第33卷 第4期 物 理 学 报 Vol. 33, No. 4
1984年4月 ACTA PHYSICA SINICA Apr., 1984

研究简报

激光等离子体中的共振吸收所引起的谐波发射

余 玮 徐至展
(中国科学院上海光学精密机械研究所)
1982年11月24日收到

提 要

本文考虑了临界密度附近的密度梯度明显变陡的情况，解析地讨论了激光等离子体中共振吸收所引起的谐波发射问题，得到的二次谐波的转换率与实验结果相符．另外，还就三次谐波发射的转换率进行了计算．

一、引 言

从激光等离子体临界密度面附近发射的二次谐波，携带着许多有用的信息，因而受到普遍的重视．多年来，在共振吸收所引起的谐波发射方面已有了不少理论与实验工作[1-7]．其中文献[5]在小梯度近似的基础上，求解了二次谐波的波动方程；文献[6,7]则进一步讨论了"温度效应"，提出 $\sqrt{3}\,k_0L\beta^2 < 1$ $(\beta=\sqrt{T_e/mc^2})$ 作为一阶以上方程中忽略热压项的判据．最近，Dragila[4]试图对密度梯度变陡的激光等离子体进行讨论，指出：在密度梯度变陡以至 $k_0L\sim 1$ 时，甚至在等离子体温度相当高，如 $T_e\sim 1\mathrm{keV}(\beta\sim 0.05)$ 时，上述判据也很容易满足，故无须计及温度效应．然而，在计算二次谐波的转换率时，Dragila 直接利用了文献[5]在小梯度近似下导出的公式，所求得的结果也远大于实验测定的值．

本文从基本方程出发，就临界面附近密度梯度明显变陡的激光等离子体中的二次谐波进行了讨论．解释了共振吸收实验中，在与入射激光相反的方向上观察到的反向二次谐波．我们解析得到的共振吸收引起的二次谐波发射的转换率，除能正确地给出与入射激光强度及吸收系数的依赖关系外，其数值也与实验测定值[1]相符．另外，我们的解析方法还推广于三次谐波转换率的计算，指出在入射激光较强时，也应能观察到共振吸收过程中所发射的三次谐波．

二、反 向 谐 波

为了讨论激光等离子体中的各次谐波，可以将各有关量按激光频率 ω 展开，如：令等离子体中的电子密度 $n(\boldsymbol{r},t)=\sum\limits_n n_n(\boldsymbol{r})e^{-in\omega t}$，电子运动速度 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t)=\sum\limits_n \boldsymbol{u}_n(\boldsymbol{r})$

$\times e^{-in\omega t}$，场量 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)=\sum_n \boldsymbol{E}_n(\boldsymbol{r})e^{-in\omega t}$，$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)=\sum_n \boldsymbol{B}_n(\boldsymbol{r})e^{-in\omega t}$. 代入基本方程组，经过运算后，可以得到描写二次谐波的二阶方程组为

$$-i2\omega\boldsymbol{u}_2+(\boldsymbol{u}_1\cdot\nabla)\boldsymbol{u}_1=-\frac{e}{m}\left(\boldsymbol{E}_2+\frac{1}{c}\boldsymbol{u}_1\times\boldsymbol{B}_1\right), \tag{1}$$

$$-i2\omega n_2+\nabla\cdot(n_0\boldsymbol{u}_2+n_1\boldsymbol{u}_1)=0, \tag{2}$$

$$-i2\omega\boldsymbol{E}_2=c\nabla\times\boldsymbol{B}_2+4\pi e(n_0\boldsymbol{u}_2+n_1\boldsymbol{u}_1), \tag{3}$$

$$-i2\omega\boldsymbol{B}_2=-c\nabla\times\boldsymbol{E}_2, \tag{4}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E}_2=-4\pi e n_2, \tag{5}$$

其中 $\boldsymbol{u}_1=\frac{e}{i\omega m}\boldsymbol{E}_1$、$\boldsymbol{B}_1=\frac{c}{i\omega}\nabla\times\boldsymbol{E}_1$，$n_1=-\frac{1}{4\pi e}\nabla\cdot\boldsymbol{E}_1$. 由 (3),(4) 式可得到

$$\nabla\times(\nabla\times\boldsymbol{E}_2)-\frac{4\omega^2}{c_2}\varepsilon_2\boldsymbol{E}_2=\frac{4\pi}{c^2}i2\omega\boldsymbol{j}_2^{NL} \tag{6}$$

