

用共焦谐振腔法测量等离子体的 电子迴旋辐射

王兆申 汪亚民

(中国科学院等离子体物理研究所)

1982年11月22日收到

提 要

本文中提出一个利用共焦谐振腔和扫频接收机测量等离子体的迴旋辐射的方案, 推导出了在共焦谐振腔中一个均匀等离子体平板的辐射谱表式. 分析表明, 此法可独立地诊断托卡马克中等离子体的电子温度及其径向分布, 同时具备准光学接收系统所特有的明确的空间分辨范围.

一、引 言

在文献[1,2]中我们讨论了毫米波准光学接收系统的设计和隔离度问题. 为了叙述方便起见, 我们把一个典型的接收系统绘于图1. 图中球面反射镜和球面窗的曲率半径等于 d , 虚线表示当该接收天线用作发射天线时的发送波束, 此波束满足匹配条件: 球形窗和反射镜的半径远大于相应的波束半径, 而它们的曲率半径等于相应处波束波阵面的曲率半径. 如果我们降低球形窗的传输系数(增大反射系数), 则窗和反射镜就构成共焦谐振腔.

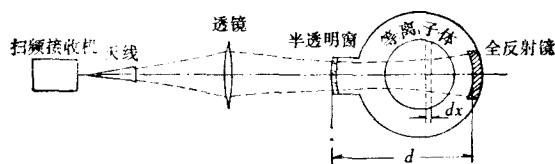


图 1

本文提出利用共焦腔和扫频接收机测量等离子体电子迴旋辐射, 诊断其电子温度的方案. 众所周知, 在托卡马克装置上测量等离子体的电子迴旋辐射是诊断其电子温度分布的强有力的手段^[3]. 但是根据辐射谱推出电子温度分布时一般只能在实验上借助其它诊断方法来作绝对温度定标. 利用共焦腔后, 当天线波束和谐振腔匹配时, 即如图1的情况, 对腔中一均匀等离子体平板, 我们可以直接推出辐射谱的表达式. 它建立了辐射谱与腔体和平板等离子体参数之间的关系(下面我们简称为腔体谱), 这使我们有可能根据测得的谱结构独立地测定等离子体的电子温度.

二、腔体谱表式

在推导腔体谱表式时,我们假定:

1. 等离子体平板的横截面大于共焦谐振腔稳定波束的束截面,在平板范围内的磁场是均匀的且与平板平行.

2. 考虑到高温等离子体的碰撞频率很低(例如电子-离子碰撞频率

$$\nu_{e-i} = 6.3 \times 10^9 z \left(\frac{T_e}{e} \right)^{-3/2} \left(\frac{n_e}{10^{20}} \right),$$

其中 z 为有效电荷数; T_e 的单位为 eV; n_e 的单位为 cm^{-3}), 一个电子辐射的电磁波的相干长度远大于腔体长度 α , 我们忽略有限相干长度效应.

在满足天线辐射的波束与共焦腔匹配的条件下, 问题可等价如图 2 所示的平板型 F-P 谐振腔, 从而大大简化了分析过程. 由此可以推出腔体谱表式

$$P_\omega = \frac{i^2 k T}{2\pi(1 - 2re^{-\tau} \cos kd + r^2 e^{-2\tau})} \left[(1 - e^{-2\tau}) - \frac{2\tau e^{-\tau}}{kl} \cos 2kx_c \cdot \sin kl \right], \quad (1)$$

$$k = \frac{\omega}{c}, \quad \tau = 2\alpha l.$$

上式中 t 和 r 分别为球形窗的电场强度传输系数和反射系数; k 为玻耳兹曼常数; T 为等离子体的电子温度; τ 为等离子体的光学厚度; l 为等离子体平板的厚度; x_c 为等离子体平板和反射镜之间的平均距离; ω 为信号角频率; c 为真空中光速; α 为等离子体中电场强度的衰减系数. 在推导中, 我们不计由等离子体引入的波的相位变化, 因为它不影响本文的最终结论. 详细的推导过程见附录.

三、腔体谱表式的讨论

现在看看在两个特殊情况下表式(1)的结果:

当 $\tau \gg 1$ 时, 即等离子体平板是光厚时, 由(1)式可得

$$P_\omega \approx \frac{1}{2\pi} i^2 k T. \quad (2)$$

即天线接收的功率与等离子体平板的厚度及其在谐振腔中的位置无关. 它正比于电子温度, 其值正好是用匹配天线时接收到的功率的 i^2 倍.

