

粒子轨道损失对低杂波离子 随机加热的影响

陈雁萍 张淳沅

(中国科学院物理研究所)

1983年2月21日收到

提 要

本文讨论了约束对低杂波离子随机加热效率的影响。计算发现，增大等离子体电流或使电流分布趋于中心可以改善快离子的约束，提高加热效率。

一、引 言

低杂波加热等离子体是托卡马克中一种有效的辅助加热手段，它可直接加热离子。如果低杂波电场幅度大于给定的阈值，快速离子和波场的非线性相互作用可能引起离子的随机运动，从而使这些离子得到加速^[1]。通过碰撞这些从波得到的能量又从快速离子转移到等离子体的主体部分，而使整个等离子体都得到加热。但只是在快速离子得到良好约束时等离子体才能得到有效加热。快速离子与波相互作用后垂直速度增大，可能成为香蕉粒子。如果香蕉宽度足够大，这些离子就可能脱离等离子体而损失掉。本文目的就是研究这种波加热引起的香蕉粒子轨道损失对加热的影响。

二、模 型

1. 粒子轨道损失

在低杂波离子随机加热中，共振离子处于分布函数的尾部，与波相互作用后，这些共振离子的垂直于磁场的速度增大，不等式 $\tan^{-1} v_{\perp} / v_{\parallel} > \theta_c$ (投射角的临界值) 很容易被满足，因而它们成了香蕉粒子。我们假定所有离子与波相互作用后都成为香蕉粒子。如果香蕉宽度大于产生点(波与粒子相互作用点)与等离子体边缘之间的距离，这个粒子就会损失掉。

香蕉轨道的方程为

$$\frac{dr}{dx} = \pm \frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}} \frac{B_z}{B_r} \sqrt{\frac{R_0}{x - x_m}}, \quad (1)$$

其中 R_0 为托卡马克的大半径； x 为香蕉轨道在大半径方向上的投影； x_m 为香蕉轨道端点即产生点在大半径方向上的投影，见图1； v_{\parallel} 为离子的速度。只有具有较大垂直速度 v_{\perp}

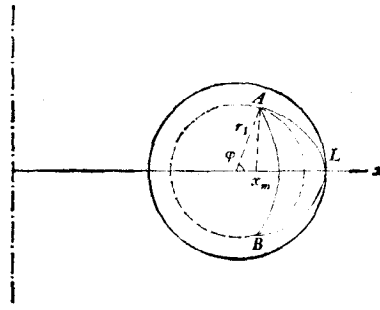


图 1

的离子才能与波相互作用,所以我们可设 $v_0 \approx V_{\perp}$. 漂移速度 $v_d \approx V_{\perp}^2/(2\omega_{ci}R)$, $R = R_0(1 + x/R_0)$, ω_{ci} 为离子回旋频率. B_z 和 B_{θ} 分别为纵向和角向磁场. 如果等离子体电流分布均匀,其分布半径为 b , 则

$$B_{\theta} = \begin{cases} 200rI_{p1}/b^2 & r < b; \\ 200I_{p1}/r & r > b. \end{cases} \quad (2)$$

上式中所有量都取 CGS 制单位, 只有纵向等离子体电流 I_{p1} 以 kA 为单位. 把它们代入方程(1)进行积分,就得到香蕉宽度的表达式,此宽度随 v_0 而增加. 当 $x = a$ (小半径)时,离子脱离等离子体而损失掉,此时相应的速度为

$$V_1 = \frac{100eI_{p1}(a^2 - r^2)}{mcb^2 \sqrt{1 - \frac{r}{a} \cos \varphi}} \sqrt{\frac{R}{a}} \quad r < b;$$

$$V_1 = \frac{200eI_{p1}}{mc \sqrt{1 - \frac{r}{a} \cos \varphi}} \left(\ln \frac{a}{r} \right) \sqrt{\frac{R}{a}} \quad r > b. \quad (3)$$

这里 e, m, c 分别为离子的电荷、质量和光速. 所有具有速度 $V_{\perp} > V_1$ 的离子都将损失掉. 从(3)式可见 V_1 与 φ 有关, φ 可以从零变到 $\varphi_m = \lg^{-1}(h/2a)$, 这里 h 为波导管的高度, φ_m 为波导管高度对小截面中心的张角. 为简单起见,我们只考虑一维问题,对 φ 取平均

$$\bar{V}_1 = \frac{1}{\varphi_m} \int_0^{\varphi_m} V_1 d\varphi, \quad (4)$$

我们就得到平均逃逸速度.

