

# 强准粒子注入下具有时间周期结构的 超导非平衡态

陈式刚 陈肖兰

王友琴

(中国科学院物理研究所)

(应用物理和计算数学研究所)

1983年9月23日收到

## 提 要

在 Scalapino-Huberman 的  $\mu^*$  模型基础上,本文论证了在强准粒子注入下的超导薄膜中出现时间周期振荡结构的可能性,给出了可能存在这种结构的参数范围.

自从在强准粒子注入下的超导薄膜中发现了非平衡相变以来,人们在实验和理论方面都对这种相变的机制和其所产生的结构作了很多研究<sup>[1]</sup>. 通过实验观测,现在已经知道,非平衡相变以后能够形成空间周期结构<sup>[2]</sup>. 与此相应地,在理论上也对这种结构作了一定程度的解释<sup>[1,3,4]</sup>. 对于相变所产生的结构,人们也曾期望过会有产生时间周期结构的可能性,但是至今未见关于时间周期结构的实验报道和可能产生这种结构的机制的理论研究. 本文的目的就是在理论上,从一个简单的模型出发,论证存在时间周期结构的可能性.

我们的出发点是 Scalapino-Huberman 的  $\mu^*$  模型<sup>[5]</sup>. 在前文<sup>[4]</sup>中我们曾对这个模型进行了傅里叶分析,详细地讨论了二级截断近似下的非平衡相变的情况. 由于下面将会明了的理由,本文将从文献[4]中的三级截断方程出发. 在准粒子复合系数  $R$ , 声子对于超导电子对的拆对寿命  $\tau_b$  和均匀态向非均匀态过渡的临界准粒子密度  $N_{0c}$  之积满足

$$R\tau_b N_{0c} \ll 1 \quad (1)$$

的情况下((1)式在  $R\tau_b N_{0c} \leq 1$  的意义下总成立),可对声子方程作绝热近似. 消去声子变量,并引入无量纲准粒子密度  $n$  和无量纲时间  $\tau$ :

$$n = N/N_{0c}, \quad \tau = \frac{RN_{0c}}{P} t, \quad (2)$$

可把准粒子傅里叶分量  $N_0, N_1, N_2, N_3$  的方程写成

$$\begin{aligned} \dot{n}_0 &= 2(1 + \delta) - (2n_0^2 + n_1^2 + n_2^2 + n_3^2), \\ \dot{n}_1 &= a(2n_0 n_1 + n_1 n_2 + n_2 n_3 - 2n_1), \\ \dot{n}_2 &= b \left( 2n_0 n_2 + n_1 n_3 + \frac{1}{2} n_1^2 - 2a n_1 \right), \\ \dot{n}_3 &= c(2n_0 n_3 + n_1 n_2 - 2b n_3), \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $\dot{n}$  为  $n$  对  $\tau$  的导数. (2)与(3)式中各参量的定义为

$$P = 1 + \frac{\tau_{cs}}{\tau_b},$$

$$a = \frac{2}{\varepsilon} (2 - \varepsilon), \quad b = \frac{2}{\varepsilon} (8 - \varepsilon), \quad c = \frac{2}{\varepsilon} (18 - \varepsilon),$$

$$\alpha = (1 + \varepsilon) / \left(1 - \frac{\varepsilon}{8}\right), \quad \beta = \left(1 + \frac{7}{2} \varepsilon\right) / \left(1 - \frac{\varepsilon}{18}\right), \quad \varepsilon = 1 - \frac{N_c}{N_{0c}}. \quad (4)$$

这里  $\tau_{cs}$  为声子逃逸时间,  $N_c$  为化学势  $\mu^*$  作为准粒子密度  $N$  的函数的极大值的位置.  $2(1 + \delta)$  为无量纲有效注入率,  $\delta = 0$  为均匀态成为不稳定的临界点. (3) 式是本文的基本方程.