式中

$$\varepsilon_2=1-\frac{n_0}{4n_{cr}}\quad(n_{cr}\text{为基频波临界密度}), \tag{7}$$

$$\boldsymbol{j}_2^{NL}=-e(n_0\boldsymbol{u}_2+n_1\boldsymbol{u}_1)+\frac{e^2n_0}{2i\omega m}\boldsymbol{E}_2. \tag{8}$$

(6) 式即二次谐波的波动方程，$\boldsymbol{j}_2^{NL}$ 则为其波源. 由 (1) 式可求得

$$\boldsymbol{u}_2=\frac{e}{i2\omega m}\boldsymbol{E}_2-\frac{e^2}{i4m^2\omega^3}\nabla(\boldsymbol{E}_1\cdot\boldsymbol{E}_1), \tag{9}$$

代入 (8) 式，即得到非线性二次电流

$$\boldsymbol{j}_2^{NL}=\frac{e}{4\pi i m\omega}\left[(\nabla\cdot\boldsymbol{E}_1)\boldsymbol{E}_1+\frac{n_0}{4n_{cr}}\nabla(\boldsymbol{E}_1\cdot\boldsymbol{E}_1)\right]. \tag{10}$$

由于共振吸收过程中的二次谐波起源于临界面附近，在讨论中可令上述各方程中的一阶量仅在临界面附近才不为零，这样在该区域以外就不再有二次谐波的波源. 如等离子体仅在 x 方向不均匀，即 $n_0=n_0(x)$，则上述各方程中的二阶量可写成诸如 $\boldsymbol{E}_2(\boldsymbol{r})=\boldsymbol{E}_2(x)\times\exp[i(k_{2y}(x)y+k_{2z}(x)z)]$的形式，而描写基频波的一阶量则写为 $\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{r})=\boldsymbol{E}_1(x)e^{ik_yy}$ 的形式，这里 $k_y=k_0\sin\theta_0$，θ_0 为激光入射角，$k_0=\omega/c$. 这样，(5) 式可写成

$$\frac{\partial}{\partial x}E_{2x}(x)+\left[iy\frac{dk_{2y}(x)}{dx}+iz\frac{dk_{2z}(x)}{dx}\right]E_{2x}(x)+ik_{2y}(x)E_{2y}(x)$$
$$+ik_{2z}(x)E_{2z}(x)=-4\pi e n_2(x). \tag{11}$$

为使上式对任意的 y，z 值均成立，应满足

$$k_{2y}(x)=\text{const.},\quad k_{2z}(x)=\text{const.}. \tag{12}$$

为了确定这些常数，我们可以在共振区内把 (9) 式改写为

$$\left[\boldsymbol{u}_2(x)-\frac{e}{i2\omega m}\boldsymbol{E}_2(x)\right]e^{i(k_{2y}y+k_{2z}z)}$$
$$=-\frac{e^2}{i4m^2\omega^3}\left[\frac{\partial}{\partial x}E_1^2(x)\hat{x}+i2k_yE_1^2(x)\hat{y}\right]e^{i2k_yy}. \tag{13}$$

由此可以确定

$$k_{2z} = 0, \quad k_{2y} = 2k_y = 2k_0 \sin\theta_0 \tag{14}$$

为共振区内外普遍成立的波数匹配关系．然而，在 x 方向，亦即等离子体密度梯度方向并不存在类似的匹配关系[3]．因此，不能如文献[4]中那样直接引用均匀等离子体中的三维的波矢匹配关系进行讨论．