2. 随机加热

计算离子随机加热的模型与文献[2]中基本相同,这里只做简要概述. 低杂波从波导管投向托卡马克. 低杂波的波谱可用 Brambilla 的波导理论计算得到. 当低杂波从波导管向等离子体中心传播时,那些平行折射率 $n_{\parallel} < n_{\text{ACC}}$ (可进性条件)的波被反射,只有满足可进性条件的那些波才能进一步向低杂共振层方向传播,在传播过程中它们的垂直波数 k_{\perp} 越来越大,即垂直方向相速度 ω/k_{\perp} 越来越小,当无量纲的垂直相速度 $\omega/$

$k_{\perp}V_{th}$ 减少到 4—5 时, 已有一定数量的离子可以和波发生共振, 满足共振条件 $\mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{V}_{\perp} = \omega$. 这种非线性离子朗道阻尼引起离子在速度空间的扩散, 其扩散系数为

$$D(V_{\perp}) = \frac{e^2 c \hbar}{4\pi r m^2 \omega R} \int_{n_{\parallel 1}}^{n_{\parallel 2}} dn_{\parallel} \left(\frac{\omega}{k_{\perp} V_{\perp}} \right)^2 \frac{E_s^2(n_{\parallel})}{(k_{\perp}^2 V_{\perp}^2 - \omega^2)^{1/2}} \Theta \left(V_{\perp}^2 - \frac{\omega^2}{k_{\perp}^2} \right)^D, \quad (5)$$

其中 $n_{\parallel 1}$, $n_{\parallel 2}$ 分别为从波导管射出的低杂波波谱的下限和上限, ω 为低杂波频率, Θ 为亥维赛函数. 定态分布函数可从带有扩散项的一维福克-普朗克方程

$$\frac{1}{W} \frac{\partial}{\partial W} W \left\{ \tilde{D} \frac{\partial F}{\partial W} + \frac{3}{2} \left[\frac{1}{W^2} F(W) + \frac{1}{2W^2} \frac{\partial F}{\partial W} \right] \right\} = 0 \quad (6)$$

得到. 这里 W , \tilde{D} 为无量纲化的速度和扩散系数, $W = V_{\perp}/v_{th}$, $\tilde{D} = D/v_{th}^2$, v_{th} 为离子-离子碰撞频率. 方程(6)的边界条件为

$$\begin{aligned} F(W) &= C_n e^{-W^2}, & W &\leq W_1; \\ F(W) &= 0, & W &\geq W_2. \end{aligned} \quad (7)$$

这里 C_n 为归一化系数, $W_1 = c/n_{\perp 1} v_{th}$, $W_2 = \bar{V}_1/v_{th}$, $n_{\perp 1} = n_{\perp}(n_{\parallel 2})$. 条件(7)式意味着所有速度 $W > W_2$ 的离子都将由于香蕉轨道过宽而损失掉.

前面我们已经假定产生点就是香蕉的端点(图 1 中的 A 和 B 点), 它们位于小半径 r_1 上. 具有这样香蕉轨道的粒子将在等离子体边缘点 L (见图 1) 损失掉. 似乎这就应当引起 L 点的分布函数 $F(W)$ 的变化. 低杂波是从等离子体边缘向着中心传播的. 我们把等离子体半径等分为几个间隔为 Δr 的区域, 从等离子体边缘开始一个步长一个步长地自洽地计算每一个空间区域中等离子体的分布函数和它对波场的阻尼, 从而求得下一空间步长上的波场幅度, 这样就可进一步求出下一空间步长上波与等离子体的相互作用. 因此, 在计算各个物理量在 L 点值的时候, 我们还不知道在波场作用下将有多少香蕉粒子在等离子体内部产生并在 L 点损失掉. 而不先求出 L 点波与等离子体的相互作用, 就不能得知下一空间步长上波场的强度, 这样就使得问题变得难以解决. 如果香蕉粒子的反弹频率大于离子碰撞频率 ν_{ii} , 则香蕉粒子可以无碰撞的沿着香蕉轨道运行, 所以它在损失点的行为完全决定于产生点的等离子体特征. 只要这些快速粒子一经产生, 我们就能够知道哪些离子将会损失掉以及它们将会带走多少能量. 这样在 L 点的损失就等价于在产生点 A 或 B 的损失, 所以我们就在同一点计算这些香蕉粒子的产生和损失.