当 $\tau \ll 1$ 时, 采用近似关系式 $e^{-\tau} \approx 1 - \tau$, 我们有

$$P_\omega \approx \frac{i^2 k T}{\pi(1 - 2re^{-\tau} \cos 2kd + r^2 e^{-2\tau})} \cdot \tau \left(1 - \frac{1}{kl} \cos 2kx_c \cdot \sin kl \right).$$

如果等离子体平板厚度 $l > 2\lambda$, 则 $1/kl \ll 1$, 上式可简化为

$$P_{\omega} \approx \frac{t^2 \tau k T}{\pi(1 - 2re^{-\tau} \cos 2kd + r^2 e^{-2\tau})}. \quad (3)$$

即在光薄时, 只要等离子体平板厚度大于约两个波长(对托卡马克诊断而言, 只要接收机中放带宽足够大, 这一条件即满足), 腔体谱也将与等离子体平板在腔中位置 x_c 无关.

在谐振频率 ω_0 , $kd = n\pi$, 其中 n 为正整数. 由(3)式有

$$P_{\omega_0} \approx \frac{t^2 \tau k T}{\pi(t + \tau)^2}. \quad (4)$$

在非谐振频率, $kd = [(2n - 1)/2] \cdot \pi$ 时, 这时功率趋于最小值. 由(3)式有

$$P_{\omega'} \approx \frac{t^2 \tau k T}{\pi[2 - (t + \tau)]^2}. \quad (5)$$

在上两式的推导中, 分母中的 t 和 τ 的乘积项属于小量而略去.

(3)式可对(4)式作归一化,

$$\frac{P_{\omega}}{P_{\omega_0}} = \frac{(1 - re^{-\tau})^2}{1 - 2re^{-\tau} \cos 2 \frac{\omega}{\omega_0} d + r^2 e^{-2\tau}}.$$

由此可以推出下面两个关系式, 它们建立了光学厚度和谱结构之间的直接联系:

$$\frac{P_{\omega'}}{P_{\omega_0}} = \left[\frac{t + \tau}{2 - (t + \tau)} \right]^2, \quad (6)$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta F} = \frac{1}{\pi} \cos^{-1} \left[1 - \frac{(1 - re^{-\tau})^2}{2re^{-\tau}} \right], \quad (7)$$

其中 $P_{\omega'}/P_{\omega_0}$ 为腔体谱的最小功率和最大功率之比; Δf 为腔体谱的半功率带宽, 其值为

$$\Delta f = \frac{c}{2\pi d} \cos^{-1} \left[1 - \frac{(1 - re^{-\tau})^2}{2re^{-\tau}} \right];$$

ΔF 为共焦腔相邻共振模式之间的频率间隔,

$$\Delta F = \frac{c}{2d}.$$

即根据谱结构, 利用(6)或(7)式可以得到等离子体的光学厚度 τ . 将 τ 值代入(4)式即可得出在光薄时的电子温度 T_e .

四、接收机的输出谱

外差接收机的输出谱 $P(\omega)$ 和腔体谱 $P_{\omega}(\omega)$ 之间的关系为

$$P(\omega) = R \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega') P_{\omega}(\omega - \omega') d\omega', \quad (8)$$

其中 $G(\omega')$ 为接收机的中放增益函数, $\omega' = 0$ 相应于中放的中心频率; R 为比例系数. 对一个理想的中放

$$G(\omega') = \begin{cases} G & |\omega'| \leq B/2, \\ 0 & |\omega'| > B/2. \end{cases} \quad (9)$$

这里 B 为中放带宽. 对于我们这一共焦谐振腔-扫频接收机系统而言, 中放带宽要满足下

列要求:

$$\left(\frac{df}{dt}\right)^{\frac{1}{2}} \ll B \ll \Delta F, \quad (10)$$

其中 df/dt 为扫频速率。(10) 式中左边不等式是为了满足扫频接收时中放动态带宽基本不变的要求^[4], 右边不等式是为了使系统在等离子体光薄时能分辨不同的谐振模式。在慢扫频时, 带宽 B 可以很小, 即 $B \ll \Delta f$ 。因而可得近似关系式

$$G(\omega') \approx \delta(\omega') G.$$

将此式代入(8)式有

$$P(\omega) = RGP_{\omega}(\omega). \quad (11)$$

即接收机的输出谱如实地反映了腔体谱。

在快速扫频时, 所有系统参量如 $B, t, \Delta F, T, df/dt$ 要统一考虑, 使之满足(10)式的要求, 且尽可能满足 $B \ll \Delta f$ 的要求。在一般的情况下, 我们须利用(8)式由输出谱推导出腔体谱。