由(14)式可直接得出：1）二次谐波位于激光入射平面内；2）二次谐波的出射角等于 θ_0．这些结论均已为实验所证实[2]．

斜向入射的高强度 P 偏振激光在等离子体临界密度面附近形成很强的局域性电场，并导致该区域的等离子体密度梯度明显地变陡．为了便于讨论，我们令 a，b 为临界密度区的下界与上界，并设等离子体呈线性分布：但在 a，b 之间以 L_c 为定标长度，而在 a，b 以外的区域，则以 L 为定标长度，且 $L \gg L_c$．如令 x 轴指向低密度区并以临界密度点为坐标原点．则不同区域内的 n_0 及 ϵ_2 为

$$n_0(x) = \begin{cases} n_a - n_{cr}\dfrac{x-a}{L} \\ n_{cr}\left(1 - \dfrac{x}{L_c}\right) \\ n_b - n_{cr}\dfrac{x-b}{L} \end{cases} \qquad \epsilon_2(x) = \begin{cases} \epsilon_{2a} + \dfrac{x-a}{4L} & (x \geqslant a); \\ \dfrac{3}{4} + \dfrac{x}{4L_c} & (a \geqslant x \geqslant b); \\ \epsilon_{2b} + \dfrac{x-b}{4L} & (x \leqslant b). \end{cases} \tag{15}$$

这里 $\epsilon_{2a} = 1 - \dfrac{n_a}{4n_{cr}}$，$\epsilon_{2b} = 1 - \dfrac{n_b}{4n_{cr}}$．其中 a，b 之间为二次谐波的波源区；而在 a，b 以外的区域，$L \gg \lambda_{20}$（λ_{20} 为二次谐波波长），二次谐波将沿一定的路径传播．由(14)式及色散关系 $k_2^2 = k_{20}^2\epsilon_2$ 得到，$k_{2x} = \pm k_{20} \cdot \sqrt{\epsilon_2 - \sin^2\theta_0}$，由此可进一步导出二次谐波的光路

$$y_2 = \pm 8L\sin\theta_0\sqrt{\epsilon_2 - \sin^2\theta_0} + C. \tag{16}$$

(15)，(16)式表明：二次谐波不仅可向稀薄区传播，并在入射激光的镜向出射到真空；也应能沿一定途径深入到 $n_0 = 4n_{cr}\cos^2\theta_0$ 处，然后发生反转并在与入射激光相反的方向出射．共振吸收过程中出现的反向谐波，在文献[10]中已有实验报道．近来，我们利用本所的六路实验装置，进行单束激光倾斜辐照磨平的平面靶实验时，在入射激光（1.06 μm，100ps，沿 20° 角入射）的反向也观察到明显的二次谐波发射[8]．拍摄到的反向二次谐波谱中呈现出稍有蓝移的单峰窄线谱成分，正反映了共振吸收过程中发射的二次谐波所应有的典型的频谱特征．

与镜向波相比，反向谐波很少受到重视．然而根据以上的讨论，共振吸收过程中发射的反向二次谐波由于深入到过密区，应当携带着比镜向波更多的有用信息，故对此作进一步的研究是有意义的．

三、二次谐波的转换率

临界面附近的基频场量可写为 [5,9]

$$\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{r}) = \frac{E_d}{\epsilon_1'}\left(\hat{x} + i\rho a_0\epsilon_1' \ln\rho a_0\epsilon_1'\hat{y}\right), \tag{17}$$

其中

$$\rho = k_0 L_c,\ a_0 = \sin\theta_0,\ E_d = \frac{E_0\phi(\tau)}{\sqrt{2\pi\rho}} e^{ik_y y},\ \varepsilon_1' = \frac{x}{L_c} + i\frac{\nu}{\omega},\ E_0$$

为真空中激光场强，$\phi(t)$ 为 Ginzburg 函数．在 $x\to 0$ 时，

$$|\varepsilon_1'| \to \frac{\nu}{\omega} = 10^{-3}—10^{-2}.$$

(17)式中的 $|i\rho a_0\varepsilon_1'\ln\rho a_0\varepsilon'|\ll 1$，故可令 $\boldsymbol{E}_1\sim\frac{E_d}{\varepsilon_1'}\hat{x}$．以此代入(10)式，得到

$$\begin{aligned}\boldsymbol{j}_2^{NL} &= \frac{e}{4\pi i m\omega}\left[\left(\frac{\partial E_1}{\partial x}E_1 + \frac{1}{4}\frac{\partial E_1^2}{\partial x}\right)\hat{x} + i\frac{1}{2}k_0 a_0 E_1^2\hat{y}\right]\\ &= -\frac{3eE_d^2}{8\pi i m\omega L_c\varepsilon_1'^3}\left(\hat{x} - \frac{1}{3}i\rho a_0\varepsilon_1'\hat{y}\right)\\ &\sim -\frac{3eE_d^2}{8\pi i m\omega L_c\varepsilon_1'^3}\hat{x}.\end{aligned}\tag{18}$$