在上述假定下, 就可以获得方程(6)满足边界条件(7)式的解为

$$\begin{aligned} F(W) &= C_n F_{ex}(W), \\ F_{ex}(W) &= e^{-\phi(W)} [1 - G(W)], \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \phi(W) &= \int_0^W \frac{2wau}{\frac{4}{3}\tilde{D}u^2 + 1} du, \\ G(W) &= \int_{W_1}^W \frac{w^2 e^{\phi(w)}}{\frac{4}{3}\tilde{D}w^2 + 1} dw / \int_{W_1}^{W_2} \frac{w^2 e^{\phi(w)}}{\frac{4}{3}\tilde{D}w^2 + 1} dw. \end{aligned}$$

1) 这里我们已用圆柱几何位形代替平板模型, $D(V_{\perp})$ 中的几何因子已从 $h/2\pi a$ 变为 $h/2\pi r$.

$$C = v_{th}^{-2} \left[\int_0^{W_2} F_{cx}(w) w dw \right]^{-1}. \quad (9)$$

在与离子相互作用后,波场幅度将按指数 $\exp\left(-\int \gamma(n_{||}) dx\right)$ 衰减,其中 $\gamma(n_{||})$ 为波场幅度 $E(n_{||})$ 的阻尼率,我们可从能量守恒关系得到它的表达式. 低杂波的能量损失等于等离子体粒子得到的能量(包括从等离子体逃逸的粒子的能量). 其能量关系表达式与无粒子损失时相同,所以阻尼率表达式也几乎与无粒子损失时相同,我们有

$$\gamma(n_{||}) = -\frac{2\pi e^2 n \omega^2}{m c k_{\perp}^2} \bar{W}_{gx} \int_{V_{\perp 1}}^{\bar{v}_1} dV_{\perp} \frac{\partial F / \partial V_{\perp}}{(k_{\perp}^2 V_{\perp}^2 - \omega^2)^{1/2}} \Theta\left(V_{\perp}^2 - \frac{\omega^2}{k_{\perp}^2}\right). \quad (10)$$

只是积分上限因为粒子损失而由无穷变为逃逸速度 \bar{v}_1 . 这样使得 $\gamma(n_{||})$ 变小. 但粒子损失引起 $-\partial F / \partial V_{\perp}$ 变大,它又使 $\gamma(n_{||})$ 变大. 最后 $\gamma(n_{||})$ 的变化由这两个效应竞争而定. (10)式中的 \bar{W}_{gx} 为波场的传播因子.

由于粒子损失,粒子从波得到的能量中的一部分

$$W_2^2 \tilde{D}(W_2) \frac{\partial F}{\partial W} \Big|_{w=W_2} / 2 \int_{W_1}^{W_2} w^2 \tilde{D} \frac{\partial F}{\partial w} dw$$

将被逃逸粒子携出等离子体外.

三、结果与讨论

这里以一个托卡马克装置为例进行了计算,其装置基本参数列于表1. 我们设离子温度 T_i 和电子密度 n_e 有抛物线型的空间分布.

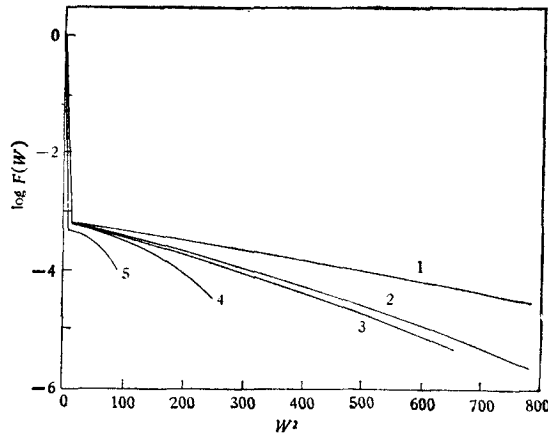


图 2

曲线	空间位置 $x = r/a$	粒子损失	P_{in} (kW)	b/a	I_{p1} (kA)
1	0.2	无	400		
2	0.2	有	400	0.1	250
3	0.2	有	400	1	400
4	0.2	有	400	1	250
5	0.2	有	400	1	150