在二级截断近似下 ( $n_3 = 0$ ), 我们曾用 Larey-Shander 拓扑度定理讨论了由均匀解  $n_0 \approx 0$ ,  $n_1 = n_2 = 0$  到空间周期解过渡的相变类型, 找出了分界点  $\varepsilon = 8/19$ , 在  $\varepsilon < 8/19$  时有一级相变,  $\varepsilon > 8/19$  时有二级相变. 对(3)式的定态解的研究表明: 当  $\varepsilon > 0.2$  时, 上述分析定性上仍然正确. 当  $\varepsilon \sim 0$  时,  $n_3$  的影响使解的性质起了根本变化. 比起二级截断方程, 现在多出三支解. 这三支解当  $\varepsilon$  增大时逐渐离开  $\delta \sim 0$  的区域. 初步考察表明, 四级分量  $n_4$  不会根本地改变这个图像. 现在要问: 这些解中哪些解是稳定的, 它的稳定区有多大. 为此要研究(3)式的线性化方程的系数矩阵

$$\lambda = \begin{pmatrix} -4n_0 & -2n_1 & -2n_2 & -2n_3 \\ 2an_1 & 2a(n_0 - 1) + an_2 & a(n_1 + n_3) & an_2 \\ 2bn_2 & b(n_1 + n_3) & 2b(n_0 - \alpha) & bn_1 \\ 2cn_3 & cn_2 & cn_1 & 2c(n_0 - \beta) \end{pmatrix} \quad (5)$$

的本征值的性质. 计算表明: 四支定态解中只有前文研究过的那支解是稳定的. 稳定解

在  $\delta$  轴上的稳定区间随  $\varepsilon$  的增大而增大. 图 1 给出了  $\varepsilon$ - $\delta$  平面上定态解的稳定区域.

现在自然会提出一个有意思的问题: 当  $\delta$  增大并越过定态稳定区的临界曲线时会发生什么情况? 下面我们论证: 在一般情况下, 首先总是发生时间周期结构. 根据拓扑度不变定理, 这时本征值方程的实部大于 0 的根应该以重根或复根的形式出现. 因为这些根是  $\varepsilon, \delta$  的连续函数, 所以除了临界曲线上的个别点以外, 实部大于 0 的根总以复数形式出现. 它们为纯虚数. 本征值的这些性质, 使得对于临界曲线上方的  $(\varepsilon, \delta)$  值, 相空间中不动点(定态解)附近的轨线迴旋地发散. 这时离开不动点远处的轨线仍然趋向不动

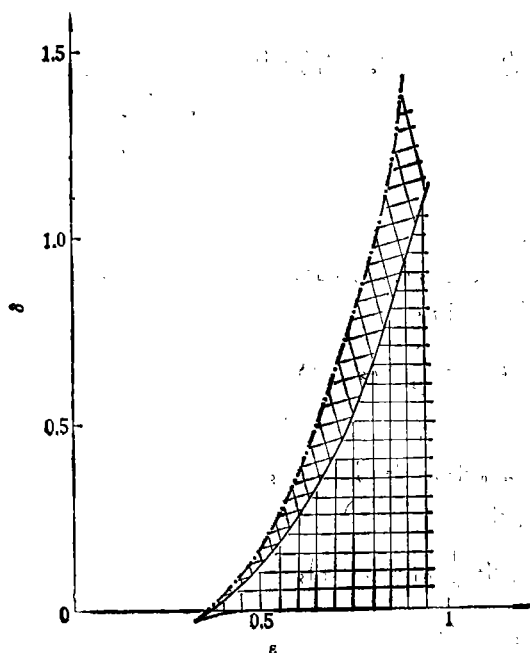


图 1  $(\varepsilon, \delta)$  平面上定为定态解和定为周期解的稳定区

点. 根据向量场的旋转度理论<sup>[5]</sup>, 这时有一围绕不动点的吸引子, 一般地, 在离临界曲线不远处, 它为一极限环. 这种极限环就是我们要找的时间周期解.

下面以图形方式给出一个典型情况下的时间振荡行为. 图 2 为  $n_0$  随  $\tau$  的振荡情况. 图 3 为相空间稳定极限环在  $(n_0, n_1)$  平面上的投影. 根据计算的结果与(2)式, 振荡周期约为

$$T \simeq (0.1 - 10) \times \frac{P}{RN_{0c}}. \quad (6)$$

对于典型的  $RN_{0c}|P$  值,  $T$  约为 0.1—100ns 量级.