五、结 束 语

利用开放谐振腔测量电子回旋辐射曾在通常的小孔耦合的共焦腔中进行过实验。但是这种腔一旦安装到一金属真空室内即失去了其在自由空间中所具有的空间分辨率。原因是耦合小孔的衍射作用使真空室和共焦腔之间产生强耦合。对这种结构从理论上推导辐射谱与腔体和等离子体参数之间的关系式也十分困难。由于准光学接收系统的研制成功, 使我们有可能将本文提出的共焦腔结构形态安装到一金属真空室内, 它仍具有很好的空间分辨率。同时, 辐射谱的物理分析也变得简单明了, 结论看来也是合理的。尽管在实际上实现这一方案还有许多工作要做, 但鉴于它所具有的“温度计”的特点, 这些代价看来是值得付的。

附 录

(1) 式的推导

如图 1 中, 假定厚度为 dx 的单元平板的辐射强度 $I_{\omega x}$ 为

$$I_{\omega x} = j_{\omega} dx, \quad (A.1)$$

其中 j_{ω} 为发射系数。

由于等离子体板横截面远大于天线波束截面, 不考虑谐振腔时, 进入天线的单位频率间隔内的辐射功率为

$$P_{\omega} = \lambda^2 I_{\omega x}. \quad (A.2)$$

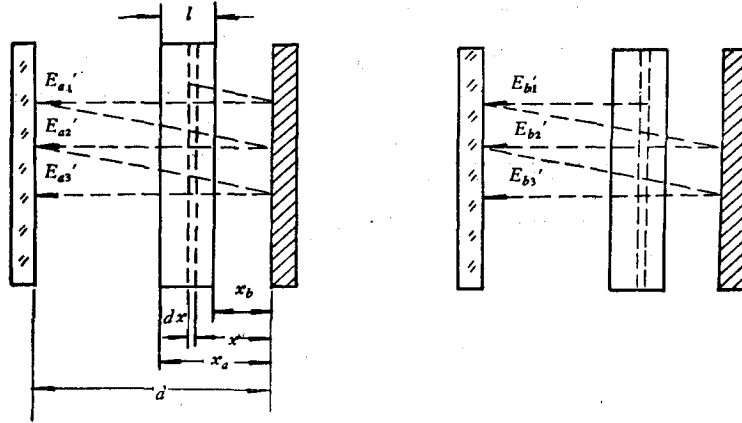
当天线发送的波束发散角很小时, 以波束功率流相等为前提, 波束可看成是一等价电场强度为 E , 等价波束截面为 S 的均匀平面波。这时 (A.2) 式可等价地表示为

$$P_{\omega} = \lambda^2 I_{\omega x} = \frac{c}{4\pi} \cdot \frac{1}{2} E_0^2 \cdot S, \quad (A.3)$$

其中 $S = \pi(\omega/\sqrt{2})^2$; ω 为波束在共焦腔中平均半径。从 (A.1)–(A.3) 式可推出与 $I_{\omega x}$ 等价的电场强度 E_0 为

$$E_0^2 = \frac{4\pi}{c} \cdot \frac{2\lambda^2}{S} j_{\omega} dx. \quad (A.4)$$

这时共焦腔可相应地看成是 F-P 腔, 如附录图 1 所示。发自 x 处等离子体单元的辐射电场在 F-P 腔中来回反



附录图 1

射而在附录图 1 的半透明窗处产生的电场分别为

$$\begin{aligned}
 E'_{a1} &= -E_0 e^{-\alpha(x-x_b+l)-ik(d+x)} \\
 &\vdots \\
 E'_{an} &= r E_{a(n-1)} e^{-\tau-ikd}, \\
 E'_{b1} &= E_0 e^{-\alpha(x_a-x)-ik(d-x)}, \quad n=2, 3\ldots \\
 &\vdots \\
 E'_{bn} &= r E_{b(n-1)} e^{-\tau-ikd}.
 \end{aligned} \tag{A.5}$$

这里全反射镜的反射系数已假定为 1, $\tau = 2\alpha l$, 由上式可算出通过窗口的总电场为

$$\begin{aligned}
 E_t &= i \left(\sum_{n=1}^{\infty} E'_{an} + \sum_{n=1}^{\infty} E'_{bn} \right) \\
 &= \frac{i E_0 e^{-ikd}}{1 - 2r e^{-\tau} \cos 2kd + r^2 e^{-2\tau}} (A - B),
 \end{aligned} \tag{A.6}$$