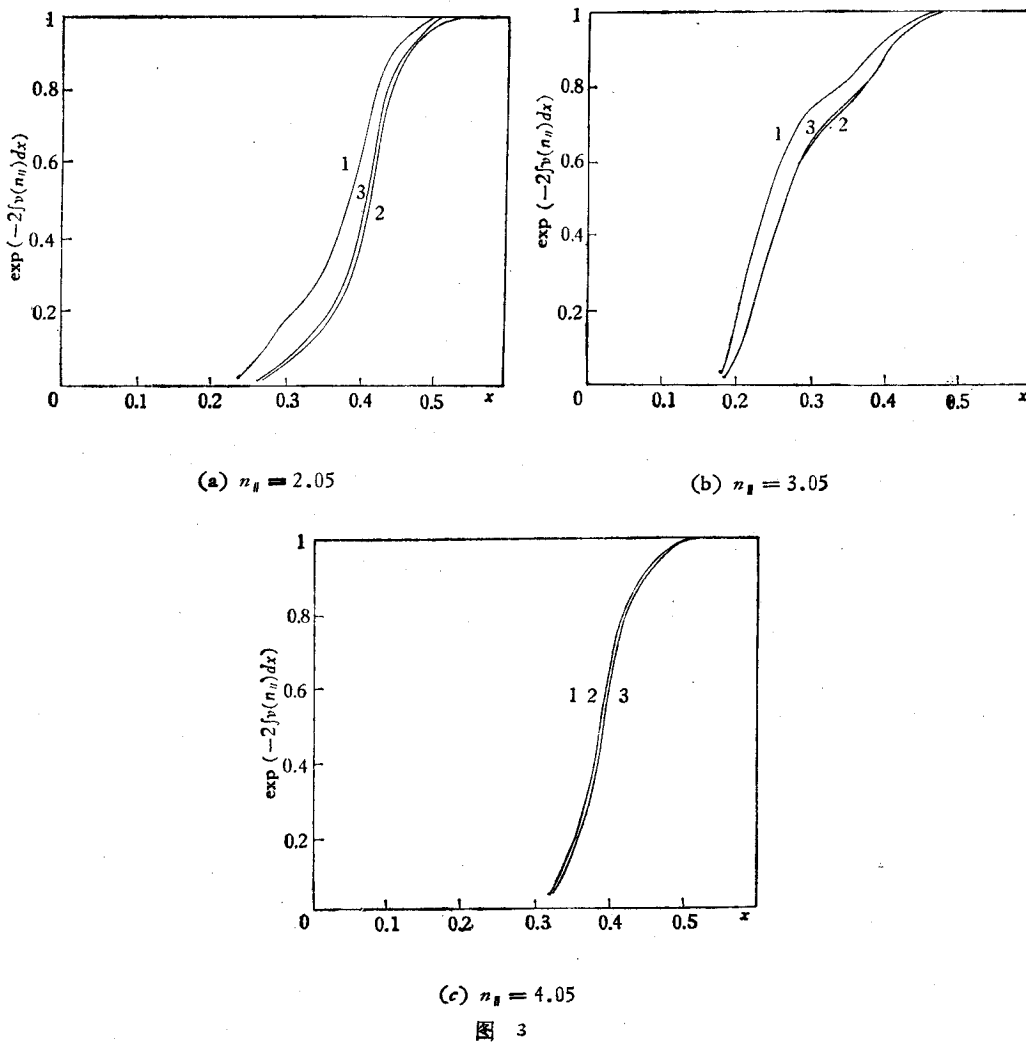
主要结果综述如下。

粒子损失带来的第一个变化是分布函数的变化。当所有速度大于 W_2 的离子都损失掉时, 速度 $W < W_2$ 的离子由于与波的相互作用和碰撞也将向 $W > W_2$ 的速度区域扩散而损失掉, 因此分布函数尾部的斜率 $-\partial F/\partial W$ 比没有损失时增大。如图 2 中的曲线 1 和 2 所示。输入功率越大, 损失粒子越多, 斜率 $-\partial F/\partial W$ 也就越大。

表 1

大半径 R	165cm;	小半径 a	40cm;	纵场 B_z	2.5T
中心离子温度 T_{i0}	0.5keV				
中心电子密度	$8 \cdot 10^{13} \text{cm}^{-3}$				
低杂波频率	1.3GHz;	波导管个数	8		
波导管高度	16.5cm;	波导管宽度	3cm;	波导管壁厚	0.6cm
纵向等离子体电流 I_{p1}	150—400kA				

没有粒子损失时, 分布函数 $F(W)$ 可以近似看成由两个不同温度的麦克斯韦分布



组成: 分布函数的主体部分是具有背景等离子体温度 T_i 的麦克斯韦分布, 尾部是另一个麦克斯韦分布, 它的温度 T_{it} 比 T_i 高得多 (见图 2 的曲线 1).