把(8)式代入(3)式，可以得到

$$-2i\omega(\varepsilon_2\boldsymbol{E}_2) = -4\pi\boldsymbol{j}_2^{NL} + c\nabla\times\boldsymbol{B}_2.\tag{19}$$

对(19)式两边求散度，得到

$$\nabla\cdot(\varepsilon_2\boldsymbol{E}_2) = \frac{2\pi}{i\omega}\nabla\cdot\boldsymbol{j}_2^{NL},$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\varepsilon_2 E_{2x}) + i2k_y\varepsilon_2 E_{2y} = -\frac{9eE_d^2}{4m\omega^2L_c^2\varepsilon_1'^4}.\tag{20}$$

令(20)式中的 $E_{2x}=A/\varepsilon_1'^n$，$E_{2y}=\mu_2(x)\frac{A}{\varepsilon_1'^n}$，其中 A 为常量，$\mu_2(x)$ 为 E_{2y} 与 E_{2x} 的比值．以此代入(20)式，并考虑到 $\varepsilon_2(x)$ 与 $1/\varepsilon_1'^n$ 相比为缓变量，可演算得到

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x}(\varepsilon_2E_{2x}) + 2ik_y\varepsilon_2E_{2y} &= -\frac{n\varepsilon_2A}{\varepsilon'^{n+1}L_c} + i2k_0a_0\varepsilon_2\mu_2\frac{A}{\varepsilon_1'^n}\\ &= -\frac{n\varepsilon_2A}{\varepsilon_1'^{n+1}L_c}\left(1 - i\frac{2}{n}\rho a_0\mu_2\varepsilon_1'\right) = -\frac{9eE_d^2}{4m\omega^2L_c^2\varepsilon_1'^4}.\end{aligned}\tag{21}$$

略去其中的 $i\frac{2}{n}\rho a_0\mu_2\varepsilon_1'$，即得到 $n=3$，$A=\frac{3eE_d^2}{4m\omega^2L_c\varepsilon_2}$．因此，在临界面附近，

$$|E_{2x}| = \frac{3e|E_d|^2}{4mw^2L_c\varepsilon_2|\varepsilon_1'|^3}.\tag{22}$$

在 $x\geqslant a$ 的区间，$\boldsymbol{j}_2^{NL}=0$，(20)式可写为

$$\nabla\cdot(\varepsilon_2\boldsymbol{E}_2) = \frac{\partial}{\partial x}\varepsilon_2E_{2x} + i2k_y\varepsilon_2E_{2y} = 0.\tag{23}$$

由于非磁化等离子体是各向同性的，在二次谐波的能流 $\boldsymbol{S}_2$ 与波矢 $\boldsymbol{k}_2$ 之间当不存在离散角，故 $\boldsymbol{k}_2\cdot\boldsymbol{E}_2=\boldsymbol{S}_2\cdot\boldsymbol{E}_2=0$，从而有

$$\sqrt{\varepsilon_2-\sin^2\theta_0}E_{2x} + \sin\theta_0E_{2y} = 0.\tag{24}$$

在(23)，(24)式中消去 E_{2y}，解得

$$E_{2x} = \frac{|E_{20}|a_0}{\varepsilon_2(x)}\exp\left\{i\left[2k_0a_0y + \frac{16}{3}k_0L(\varepsilon_2-a_0^2)^{\frac{3}{2}} - \phi_0\right]\right\},$$

$$|E_{2x}| = \frac{|E_{20}|a_0}{\epsilon_2(x)}, \tag{25}$$

其中 $|E_{20}|$ 为出射真空时的二次谐波场强．在 $x = a$ 时

$$\frac{|E_{20}|a_0}{\epsilon_2(a)} = \frac{3e|E_d|^2}{4m\omega^2 L_c \epsilon_2(a)|\epsilon_1'(a)|^3}.$$