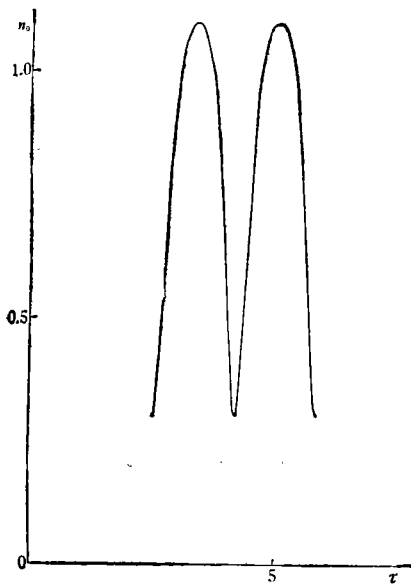


图 2  $\varepsilon = 0.7, \delta = 0.4717$  时  $n_0$  随  $\tau$  的振荡行为

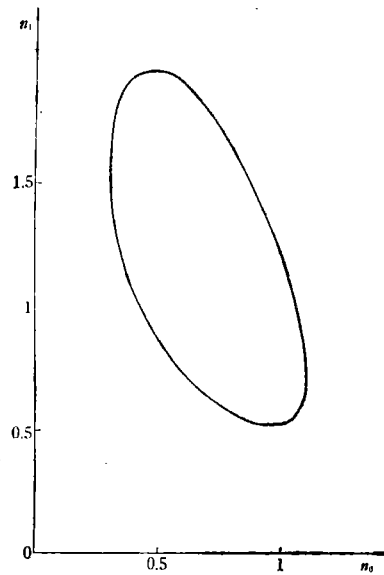


图 3  $\beta = 0.7, \delta = 0.4717$  时稳定极限环在  $(n_0, n_1)$  平面上的投影

我们还用数值计算的办法找出了时间周期解的稳定区域, 它就是图 1 中定态解稳定区之上的区域. 在  $\delta$  轴上, 周期解的稳定区域与定态解的稳定区域一样随  $\varepsilon$  的变小而缩小, 并都在  $\varepsilon \approx 0.32$  处收缩为零. 在周期解的不稳定临界曲线之上, 微分方程的轨线发散, 相应地超导薄膜应该转变为正常态. 实际上, 物理要求准粒子的密度  $n(x, \tau) > 0$ , 所以周期解的稳定区域比图 1 所示的还要窄一些.

尽管  $\mu^*$  模型在理论上及其结论与实验观测相比较上都存着值得商榷的地方, 这不会使本文用它得出的关于存在时间周期结构的结论失去意义. 由本文的论证过程可见, 从空间周期结构到时间周期结构过渡的发生, 能在远比  $\mu^*$  模型普遍得多的一类理论中存在. 即使在较狭窄的意义上说, 只要空间周期结构由一组傅里叶分量的微分方程描述, 而且它有唯一的稳定定态解(双结实验观察到的正是这种情况), 那么当这个解最后也成为不稳定的时候, 一般情况下总会出现时间周期解. 至于在参数空间的哪些区域会出现时间周期解, 那是与具体模型有关的. 本文的结果表明: 在  $\delta$  方向, 时间周期解的稳定区比定态解的小. 因此在寻找这种结构时要特别小心. 不过理论给我们指明了一个范

围,那就是要在空间非均匀态转变到正常态之前的一个较小的范围内寻找.

本工作的详细情况将与其他有关结果一起另文发表.

工作过程中与杨乾生等同志作了有益的讨论,谨此表示谢意.

### 参 考 文 献

- [1] A. M. S. Tremblay, *Stability of Nonequilibrium Superconducting States in: Nonequilibrium Superconductivity, Phonons, and Kapitza Boundaries*, ed. K. Gray, Plenum, New York, (1981), 289.
- [2] S. Kotani, Y. Suzuki and I. Iguchi, *Phys. Rev. Lett.*, **49**(1982), 391.
- [3] D. J. Scalapino and B. A. Huberman, *Phys. Rev. Lett.*, **39**(1977), 1365.
- [4] 陈式刚、陈肖兰, *Commun. Theor. Phys.*, **2**(1983), 951.
- [5] 李正元、钱敏, *向量场的旋转度理论及其应用*, 北京大学出版社, (1982).

## NONEQUILIBRIUM SUPERCONDUCTING STATES WITH TEMPORALLY PERIODIC STRUCTURE UNDER HIGH QUASI-PARTICLE INJECTION

CHEN SHI-GANG CHEN XIAO-LAN

(*Institute of Physics, Academia Sinica*)

WANG YOU-GIN

(*Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing*)

### ABSTRACT

Based on Scalapino-Huberman  $\mu^*$  model, the possibility of the temporally oscillating structures appearing in superconducting film under high quasi-particle injection is argued, the range of parameters in which these structures may occur is given.