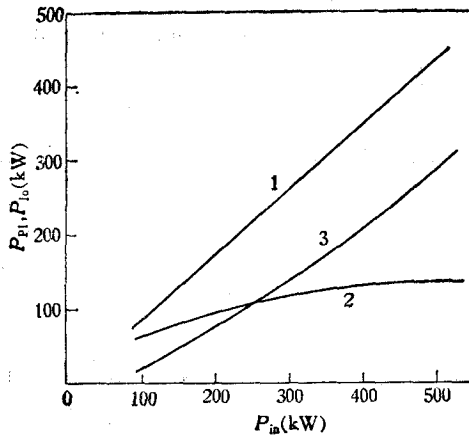


图 4

曲线 1 为 P_{pl} , 无粒子损失; 曲线 2 为 P_{pl} , 有粒子损失, $b/a = 1$, $I_{pl} = 250\text{kA}$; 曲线 3 为 P_{lo} , 有粒子损失, $b/a = 1$, $I_{pl} = 250\text{kA}$

降低了, 把图 2 中曲线 2, 3 与曲线 1 比较清楚可见. 粒子损失更多时, 尾部分布函数大大不同于麦克斯韦分布, 例如图 2 的曲线 5.

随之而来的是阻尼率 $\gamma(n_{||})$ 和吸收特征的变化. 分布函数的最大变化发生在 $W = W_2$, 因而引起小 $n_{||}$ 所对应的 $\gamma(n_{||})$ 有较大的变化. 由图 3 可见, 有损失时对应 $n_{||} = 2.05$ 和 $n_{||} = 3.05$ 的阻尼率 $\gamma(n_{||})$ 增大了. 与无损失时相比, 相应的 $E^2(n_{||})$ 在靠近外部的区域就被吸收掉了.

这些微观变化带来了明显的宏观效应. 在没有粒子损失时等离子体吸收的功率 P_{pl} 正比于输入射频功率 P_{in} , 如图 4 曲线 1. 高能尾部温度 T_{it} 正比于输入功率 P_{in} , P_{in} 越大高能尾部粒子数越多, 就有更多的粒子与

波共振而从波吸取能量. 现在速度大于 \bar{v}_1 的粒子损失掉了 ($\left. \frac{\partial F}{\partial V_{\perp}} \right|_{v_{\perp}=\bar{v}_1} \neq 0$). 从波吸收后仍保留在等离子体中的功率为

$$P_{pl} = \int 4\pi^2 R r dr \left[\bar{v}_1^3 D(\bar{v}_1) \left. \frac{\partial F}{\partial V_{\perp}} \right|_{v_{\perp}=\bar{v}_1} - 2 \int_{v_{\perp,1}}^{\bar{v}_1} v_{\perp}^2 D(v_{\perp}) \frac{\partial F}{\partial V_{\perp}} dv_{\perp} \right]. \quad (11)$$

上式方括号中的第一项为逃逸粒子带走的功率, 记为 P_{lo} , 第二项为等离子体从波吸收的总功率. 损失功率随入射功率 P_{in} 的增加而增加, 因此 P_{pl} 在入射功率 P_{in} 增大时趋于饱和, 见图 4 曲线 2.

粒子损失也引起加热效率降低. 如果能量从分布函数的尾部转移到主体部分, 将使主体部分的温度 T_i 升高

$$\Delta T_i = \left(\int \omega^2 F(\omega) \omega d\omega - 1 \right) T_i,$$

整个等离子体截面上平均温度增加

$$\overline{\Delta T_i} = \int \Delta T_i 2\pi r dr / \pi a^2.$$

我们定义加热效率

$$\eta = \overline{\Delta T_i} n_e / P_{in}.$$

从表 2 看到, 如果没有粒子损失, 当 P_{in} 为 500kW 时, η 可以达到 $8.3 \times 10^{13} \text{cm}^{-3} \cdot \text{eV/kW}$, 但粒子损失后, 在同样的人射功率下, η 减少到 $2.6 \times 10^{13} \text{cm}^{-3} \cdot \text{eV/kW}$.