由此可得到

$$|E_{20}| = \frac{3e|E_d|^2}{4m\omega^2 L_c|\epsilon_1'(a)|^3 a_0} = \frac{3eI_0\phi^2(\tau)}{m\omega^4 L_c^2 a_0|\epsilon_1'(a)|^3}. \tag{26}$$

(26) 式表明，出射真空时的二次谐波强度 $I_{20} = \frac{c}{8\pi}|E_{20}|^2$ 与入射激光强度的平方以及 Ginzburg 函数的四次方（亦即吸收系数的平方）成正比，从而与有关文献的结论一致[2]．当 $I_0 = 10^{14}$—$10^{16}\mathrm{W/cm^2}$，$L_c \sim \lambda_0 = 1.06\mu\mathrm{m}$ 时，(26) 式给出的二次谐波转换率 $K_2 = I_{20}/I_0 = |E_{20}|^2/|E_0|^2$ 为 10^{-6}—10^{-4} 量级，与实验测定值相符[1]．而文献 [4] 在类似条件下给出的转换率高达 10^{-3}—10^{-1}，显然与实验结果不符．

四、三次谐波的转换率

描写三次谐波的三阶方程组为

$$-i3\omega\boldsymbol{u}_3 + (\boldsymbol{u}_1\cdot\nabla)\boldsymbol{u}_2 + (\boldsymbol{u}_2\cdot\nabla)\boldsymbol{u}_1 = -\frac{e}{m}\boldsymbol{E}_3 - \frac{e}{mc}(\boldsymbol{u}_1\times\boldsymbol{B}_2 + \boldsymbol{u}_2\times\boldsymbol{B}_1), \tag{27}$$

$$-i3\omega n_3 + \nabla\cdot(n_0\boldsymbol{u}_3 + n_1\boldsymbol{u}_2 + n_2\boldsymbol{u}_1) = 0, \tag{28}$$

$$-i3\omega\boldsymbol{E}_3 = c\nabla\times\boldsymbol{B}_3 + 4\pi e(n_0\boldsymbol{u}_3 + n_1 u_2 + n_2\boldsymbol{u}_1), \tag{29}$$

$$-i3\omega\boldsymbol{B}_3 = -c\nabla\times\boldsymbol{E}_3, \tag{30}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E}_3 = -4\pi e n_3, \tag{31}$$

其中

$\boldsymbol{B}_2 = \frac{c}{i2\omega}\nabla\times\boldsymbol{E}_2$，$n_2 = -\frac{1}{4\pi e}\nabla\cdot\boldsymbol{E}_2$．由 (29)，(30) 式可导出三次谐波的波动方程

$$\nabla\times(\nabla\times\boldsymbol{E}_3) - \frac{9\omega^2}{c^2}\epsilon_3\boldsymbol{E}_3 + \frac{4\pi}{c^2}i3\omega\boldsymbol{j}_3^{NL}. \tag{32}$$

上式中

$$\epsilon_3 = 1 - \frac{n_0}{9n_{cr}}, \tag{33}$$

$$\boldsymbol{j}_3^{NL} = -e(n_0\boldsymbol{u}_3 + n_1\boldsymbol{u}_2 + n_2\boldsymbol{u}_1) + \frac{e^2 n_0}{i3\omega m}\boldsymbol{E}_3. \tag{34}$$

由 (9) 式可以得到

$$\boldsymbol{u}_2 = \frac{e}{i2\omega m}\boldsymbol{E}_2 - \frac{e^2}{i4m^2\omega^3}\left[\frac{\partial E_1^2}{\partial x}\hat{x} + 2ik_y E_1^2\hat{y}\right]$$
$$\sim \frac{e^2E_d^2}{im^2\omega^3 L_c\epsilon_1'^3}\left(\hat{x} + \frac{\mu_2}{2}\hat{y}\right). \tag{35}$$