其中

$$\begin{aligned}
 A &= e^{-\alpha(x_a-x)+ikx} - e^{\alpha(x_a-x)-\tau-ikx}, \\
 B &= A r e^{-\tau+ikd}.
 \end{aligned}$$

利用类似 (A.3) 式的等价关系, 可推出单元等离子体 dx 在窗口外处产生的辐射强度

$$dI_{\omega x} = \frac{c}{4\pi} \cdot \frac{S}{\lambda^2} \cdot \frac{1}{2} E_t \cdot E_t^*, \tag{A.7}$$

其中*号表示共轭复数. 将 (A.6) 式代入 (A.7) 式可得

$$dI_{\omega x} = \frac{c}{4\pi} \cdot \frac{S}{\lambda^2} \cdot \frac{i^2 E_0^2}{2(1 - 2r e^{-\tau} \cos 2kd + r^2 e^{-2\tau})} A \cdot A^*, \tag{A.8}$$

式中

$$A \cdot A^* = 2e^{-\tau} \{ \text{ch}[\tau - 2\alpha(x_a - x)] - \cos 2kx \}.$$

在热平衡条件下, 由 α 的定义及基尔霍夫定律可得

$$i_{\infty} = I_{bb} \cdot (2\alpha), \tag{A.9}$$

式中 I_{bb} 为黑体辐射强度, 其值为

$$I_{bb} = \frac{\omega^2 kT}{8\pi^3 c^2} = \frac{kT}{2\pi \lambda^2}. \tag{A.10}$$

将 (A.9), (A.4) 式代入 (A.8) 式得

$$dI_{\omega x} = \frac{4i^2 I_{bb} \cdot \alpha \cdot dx}{1 - 2r e^{-\tau} \cos 2kd + r^2 e^{-2\tau}} e^{-\tau} \{ \text{ch}[\tau - 2\alpha(x_a - x)] - \cos 2kx \}. \tag{A.11}$$

由于从等离子体板的不同平板元的辐射是非相干的, 因此在窗口外的总辐射强度是各单元辐射强度的叠加,

$$I_{\omega} = \int_{x_b}^{x_a} dI_{\omega x}. \tag{A.12}$$

将 (A.11) 式代入 (A.12) 式得

$$I_{\omega} = \frac{i^2 I_{bb}}{1 - 2r e^{-\tau} \cos 2kd + r^2 e^{-2\tau}} \left[(1 - e^{-2\tau}) \right]$$

$$- \frac{2\tau e^{-\tau}}{kl} \cos 2kx_c \cdot \sin kl \Big], \quad (\text{A.13})$$

式中 $x_c = (x_a + x_b)/2$ 为平板等离子体中心位置的坐标值。

利用匹配天线和辐射强度之间的关系 (A.2) 式以及黑体辐射强度关系 (A.10) 式, 可得进入天线总辐射功率为

$$P_a = \frac{\tau^2 kT}{2\pi(1 - 2\tau e^{-\tau} \cos 2kd + \tau^2 e^{-2\tau})} \left[1 - e^{-\tau} - \frac{2\tau e^{-\tau}}{kl} \cos 2kx_c \cdot \sin kl \right],$$

即本文中腔体谱表式(1)。

参 考 文 献

- [1] 王兆申, 科学通报, 待发表.
- [2] 王兆申、曹永君, 物理学报, **32**(1983), 第10期.
- [3] F. Engelman and M. Curatolo, *Nuclear Fusion*, **13**(1973), 479.
- [4] George, D. Tsakiris, *Rev. Sci. Instrument.*, **48**(1977), 1414.

MEASURING ELECTRON CYCLOTRON RADIATION FROM PLASMAS BY MEANS OF CONFOCAL RESONANTOR

WANG ZHAO-SHEN WANG YA-MIN

(Institute of Plasma Physics, Academia Sinica, Hefei)

ABSTRACT

A method of measuring the electron cyclotron radiation from plasmas by using confocal resonant cavity and sweep frequency receiver is proposed. A radiation spectrum expression for a uniform plasma slab in the confocal resonant cavity has been derived. The analysis shows this method can independently measure TOKAMAK's electron temperature and its radial distribution. Furthermore, as a quasi-optical receiving system, it possesses high spatial resolution power.