如果我们要进一步加热等离子体, 就必须改进快离子的约束性能. 可以通过两个

表 2

粒子损失	$P_{in}(\text{kW})$	b/a	$I_{p1}(\text{kA})$	$\eta(10^{18}\text{cm}^{-3} \cdot \text{eV/kW})$
无	500			17
无	400			15
无	250			10
无	100			5.7
有	500	1	250	2.6
有	400	1	250	2.8
有	250	1	250	2.9
有	100	1	250	2.7
有	400	1	150	0.6
有	400	1	400	11
有	400	0.1	250	12

途径达到此目的: 一是增加等离子体纵向电流 I_{p1} , 这样就能减小香蕉轨道的宽度, 增大逃逸速度(比较图 5 中的曲线 1, 2, 3). 随着 I_{p1} 的增加, 损失功率 P_{l0} 将减少, 而等离子体获得的功率 P_{p1} 将增加(见图 6 曲线 1, 2). 另一途径是改善等离子体电流 I_{p1} 的空间分布轮廓. 我们计算了两种极限分布, 一是电流均匀分布, 即 $b/a = 1$; 一是电流集

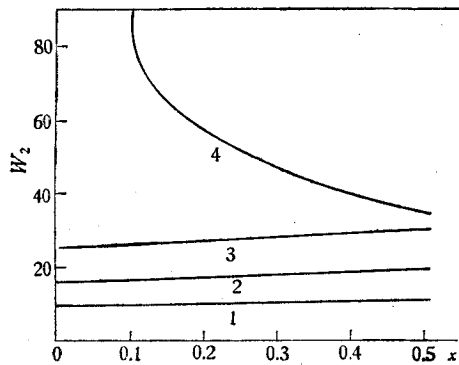


图 5

 $P_{in} = 400\text{kW}$;

- 曲线 1 为 $b/a = 1, I_{p1} = 150\text{kA}$;
- 曲线 2 为 $b/a = 1, I_{p1} = 250\text{kA}$;
- 曲线 3 为 $b/a = 1, I_{p1} = 400\text{kA}$;
- 曲线 4 为 $b/a = 0.1, I_{p1} = 250\text{kA}$

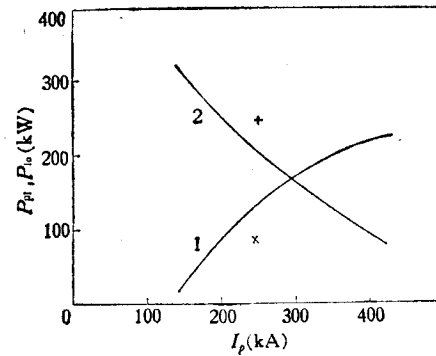


图 6

 $P_{in} = 400\text{kW}$

- 曲线 1 为 $P_{p1}, b/a = 1$;
- 曲线 2 为 $P_{l0}, b/a = 1$;
- + 为 $P_{p1}, b/a = 0.1$;
- × 为 $P_{l0}, b/a = 0.1$

中分布在中心, $b/a = 0.1$. 在后者情况下, 逃逸速度 W_2 变得相当大, 特别是靠近中心处, 与电流均匀情况相比, 损失功率 P_{l0} 明显地减小, 等离子体所得功率 P_{p1} 明显地增大(见图 6 中+与×). 所以改变电流分布轮廓是改善低杂波加热效果的一个更有效办法. 一般而言, 托卡马克的电流分布是趋于中心的, 即 $b/a < 1$, 所以低杂波加热对托卡马克是一种有希望的加热办法.

本工作曾得到 Brambilla 博士有益的建议与讨论, 特此表示感谢.

参 考 文 献

- [1] C. F. F. Karney, *Phys. Fluids*, **21**(1978), 1584; *Phys. Fluids*, **22**(1979), 2188.
[2] M. Brambilla, Chen Yan-ping. *Nucl. Fusion*, **23**(1983), 541.

**THE EFFECT OF PARTICLE ORBIT LOSS ON ION
STOCHASTIC HEATING WITH LH WAVES**

CHEN YAN-PING ZHANG CHUN-YUAN
(*Institute of Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

The effect of confinement on the efficiency of ion stochastic heating with LH waves has been discussed. Increasing plasma current or making the current distribution concentrate close to the center can improve the confinement of fast ions and raise heating efficiency.