - \frac{\Gamma_p/2}{\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}} \right). \quad (13)$$

吸收泡的吸光量正比于 n_2 , 而光检测得到的讯号强度 ΔV 正比于微波共振发生和不发生吸收泡吸光量之差, 即

$$\Delta V \propto n_2 - n_{20} = \frac{1}{2} N \left\{ \frac{\frac{\Gamma_p}{2}}{\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}} - \frac{\frac{\Gamma_p}{2}}{\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau} + 2W} \right\} \quad (14)$$

用 W 的表达式(9)式代入(14)式, 并注意在我们的实验条件下, $P_2 \ll P_1$, 即

$$|V_{2nm}|^2 \ll |V_{1nm}|^2, \quad V_{1nm}^* V_{2nm} \ll |V_{1nm}|^2,$$

这样(14)式可写成

$$\Delta V \propto \frac{N}{2} \frac{\frac{\Gamma_p}{2}}{\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}} \left\{ \frac{4|V_{1nm}|^2}{4|V_{1nm}|^2 + \left(\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau} \right)^2} \right\}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\frac{\left(\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}\right)^2}{4|V_{1nm}|^2 + \left(\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}\right)^2} \right]^2 \frac{4|V_{2nm}|^2}{(\omega_1 - \omega_2)^2 + \left(\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}\right)^2} \\
& + \left[\frac{\left(\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}\right)^2}{4|V_{1nm}|^2 + \left(\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}\right)^2} \right]^2 \frac{4V_{1nm}^* V_{2nm}}{\left[1 + \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}}\right)^2\right]^2} \\
& \times \left[\frac{2}{\left(\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}\right)^2} \cos(\omega_1 - \omega_2)t + \left(3 + \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}}\right)^2\right) \right. \\
& \left. \times \frac{\omega_1 - \omega_2}{\left(\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}\right)^3} \sin(\omega_1 - \omega_2)t \right] \Bigg\}. \quad (15)
\end{aligned}$$

实际上由于微波源 I 的频率是固定的,所以上式右边大括号中的第一项是观察不到的,在示波器上显示出来的只是大括号中的第二项和第三项.第二项是微波源 II 引起的讯号强度,第三项是微波源 I 和 II 引起的相干项.由于 $V_{1nm}^* V_{2nm} > |V_{2nm}|^2$,所以在谱线中心附近第三项大于第二项.这与图 2 所示的实验结果一致.另外由 (15) 式也可以看出当 $4|V_{1nm}|^2 \ll \left(\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}\right)^2$ 时,相干项的大小与 $V_{1nm}^* V_{2nm}$ 成正比,也就是和 $\sqrt{P_1 P_2}$ 成正比,

这与实验结果图 3 曲线的左半部份一致;当 $4|V_{1nm}|^2 \gg \left(\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}\right)^2$ 时,第二项和第三项都很快衰减到零,这与图 3 曲线的右半部份一致.它的物理实质是当 P_1 足够大时就会出现饱和效应, $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$ 两个态的粒子数差减小从而导致第二项和第三项衰减到零.在图 3 中 $\Delta V'$ 代表 (15) 式右边大括号中的第三项,它是由两个微波同时作用时实验上观察到的讯号强度减去只有微波 II 单独作用时的讯号强度而得.不过由 (15) 式可以看出当 P_1 足够大并满足 $4|V_{1nm}|^2 \gg \left(\frac{\Gamma_p}{2} + \frac{1}{\tau}\right)^2$ 时,第二项也随 P_1 增加而减小,但由于它混在第三项中很难单独测量,所以我们在处理数据时认为不同 P_1 下的第二项代表的讯号强度是常量.每次减去的第二项的讯号强度都是 $P_1 = 0$ 时的讯号强度(在我们实验中它是 35mV),所以图 3 右半部份对应 P_1 大 $\Delta V'$ 小的几个数据误差较大.

参 考 文 献

- [1] M. Arditi and T. R. Carver, *Phys. Rev.*, **124**(1961), 800.
- [2] 杨 丰、刘淑琴、董太乾, *物理学报*, **33**(1984), 116.
- [3] A. Vuytsteke, *Elements of Maser Theory*, (1960).
- [4] Э. И. Алексеев и др., *Радиотехника и электроника* **19** (1974), 303.

BEAT IN OPTICAL PUMPING EXPERIMENT

LIU SHU-QIN DONG TAI-QIAN

(*Peking University*)

ABSTRACT

When two microwaves with frequencies close to each other are applied simultaneously to a ^{87}Rb gas cell, which is optically pumped by ^{87}Rb lamp, the beat in the resonance signal of $0-0$ transition of ^{87}Rb ground state is observed. Theoretical explanation is presented.