有了 $\boldsymbol{u}_2$，就可以利用(27)式求 $\boldsymbol{u}_3$，

$$-i3\omega\boldsymbol{u}_3=-\frac{e}{m}\boldsymbol{E}_3-\frac{e}{i2\omega m}[\boldsymbol{u}_1\times(\nabla\times\boldsymbol{E}_2)]$$

$$-\frac{e}{i\omega m}[\boldsymbol{u}_2\times(\nabla\times\boldsymbol{E}_1)]-(\boldsymbol{u}_1\cdot\nabla)\boldsymbol{u}_2-(\boldsymbol{u}_2\cdot\nabla)\boldsymbol{u}_1$$

$$=-\frac{e}{m}\boldsymbol{E}_3+\frac{3e^3E_d^3\mu_2}{2\omega^4m^3L_c^2\epsilon_1'^5}\hat{y}-\frac{3e^3E_d^3}{m^3\omega^4L_c^2\epsilon_1'^5}\left(\hat{x}+\frac{\mu_2}{2}\hat{y}\right)-\frac{e^3E_d^3}{m^3\omega^4L_c^2\epsilon_1'^5}\hat{x}$$

$$\boldsymbol{u}_3=\frac{e}{i3\omega m}\boldsymbol{E}_3+\frac{4e^3E_d^3}{3im^3\omega^5L_c^2\epsilon_1'^5}\hat{x}. \tag{36}$$

将(36)式代入(34)式，即可求出非线性三次电流

$$\boldsymbol{j}_3^{NL}=-\frac{4e^4E_d^3n_0}{i3m^3\omega^5L_c^2\epsilon_1'^5}\hat{x}+\frac{1}{4\pi}(\nabla\cdot\boldsymbol{E}_1)\boldsymbol{u}_2+\frac{1}{4\pi}(\nabla\cdot\boldsymbol{E}_2)\boldsymbol{u}_1$$

$$=\frac{-e^2E_d^3}{3\pi im^2\omega^3L_c^2\epsilon_1'^5}\frac{n_0}{n_{cr}}\hat{x}-\frac{e^2E_d^3}{4\pi im^2\omega^3L_c^2\epsilon_1'^5}\left(\hat{x}+\frac{\mu_2}{2}\hat{y}\right)-\frac{3e^2E_d^3}{4\pi im^2\omega^3L_c^2\epsilon_1'^5}\hat{x}$$

$$=-\frac{4e^2E_d^3}{3\pi im^2\omega^3L_c^2\epsilon_1'^5}\left(\hat{x}+\frac{3}{32}\mu_2\hat{y}\right). \tag{37}$$

把(34)式代入(29)式，可以得到

$$-i3\omega(\epsilon_3\boldsymbol{E}_3)=c\nabla\times\boldsymbol{B}_3-4\pi\boldsymbol{j}_3^{NL}, \tag{38}$$

对其两边求散度，得到

$$\nabla\cdot(\epsilon_3\boldsymbol{E}_3)=\frac{4\pi}{i3\omega}\nabla\cdot\boldsymbol{j}_3^{NL} \tag{39}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\epsilon_3E_{3x})+3ik_y\epsilon_3E_{3y}=-\frac{80e^2E_d^3}{9m^2\omega^4L_c^3\epsilon_1'^6}\left(1-i\frac{9}{160}\rho a_0\epsilon_1'\mu_2\right)$$

$$\sim-\frac{80e^2E_d^3}{9m^2\omega^4L_c^3\epsilon_1'^6}. \tag{40}$$

这里已用了关系式 $k_{3y}=3k_y=3k_0\sin\theta_0$，它可以用与(14)式类似的方法由基本方程导出。令(40)式中的 $E_{3x}=\frac{B}{\epsilon_1'^l}$，$E_{3y}=\mu_3(x)\frac{B}{\epsilon_1'^l}$，经演算后，得到

$$\frac{\partial}{\partial x}(\epsilon_3E_{3x})+3ik_y\epsilon_3E_{3y}=-\frac{l\epsilon_3B}{\epsilon_1'^{l+1}L_c}+i3k_y\epsilon_3\mu_3\frac{B}{\epsilon_1'^l}$$

$$=-\frac{l\epsilon_3B}{\epsilon_1'^{l+1}L_c}\left(1-i\frac{3}{l}\rho a_0\mu_3\epsilon_1'\right)=-\frac{80e^2E_d^3}{9m^2\omega^4L_c^3\epsilon_1'^6}. \tag{41}$$

略去其中的 $i\frac{3}{l}\rho a_0\mu_3\epsilon_1'$，得到 $l=5$，$B=\frac{16e^2E_d^3}{9m^2\omega^4L_c^2\epsilon_3}$。因此，在临界面附近，

$$|E_{3x}|=\frac{16e^2|E_d|^3}{9m^2\omega^4L_c^2\epsilon_3|\epsilon_1'|^5}. \tag{42}$$

在 $x\geqslant a$ 的区间，用与上节相类似的方法，不难求出

$$E_{3x}=\frac{|E_{30}|a_0}{\epsilon_3}\exp\{i[3k_0a_0y+18k_0L(\epsilon_3-a_0^2)^{\frac{3}{2}}-\phi_0]\}, \tag{43}$$

$$|E_{3x}|=\frac{|E_{30}|a_0}{\epsilon_3}, \tag{44}$$

其中 $|E_{30}|$ 为出射真空时的三次谐波场强．在 $x = a$ 时，

$$\frac{|E_{30}|a_0}{\varepsilon_3(a)} = \frac{16e^2|E_d|^3}{9m^2\omega^4L_c^4\varepsilon_3(a)|\varepsilon_1'(a)|^5}.$$

由此可求出

$$|E_{30}| = \frac{16e^2|E_d|^3}{9m^2\omega^4L_c^4a_0|\varepsilon_1'(a)|^5} = \frac{128}{9\sqrt{\omega L_c}}\,\frac{e^2\phi^3(\tau)I_0^{3/2}}{m^2\omega^5L_c^3|\varepsilon_1'(a)|^5a_0}. \tag{45}$$

可见，出射真空时的三次谐波的强度 $I_{30} = \frac{c}{8\pi}|E_{30}|^2$ 正比于入射激光强度的三次方及 Ginzburg 函数的六次方(亦即吸收系数的三次方)．(45)式给出的三次谐波转换率 $K_3 = I_{30}/I_0 = |E_{30}|^2/|E_0|^2$ 远小于二次谐波的转换率，但由于 $K_3 \propto I_0^2$，故当入射激光很强，例如 $I = 10^{16}\mathrm{W/cm^2}(\lambda_0 = 1.06\mu\mathrm{m})$ 时，转换率仍可达 10^{-8} 以上，从而仍有可能在实验中观察到共振吸收过程中发射的三次谐波．

参　考　文　献

[1] N. G. Basov *et al.*, *Sov. J. Quantum Electron*, 9(1979), 1081.
[2] A. G. M. Maaswinkel, *Optics Commun.*, 35(1980), 236.
[3] R. A. Cains, *Plasma Phys.*, 23(1981), 705.
[4] R. Dragila, *Phys. Rev. A*, 25(1982), 1127.
[5] N. S. Erokhin *et al.*, *Sov. Phys. JETP*, 29(1969), 101.
[6] N. S. Erokhin *et al.*, *Nucl. Fusion*, 14(1974), 333.
[7] N. E. Andreev *et al.*, *Phys. Fluids*, 24(1981), 1492.
[8] Xu Zhizhan (徐至展) *et al.*, XII International Quantum Electronics Conference, Munich F. R. G. June (1982); *Appl. Phys. B*, 28(1982), 294.
[9] V. L. Ginzburg, *Propagation of Electromagnetic Waves in Plasma*, Pergamon Press Oxford, (1970).
[10] P. Lee and D. V. Giovanielli, *Appl. Phys. Lett.*, 24(1974), 406.

HARMONIC EMISSION GENERATED BY RESONANT ABSORPTION IN LASER-PRODUCED PLASMAS

Yu Wei　Xu Zhi-zhan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract

The harmonic generation by resonant absorption in the laser-produced plasmas is analytically investigated by considering the steepened plasma density gradients in the vicinity of the critical density. The efficiency of the second-harmonic generation obtained is in agreement with experimental results. The calculation has also been extended to estimate the efficiency of the third harmonic generation.